

Approved by Ministry of Education
(Date Mar. 9, 1946)

(昭和二十一年三月十四日 文部省検査済)
 昭和二十一年三月九日 印刷
 昭和二十一年三月十四日 發行
 昭和二十一年三月二十八日 刷印
 昭和二十一年三月二十八日 發行

師範數學 本科用 二

定價金壹圓

著作權所有 著者 文 部 省

總發行所 東京都神田區錦町一丁目十六番地
 師範學校教科書株式會社
 代表者 森 下 松 衛

印刷者 東京都板橋區入舟町一丁目十一番地
 電 新 堂
 代表者 新 井 修 平

發行所 東京都神田區錦町一丁目十六番地
 師範學校教科書株式會社

師 範 數 學

本科用

二

(第二綴)

文 部 省

文部省調査普及局刊行課寄贈



- (イ) 四捨五入法ニヨツタモノデアルトキ。
- (ロ) 切捨法ニヨツタモノデアルトキ。
- (ハ) 切上法ニヨツタモノデアルトキ。

(二) 推定値

第十問 下ノ直線ノ長サヲ耗目盛ノ物指デ(ソノ種々ノ部分ヲ用

ヒテ)十回測リ、ソノ實測値ヲ下表ニ記入セヨ。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
實測値										

- (イ) 十回トモ實測値ハ一致シタカ。
- (ロ) 耗マデハ一致シタカ。
- (ハ) 耗未滿ヲ四捨五入シタ値ニ就テハドウカ。
- (ニ) 上ノ實測値カラ考ヘテ、圖ノ直線ノ長サハ何程デアルト推定シタラヨイカ。

既ニ見タヤウニ、所謂連續量ノ大キサヲ表ス値ハソノ存在スル範圍ガ不等式デ示サレルノミデアル。ソノ誤差ノ限界ハ計器ヤ測リ方等ノ工夫、研究ノ進歩ト共ニ段々ト狭メラレテ行クガ、計器ヲソノ性能一杯ニ使用スレバ、實測値ハソノ限界内ニ於テ種々異ナツタ値トナル。然シ毎回全力ヲ傾ケテ行ナツダ實測デアレバドノ實測値モ同程度ニ信頼スベキデ、特ニソノ中ノドノ値ヲトリ上ゲテ求メル値デアルトスル譯ニモ行カナイ。

然モ之ヲ基トシテ研究ヲ發展サセルノニ實測値ノ組ノママデアツ

タリ或ハ不等式ノママデハ、ソノ取扱ヒハ煩ニタヘナイ。ソコデ、コノ實測値ノ組ヲ基トシテ、ソノ量ヲ表スノニ最モ適當デアルト思ハレルーツノ値ヲ推定シテコノ組ヲ代表サセル必要ガ起ル。コノトキニハ屢々コノ値ヲ等式デ表スカラ、ソノ判別ニ留意シ、ソノトキノ誤差ノ限界ニ注意シテ取扱フコトガ大切デアル。

第十一問 上述ノヤウナ種類ノ量ハ甚ダ多イ。次ノ例ノ中カラコノ種ノモノヲ指摘セヨ。

長サ、人數、角度、日數、重サ、太サ、高サ、本數、面積、速サ、體積、枚數、金額。

第十二問 量ノ實測値ノ組ヲ基トシテソノ量ヲ表スノニ最モ適當ト思ハレル値ヲ算出スルノデアルガ、ドンナ値デコノ實測値ノ組ヲ代表サセタラヨイト思フカラフ次ノ例ニツイテ考ヘヨ。

直徑約一糎ノ黃銅ノ丸棒ノ直徑ヲ十回測ツテ次ノ實測値ヲ得タ。コノ丸棒ノ直徑ハ何程ト推定スルカ。(單位ハ耗)

10.10,	10.10,	10.10,	10.15,
10.15,	10.20,	10.15,	10.15,
10.15,	10.10		

實測値ノ組ノ代表値ヲ推定値トイヒ、各ノ實測値カラ推定値ヲ引イタモノヲ各實測値ノ偏差トイヒ、推定値カラ眞ノ値ヲ引イタモノヲ推定値ノ誤差トイフ。

第十三問 眞ノ値、實測値、推定値、實測値ノ誤差、推定値ノ誤差、偏差ノ間ニ存スル關係ヲ式デ表セ。

推定値ハ實測回數ガ多クナルト共ニ眞ノ値ニ近ヅクモノト考ヘラ

レルカラ、實測回数が十分大デアレバ推定値ノ誤差ハ極メテ小デア
ルト考ヘラレ、隨ツテ實測値ノ誤差ハ殆ド偏差ニ等シト見做サレ
ル。偏差ハ算出デキルガ誤差ハ求メルコトガデキナイノデ、上ノ事
情ニ基イテ偏差ノコトヲ誤差ト呼シデキルコトモアル。

普通、推定値トシテハ相加平均ヲ用ヒル。

コノヤウニ本来數ノ組ヲ表スベキモノヲフーツノ數ヲ表シ、不等式
ヲ取フベキモノヲ等式ヲ取扱フコトハ無理ナコトデアルカラ、コノ
仕方ハ一應不合理ノヤウニ考ヘラレルガ、カヤウニ扱ツテ得タ結果
ハ不等式ノ範圍即チ誤差ノ限界ガ狭ケレバ狭イ程、精確ナ意義ヲ持
テ得ルノデアルカラ、不等式ノママデソノ取扱ヒノ煩雜サノ爲ニ行
キ詰ルノニ比スレバ、コノ行き方ハ確ニ賢明且ツ有效ナモノデア
ル。コノ方法ニ於テハ、如何ニシテ誤差ノ限界ヲ狭メルカトイフコトガ
重要ナ問題デア
ル。精密機械ノ作製、部分品ノ互換性獲得トソノ大
量生産ニ於テモ、製品ノ誤差ノ限界ヲ如何ニシテ狭メルカトイフ
コトガ重要問題トナツテキルノデア
ル。

(三) 測定値ノ表シ方

實測値・推定値ヲ測定値ト總稱シ、ソノ表シ方ニハ注意ヲ要スル。

- 第十四問 (イ) 青森カラ鹿兒島迄 (汽車) 1998.6 軒
(ロ) 長崎カラ上海迄 (航路) 461.7 哩
(ハ) 北海道地方ノ面積 83775.01 平方軒

コノ數値ニツイテ上カラ一桁ダケトツタ概數ヲイヘ。又上カラ二
桁マデトツタ概數ヲイヘ。

第十五問 0ノ中ニハ位取リヲ示ス0ト、或ル桁ノ値ガ實際ニ0
デア
ルコトヲ示ス有效數字トシテノ0トガアル。

地球ノ比重ヲ單位ニシタ惑星ノ比重ハ、次ノヤウデア
ル。コノ表
ニ於ケル0ニツイテ、位取リヲ示ス0デア
ルカ、有效數字トシテノ
0デア
ルカヲイヘ。

太 陽	水 星	金 星	地 球	火 星
0.256	1.013	0.933	1.000	0.714
木 星	土 星	天 王 星	海 王 星	月
0.243	0.125	0.246	0.240	0.605

測定値ノ精密ノ度ハ、ソノ測定値ノモツ有效數字ノ箇數ニヨツテ
判斷サレ、ソノ數ノ多イホド精密デア
ル。

第十六問 位取リノ0ト有效數字ノ0トノ區別ヲ明ラカニスル表
シ方トシテ、例ヘバ 1050ノ最後ノ0ガ位取リヲ表ス0デア
ルコト
ヲ示スタメニ之ヲ 105×10 、或ハ 10.5×10^2 、又ハ 1.05×10^3
等トスル表シ方ガアル。コレニ倣ツテ上ノ表中ノ位取リヲ表ス0ノ
アル數ヲ表シテ見ヨ。

上ノ最後ニアル書キ方ニヨレバ、有效數字ガ明ラカニ表サレ、大
キサノ程度ガ10ノ指數ノ値デワカルノデ、種々ノ場合ニ便利デア
ル。

第十七問 12.03×10^4 、 12.030×10^4 、 12.0300×10^4
ノ違ヒハドウデア
ルカ。

第二節 概算・近似計算

今迄多クノ數値計算ヲ練習シテ來タガ、ソレハ専ラ夫々ノ數ガ確
一確定ノ大キサヲ表シテキル場合ニツイテデア
ツタ。コノ場合デモ、
時ニヨルト答トシテハ概數ガ得ラレバヨイコトガアル。サウスル

ト始メカラ各數ノ概數ヲトリ、ソレニツイテ概算スル方ガ賢明ナル。但シソノ計算ノ仕方ニハ注意ヲ要スル。

又測定値ヲ表ス數ヲ取扱フ計算デハ、ソノ數ニ誤差ガハイツテカカラ確カナ値ノ桁數ニハ自ラ限度ガアル。随ツテ徒ラニ桁數ノ多キヲ求メルコトハ無意義デモアル。コノトキハ、夫々ノ場合ニ應シテ適當ニ桁數ヲトリ、ソレニ適フヤウナ計算法ヲ行ハネバナラナイ。

コノ種ノ計算ニ於テ考ヘネバナラナイ問題ハ主トシテ次ノ二ツデアル。(計算ニ關シテハ概算モ近似計算モ區別スル必要ハナイ。)

(イ) 與ヘラレタ近似値(概數)カラ算出デキル答ノ近似ノ程度ハドレクラキデアルカヲ知ルコト。

(ロ) 指定シタ近似ノ程度ノ答ヲ得ルタメニハ算出ノ基トナル始メノ數ノ持つべき近似ノ程度ハドウカヲ知ルコト。

(一) 寄算・引算ノ場合

第一問 (イ)	2857639	(ロ)	
	503207		
	4360721		3054607
	95340		- 1768550
	+ 610204		

ヲ十萬ノ位迄概算セヨ。

第二問 體重 15.8 貫ノ人ガ重サ 2 匁ノ紙片ヲ持つタ重サハ何程トナツタトイフタラヨイカ。

第三問 次ノ計算ヲセヨ。

(イ) $25.3 \pm 5.123 =$

(ロ) $25.3(\text{測定値}) \pm 5.123 =$

(ハ) $25.30 \pm 5.123 =$

(ニ) $25.3000 \pm 5.123 =$

(ホ) $5 \pm 2.1133(\text{測定値}) =$

(ヘ) $216.526(\text{測定値}) + 16.5(\text{測定値}) + 2.054(\text{測定値}) =$

第四問 小數以下種々ノ桁數ノ n 箇ノ數ガアルトキ、ソレ等ノ和差ヲ概算スルニハ、ドンナ手順デ行ナツタラヨイカ。又コノトキノ誤差ノ限界ハドウカ。

[注意一] コノ種ノ計算ニ於テハ先ヅ、

(イ) 答ノ有效數字ノ桁數ヲ推定スルコト

(ロ) 各項ノ最終桁ヲ小數點ニ對シテ揃ヘルコト

ハ常ニ注意ヲ拂フベキ要點デアル。

[注意二] 一般ニ誤差ノ限界ヲ算出スルニハ、各數ノ誤差ガ一方的ニ積ツタト考ヘタ最悪ノ場合ノ値ヲ出スノデアアルガ、實際ニハ各ノ誤差ハ或ハ正トナリ、或ハ負トナツテ互ニ消シ合フモノデ、ソレガ一方的ニ偏ルトイフ最悪ノ場合ノ起ル確率ハ極メテ小デアル。

第五問 國民學校理數科算數教師用 八ノ概數ト概算ノ項ニ記載セラレテアル事項中、寄算・引算ニ關係アル箇所ヲ研究シ、ソレヲ綴メヨ。

(二) 掛算・割算ノ場合

第六問 或ル村デ去年取レタ米ハ一萬六千八百五十三俵デ、値段ハ一俵平均十八圓九十五錢デアツタ。マタ政府カラ一俵ニツキ六圓二十錢ノ補助金ヲモラツタ。コノ村ノ米ニヨル收入ノ見積リハイクラカ。

第七問 上ノ問ニ於テ次ノ色々ナ概數ヲ用ヒタ場合ノ價格ヲ下表

ノ相當欄内ニ記入セヨ。

依 單位	16353	16850	16900	17000	20300
25.15 ^円					
25.20 ^円					
25.00 ^円					
30.00 ^円					

計算手數ノ簡便サニ對スル要求ト、答數ノ或ル程度ノ精確サニ對スル要求トノ兩方カラ考ヘテ、コノ表ノドノ値ヲ求メルノガ適當デアルカ。

第八問 上ノ問ニ於テ一俵宛ノ收入ヲ (19圓+6圓) 即チ 25圓ト見積ツタトキト、(18圓95錢+6圓20錢) 即チ 25圓15錢トシタトキトハドノ桁迄一致スルカ。但シ俵數ハ 17000 俵ト見積レ。

コノ計算ヲ筆算デ行ヒ、コノ二様ノ答ニ於テ一致スル桁迄ヲ得ル上ニ影響シナイ計算ノ數字ヲ消セ。

第九問 (イ) 5186×624 ヲ筆算ト珠算トデ計算シ、兩計算法ノ計算順序ノ相違點ヲイヘ。

(ロ) (イ)ノ計算シタ値ノ最上位ハ專ラドノ數字カラ定マルカ。

(ハ) 上カラ第二位ノ數字ハ專ラドノ數字カラ定マルカ。

第十問 二數 A, B ノ各桁ノ數字ヲ上カラ夫々、

$$a_1, a_2, a_3, \dots \quad b_1, b_2, b_3, \dots$$

トシ、 $A \times B$ ノ計算ヲ上位ノ方カラ次ノヤウニ行フト考ヘル。

a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	b_2	b_3	b_4
$a_1 b_1$	$a_1 b_2$	$a_1 b_3$	$a_1 b_4$
	$a_2 b_1$	$a_2 b_2$	$a_2 b_3$
		$a_3 b_1$	$a_3 b_2$
			$a_4 b_1$
第一段	第二段	第三段	第四段

(イ) 5186×624 ニツイテ a, b ニ相當スル數ヲ上ノ形式ニ從ツテ書キ、コレ等ノ値カラコノ積ノ値ヲ求メヨ。

(ロ) $A \times B$ ニ於テ、ソノ最上位ノ數字ハ主トシテ A, B ノドノ數字カラ定マルカ。

(ハ) A, B ノ各數字ハ何レモ $A \times B$ ノ最上位ノ數字ノ決定ニ影響ヲ及ボス。各數字ニツイテソノ影響ノ程度ノ強サノ順ヲ指摘セヨ。

(ニ) $A \times B$ ノ二桁目、三桁目ノ數字決定ニ對スル影響ニツイテモ同様ノ事ヲ考ヘヨ。

(ホ) 上カラ二桁マデ求メタイトキニハ大概ノ場合、 A, B ヲ夫々何桁迄トツテオケベヨイカ。($a_1 b_1$ ガ一桁ノ數デアルトキト、二桁ノ數デアルトキ又ハ繰上リデ二桁ニナルトキトノ相違ニ注意セヨ。)

(ヘ) 上カラ n 桁迄答ヲ求メルトキニ對シテコノ原則ヲ擧ゲヨ。

第十一問 (イ) A ハ上カラ二桁ノ概數ヲトリ、 B ハ上カラ三桁ノ概數ヲトツタ。コノ積カラ幾桁迄讀ンダラヨイデアラウカ。

(ロ) 又 B モ二桁ノ概數ニシタラ、即チ b_3 ヲモ 0 ニシテ計算シタラコノ計算ニドンナ影響ガアルカ。

(ハ) 特別ナ場合ハ別トシテ一般ニハ、 m 桁ノ概數ト n 桁ノ概數 ($m > n$) トカラソノ積ヲ出スニハ幾桁ノ答ヲ出スノガ適當デアルカ。

(ニ) 又ソノ時ノ計算ハドンナ形式デスルト無駄ガ少イカト夫セヨ。

第十二問 半徑 $r=5.1144$ 纏、高サ $h=22.335$ 纏ノ直圓柱ニツイテ夫々指示セラレタ桁數(有效數字ノ)マデ計算セヨ。

桁	底面積	側面積	表面積	體積
二 桁				
三 桁				
四 桁				
五 桁				

半徑 $r=5.1$ 纏、 $h=22.33$ 纏 ノトキニハドウデアルカ。

第十三問 2.14 分正確ナ値デアルトキト測定値デアルトキトニ從ヒ次表ノ適當欄ニ相當シタ數ヲ記入セヨ。

數 値	正確ナ値デアルトキ	測定値デアルトキ
(2.14) ²		
(2.14) ³		
(2.14) ⁴		

第十四問 或ル矩形ノ面積ヲ求メルタメニソノ短邊ヲ測ツタラ 16.32 耗アツタ。長邊ハ大體 20 纏見當デアルガドノ程度ノ精シサニ測レバヨイカ。若シ周ノ長サヲ求メルタメデアレバドウデアルカ。

第十五問 三邊ノ長サガ大略 1~2 耗、2~3 纏、16~17 纏見當ノ或ル直方體ノ體積ヲ求メルタメニ三邊ノ長サヲ測定シタイ。有效數字三桁ヲ必要トスルナラハ夫々ドノ程度ニ測レバヨイカ。

第十六問 或ル工場ニ工員ガ二千三百六十八人キル。日給ハ一圓二十錢カラ三圓八十錢マデデアツテ、平均ガ一圓八十五錢デアル。コノ工場ノ工員ノ給料一日分ハ凡ソドノクラキカ。

第十七問 昭和十七年ニ内地デ取レタ米トソノ作付面積ハ次ノ通りデアツタ。

取レタ米.....6677,5332 石
作付面積..... 318,0363 町 9 段ノ

一段ニツキ米ガ約何石何斗取レタカ。

第十八問 (イ) $6677 \div 318$ 及ビ $6670 \div 318$ ヲ計算セヨ。

(ロ) コノ二ツノ答ハ幾桁目迄一致シタカ。

(ハ) 幾桁目迄大體一致シタカ。

(ニ) 四捨五入法デ處理スルトスレバ一應幾桁目迄計算スルノガ穩當デアルカ。

第十九問 $3185 \div 667$ 及ビ $3180 \div 667$ ニツイテ第十八問ト同様ナ研究ヲセヨ。

第二十問 $A \times P = B$ ニ於テ A, B ハ夫々 a 桁、 b 桁ガ信賴デキルトキ、 P ノ桁數ハ大體幾桁迄信賴デキルト思フカ。

第二十一問 掛算ノトキニ做ツテ割算ノ概算形式ニツイテ研究セヨ。

練習問題

(一) 小数以下 m 桁ノ数ト n 桁ノ数トノ和又ハ差ヲ計算スルニハドウイフ手順ニ行ナツタラヨイカ。又ニノトキノ誤差ノ限界ハドウカ。

(二) 昨年度ノ米ノ收穫ハ六千三百三十萬三千三百石デアルト發表サレタ。コノ數字ハ悉ク信頼デキルト思フカ。

(三) 四捨五入法デ求メタ小数以下三桁ノ数ノ和ヲ求メルノニハ、幾桁マデ出スノガ穩當デアルカ。若シ切上ゲ法ニ依ツテキルトキハドウデアルカ。切捨法ノトキニハドウデアルカ。

(四) (三)ニ於テ寄算ノミデナク、寄算ト引算トガ混ツテキルトキニハドウデアルカ。

[注意] 實際ニハ誤差ハ正負相消スモノデアルカラ、確率論的ナ理由カラ小数以下(四捨五入法ニヨルトキ) n 桁ノ数 N 箇ノ加減ニ於テハ、ソノ誤差ノ限界ヲ $\frac{N}{2} \times 10^{-n}$ トシナイテ $\frac{\sqrt{N}}{2} \times 10^{-n}$ トスルコトガ多イ。

(五) 量 A ノ測定値 a 、誤差ノ限界ハ $\alpha (>0)$ デアリ、量 B ノ測定値ハ b デ誤差ノ限界ハ $\beta (>0)$ デアルトスル。

(イ) 上ニ述ベタ $A, a, \alpha; B, b, \beta$ ノ關係ヲ式デ書ケ。

(A) $A+B, A-B$ ノ範圍ヲ示ス不等式ヲ書ケ。

(ハ) $A \pm B$ ノ値トシテ $a \pm b$ ヲ用ヒタトキノ誤差ノ限界ヲ求メヨ。

(ニ) コレカラ測定値ノ和・差ノ計算ニハ、小数位ヲ基準トシテソノ桁數ヲ揃ヘルベキコトヲ説明セヨ。

(六) 量 A, B ノ測定値ヲ a, b 、ソノ誤差ノ限界ヲ α, β トシ、

(イ) A, B ノ範圍ヲ示ス不等式ハ

$$ab - (\alpha\beta + ba) + a\beta < AB < ab + (\alpha\beta + ba) + a\beta$$

デアルコトヲ示セ。

(ロ) $-(\alpha\beta + ba) + a\beta < AB - ab < \alpha\beta + ba + a\beta$ デアルコトヲ示セ。

(ハ) 誤差ノ限界ヲ調ベルノハ主トシテ測定値ノドノ桁マデノ數字ガ信頼デキルカヲ知ル爲デアル。隨ツテ誤差ノ限界ハ、計算ノ結果ト多少異ナツタ値デモ、計算ニ都合ノヨイ値ヲ以テシテモヨイ。尙誤差ノ限界ハ測定値ニ比シテ小デアルトスル。

コレニ基イテ A, B ノ値トシテ a, b ヲ用ヒタトキノ誤差ノ限界ハ、

$$ab \left(\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} \right)$$

トシテヨイコトヲ説明セヨ。

[注意] 測定値ノ積・商等ノ誤差ノ限界ヲ研究スルニハ α, β 自身ヨリハ $\frac{\alpha}{a}, \frac{\beta}{b}$ 等ガ重要ト役割ヲ荷フモノデアルコトハ以下ハ考察カラ明ラカトナル。コノ $\frac{\alpha}{a}$ ハ測定値 a ニ對スル誤差 α ノ率デアルカラ之ヲ相對誤差ト呼ビ、之ニ對シテ a 自身ヲ絕對誤差トモイフ。

(ニ) 積 AB ノ値ヲ求メルノガ目的デアルトキニハ、相對誤差 $\frac{\alpha}{a}$ ト $\frac{\beta}{b}$ トガ同程度ノ大キサトナルヤウニ A, B ノ測定ヲ行フコトガ有效デアルコトヲ説明セヨ。

(ホ) A, B ノ積ヲ概算スルトキニハ、概シテ A, B ノ有效數字ノ桁數ヲ同數ニスルノガヨイコトヲ上ノコトカラ説明セヨ。

(七) 國民學校理數科算數教科書ノ概算ニ關係アル問題ヲ調べンレニ答ヘヨ。

(八) 國民學校理數科算數教科書ノ概算ニツイテ、特ニ掛算・割算ノ概算ニ關係アル箇所ヲ研究セヨ。

(九) (イ) 次表ノ空欄内ニ記入セヨ。

x	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001	0.0005	0.0001
$\frac{1}{1+x}$											
$1-x$											
$\frac{1}{1-x}$											
$1+x$											

(ロ) $\frac{1}{1+x}$ ノ値ヲ計算スルノニ、 $1-x$ ノ値ヲ以テシタトキ、 x ガドノ程度ノ大キサナラ最初ノ有效數字ニハ影響シナイカ。マタ $\frac{1}{1-x}$ ノ代リニ $1+x$ ヲ以テシタ場合ハドウデアアルカ。但シ x ハ 1 ヨリ小サイ正ノ數デアルトスル。

(十) 二量 A, B ノ測定値ヲ a, b トシ誤差ノ限界ヲ α, β トスルトキ

(イ)

$$\frac{a}{b} \frac{1-\alpha}{1+\beta} < \frac{A}{B} < \frac{a}{b} \frac{1+\alpha}{1-\beta}$$

デアアルコトヲ證明セヨ。

(ロ) x ガ小デアルトキハ $\frac{1}{1-x}$ ハ大體 $1+x$ ニ等シク、 $\frac{1}{1+x}$ ハ $1-x$ ニ等シイコトヲ利用シテ、 $\frac{A}{B}$ ノ値トシテ $\frac{a}{b}$ ヲ用ヒタトキノ誤差ノ限界ハ、

$$\frac{a}{b} \left(\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} \right)$$

ト考ヘテヨイコトヲ説明セヨ。

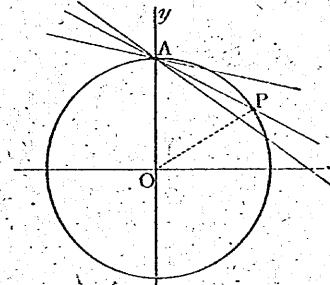
(ハ) (六) ノ (ニ), (ホ) ニ相當スル研究ヲセヨ。

第三章 微分ト積分

第一節 微小變化ノ影響

(一) 變化ノ考察, 極限

第一問 點 P ガ圓 O ノ周上ヲ A = 限リナク近ヅイテ行クニ伴ナツテ直線 AP ハドンナニ變化シテ行クカ。



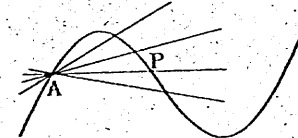
P ガ A = 限リナク近ヅクコトヲ記號 $P \rightarrow A$ デ表ス。

AP ガ幾ラデモ近ヅイテ行ク直線ヲ $P \rightarrow A$ ノトキノ直線 AP ノ「極限ノ直線」或ハ直線 AB ノ「極限」デアルトイヒ、コノ直線ノ位置ヲ「極限ノ位置」デアルトイフ。

第二問 $P \rightarrow A$ ノトキノ $\angle OAP$ ノ「極限值」トハ如何ナル値デアラウカ。

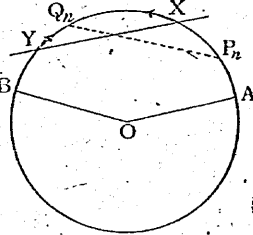
第三問 $\angle AOP = \alpha$ ヲ用ヒテ上圖ニ示シタ座標軸ニ關スル直線 AP ノ方程式ヲ表シ、 P ノ變化ニ伴ナフコノ方程式ノ變化ヲ考察セヨ。又 $P \rightarrow A$ ノトキノコノ「方程式ノ極限」ヲ求ム。

第四問 右圖ニ於テ曲線上ヲ P ガ A = 近ヅイテ行クトキ直線 AP ハドンナニナツテ行クカ。



第五問 弧 AP 、ト BQ 、トハ夫

夫弧 AB ノ n 分ノ一ト n 分ノ二トニ等シイ。 $n=4, 5, \dots$ ノトキノ弦 $P_n Q_n$ ノ圖ヲ書キ、 n ノ増加ト共ニ弦 $P_n Q_n$ ガドシテニ變ルカヲ考察セヨ。

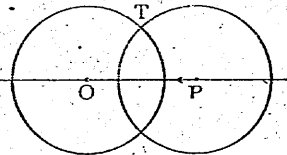


第六問 右圖ニ於テ X, Y ハ同時ニ夫夫 A, B ヲ出發シテ弧 AB 上ヲ反對ノ方向ニ運動スル點デアル。 X ノ速サガ Y ノ速サノ二倍デアルトキ直線 XY ハドシテニ變化スルカ。

第七問 $\angle P_n O Q_n$ (n ノ増加ト共ニ) 及ビ $\angle XOY$ ハドシテニ變ルカ。

第八問 $\angle OP_n Q_n$ (n ノ増加ト共ニ) 及ビ $\angle OXY$ ハドシテニ變ルカ。

第九問 二等圓 O, P ノ交點ヲ T トスル。 P → O ナルトキノ T ノ極限ヲ



(イ) 一定ノ直線上ヲ P → O ナルトキ、

(ロ) 一定ノ曲線上ヲ P → O ナルトキ、
ノ二場合ニツイテ考察セヨ。

第十問 數列

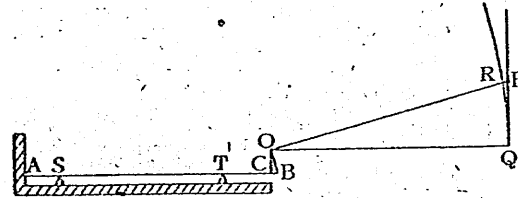
(イ) $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}, \frac{8}{7}, \dots$

(ロ) $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{9}{8}, \frac{17}{16}, \frac{33}{32}, \dots$

(ハ) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{17}{16}, \frac{31}{32}, \dots$

ハドシテ規則ヲ作ラレテキルカ。 n 番目ノ項ヲ n ノ式ヲ表セ。各項ハドシテニ變テ行クカ。コレヲ圖ニ書イテ考察セヨ。コノ「數列ノ極限値」ヲ求ム。

第十一問 支へ茲 ST 上ニ棒 AB ヲ載セル。ソノ一端 B ガ O ヲ中



心トシテ回轉デキル直角ヲ $\angle POB$ ノ腕 OB ノ端ヲ押スヤウニ裝置シテ置ク。

OC ヲ AB = 垂直ナ位置トシ、

$$AC=l, \quad OC=h, \quad OQ=d$$

ヲ像メ測フテ置ケバ、CB ノ長サガコノテコニヨリ QP = 擴大シテ現レルカラ、AB ノ長サヲコノ裝置デ精シク測ルコトガデキル。

(イ) PQ = x トシテ AB ノ長サヲ表ス式ヲ作レ。

(ロ) $l=10$ 寸、 $h=0.50$ 寸、 $d=25$ 寸トシテ QP 上ニ AB ノ長サヲ讀ミトル目盛ヲ書ケ。

(ハ) コノ裝置デハ QP ノ目盛ヲ指示スル腕 OP ノ長サガ變ルノガ缺點デアル。ソレデ O ヲ中心トスル圓周 QR 上ニ目盛ヲ移ストヨイ。ドシテ目盛リヲスレバヨイカ。

(ニ) 目盛ツタ直線 QP ヲ圓弧 QR = 卷キツケタト考ヘテ QP 上ノ等分目盛ヲソノ圓弧上ニ移ストスレバ、(ハ) デ作ツタ目盛トドノ程度ノ誤差ヲ生ズルカラ x ガ 1, 0.1, 0.01, ... ノトキニツイテ調べヨ。

第十二問、次表ノ空欄ニ記入セヨ。

(イ)

h°	10	5	4	3	2	1	0.1	0.01
$\sin h^\circ$								

(ロ)

h (弧度)	$\frac{\pi}{2}$	1	0.1	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01
$\sin h$								

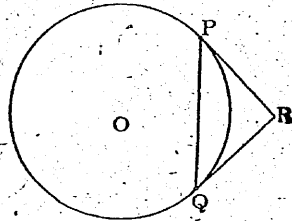
第十三問 右圖ニツイテ

(イ) $PQ < \text{弧}PQ < PR + QR$ ヲ

証明シ、

(ロ) 次ニ $P \rightarrow Q$ ノトキ $\frac{\text{弧}PQ}{PQ}$ ガドナ値ヲ極限值トシテ變化スルカヲ調べヨ(師範物象, 本科用一, 133頁)。

(ハ) $h \rightarrow 0$ ノトキ $\frac{\sin h}{h}$ ノ極限值ヲ求ム。



(二) 微小變化ノ影響

第十四問 1平方種ニツキ重サ0.525瓦アル金屬板カラ、一邊6.00種ノ正方形ヲ切取ルノニ、誤ツテ一邊6.01種ノ正方形ヲ切ツタ。ソノ目方ハ何程多過ギルカ。

第十五問 或ル圓板ノ直径ヲ測ツテ8.0種ヲ得タ。エノ數値ヲモトシテ圓板ノ面積ヲ計算スルトキノ誤差ノ限界ヲ求ム。

第十六問 一稜4.00種ノ立方體ニ銀メツキシタラ、一稜ノ長サガ4.01種ニナツタ。銀メツキノ部分ノ體積ハ何程カ。

第十七問 軸受ニ觸レテキル直径2.000種ノ黃銅球ガ磨耗ニヨリ直径1.993種トナツタ。ソノ磨滅量如何。

第十八問 $(1.01)^2$ ヲ小數第二位マデ求メルノニ、

$$\begin{aligned} (1.01)^2 &= (1 + 0.01)^2 \\ &= 1 + 2 \times 1 \times 0.01 + (0.01)^2 \quad \text{又ハ} \quad \begin{array}{r} 1.01 \\ \times 1.01 \\ \hline 1.01 \\ 101 \\ \hline 1.0201 \end{array} \\ &= 1.0201 \end{aligned}$$

ノヤウニ計算シタトスル。コレカラ、1ニ對スル0.01ノ増加ノ 1^2 ニ對スル影響ハ0.02ト見テヨイコトガワカル。コノ計算ニハ $(0.01)^2$ ノ項ヲ始メカラ無視シテ計算スルガヨイ。

$(1.01)^3$ ヲコレニ倣ツテ小數第二位マデ計算スルニハドシナ項ヲ無視シテヨイカ。又小數第三位マデ計算スルニバドウカ。

$(1.01)^4$ ニツイテハドウデアラウカ。

第十九問 次ノ數ヲ小數第三位マデ計算セヨ。

(イ) $(2.001)^2$ (ロ) $(3.97)^2$

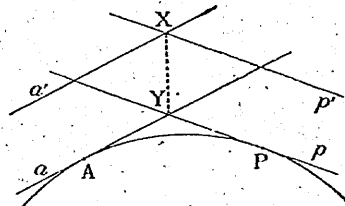
練習問題

(一) 次ノ數列ハ前ノ項カラ次ノ項ヘドンナ變リ方ヲシテキルカ。 n 番目ノ項ヲ n ノ式デ表セ。

- (イ) 1, 2, 3, 4, 5,
- (ロ) 2, 4, 6, 8, 10,
- (ハ) 1, 4, 7, 10, 13,
- (ニ) 1, 5, 9, 13, 17,
- (ホ) 98, 91, 84, 77, 70,
- (ヘ) 1, 4, 9, 16, 25,

- (ト) 1, 8, 27, 64, 125,
- (ニ) 上ノ各數列ヲ圖ニ表シ, ソノ變化ヲ圖ノ上デ考察セヨ。
- (三) 定曲線上ノ一點 A ニ於ケル接線 a = 平行ナ直線ヲ w トシ,

動點 P ニ於ケル接線 p = 平行
ナ直線ヲ p' トスル。但シコノ
二組ノ平行線間ノ距離ハ等シ
イモノトスル。

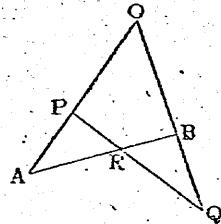


- (イ) P → A ナルトキ a, p
ノ交點 Y ハドンナ點ニ近ヅクカ。
- (ロ) P → A ノトキ a', p' ノ交點ヲ X トスレバ直線 XY ハドンナ
ニ變ルカ。
- (ハ) P → A ナルトキ X ハドンナ點ニ近ヅクカ。

(四) 右圖ニ於テ $\triangle AOB = \triangle PCQ$ デア
ル。

P → A ナルトキ R ノ極限ノ位置ヲ求ム。

- (五) $\frac{1}{1-x}$ ノ値ヲ求メルノニ $1+x$ ヲ
以テシタトキノ相對誤差ハ x ガ 0.1, 0.01,
0.001, ト變化スレバドンナニナルカ。

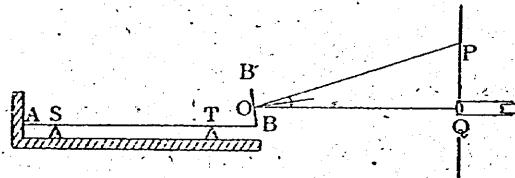


- (六) $\sqrt{1+x}$ ノ値トシテ $1 + \frac{x}{2}$ ヲ用ヒタトキ
- (イ) 兩者ノ値ガ小數第一位マデ一致スルニハ x ガドノクラキナ
ラヨイカ。
- (ロ) ソノ相對誤差ガ千分ノ一以下ニナルヤウニスルタメニハ,
 x ハドノクラキノ大キサデアレバヨイカ。
- (七) ソノ絕對誤差ガ千分ノ一以下ニナルタメニハ, x ハドノク
ラキデナクテハナラナイカ。

(八) $(1+x)(1+y)$ ノ値トシテ $1+x+y$ ヲ用ヒタトキノ絕對誤差
及ビ相對誤差ヲ次表ニ記入シテ比較セヨ。

$x \backslash y$	1	0.5	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
1							
0.5							
0.1							
0.05							
0.01							
0.005							
0.001							

(九) 第十一問ノ裝置ヲ改装シテ, B/OB ヲ O ヲ中心トシテ回轉
シ得ル鏡トシ, コレニ映ル QP 上ノ目盛ヲ望遠鏡 Q デ見テ AB ノ長
サヲ測ルヤウニ工夫シタイ。上ノ目盛ハドンナニシタラヨイカ。第
十一問ニ倣ツテ研究セヨ。



- (十) 次ノ數ヲ小數第三位マデ計算セヨ。
- (イ) $(1.0001)^2$ (ロ) $(2.01)^2$
- (ハ) $(6.001)^2$ (ニ) $(2.002)^2$
- (ホ) $(0.99)^2$ (ヘ) $(0.993)^2$

- (ト) $(1.99)^n$ (チ) $(3.97)^n$
- (リ) $(4.996)^n$ (ス) $(1.002)^n$
- (一) (イ) $(1+x)^n$ と $1+nx$ とノ差ガ千分ノ一以下ニナルタメニハ x ハドノクラキノ大キサナラヨイカ。 $n=1, 2, 3, 4, \dots$ ニ對シテ研究セヨ。
- (ロ) $x=0.1$ ノトキ $(1+x)^n$ と $1+nx$ とノ差ハ、上ノ n ニ對シドシテ變ルカ。圖ニ書イテ研究セヨ。
- (ハ) $x=0.01$ ノトキハドウデアアルカ。マタ $x=0.001, 0.0001, \dots$ ノトキハドウデアアルカ。

第二節 微分

(一) 變化率

第一問 下表ハ飛行機カラ投下シタ物體ノ落下経路ヲ示ス。

時間 (秒)	水平距離 (米)	鉛直距離 (米)
0.000	0.0	0.0
1.000	30.0	5.0
2.000	59.5	19.5
3.000	89.5	44.0
4.000	119.5	78.0
5.000	149.5	122.0
6.000	179.0	175.5
7.000	208.5	238.5

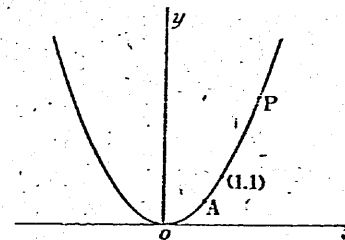
- (イ) 上表カラ時間ト水平距離、時間ト鉛直距離ノ關係ヲ示ス圖ヲ書ケ。
- (ロ) 最初ノ一秒間ノ水平距離ノ變化、鉛直距離ノ變化ハ何程デア

- アルカ。コノ間ノ水平、鉛直兩方向ニ於ケル平均ノ速サハ何程デアアルカ。
 - (ハ) 第二秒間ニ於テ(ロ)ト同様ニ考察フセヨ。
 - (ニ) 第三秒間ニ於テハドウデアアルカ。
 - (ホ) (ロ)、(ハ)、(ニ) デ求メタ値ハ圖ノ上デハ何ヲ表スカ。
 - (ヘ) 圖ノ上デ t ガ 1 秒カラ 1.5 秒ニナル間ノ水平、鉛直兩方向ニ於ケル平均ノ速サヲ求メヨ。
 - (ト) 1 秒—1.1 秒ノ間ノ平均ノ速サハドウデアアルカ。
 - (チ) 1 秒—1.05 秒ノ間ノ平均ノ速サハドウデアアルカ。
- 第二問 真空中ヲ落下スル物體ハ、動き始メテカラ t 秒間ニ s 米落チルトスレバ次ノ關係ガアル。

$$s = 4.9t^2$$

- (イ) コノ關係ヲ圖ニ書ケ。
- (ロ) a 秒カラ $(a+h)$ 秒ノ間ニ落チル距離ト、ソノ間ノ平均ノ速サトヲ求メヨ。
- (ハ) $a=2$ ノトキ、 $h=1, 0.1, 0.01, 0.001, \dots$ ニ對スル(ロ)ノ速サヲ求メ、ソレハ圖ノ上デハ何ヲ表シテキルカラ説明セヨ。
- (ニ) a ニ比ベテ h ガ段々小サクナツテ行クト(ロ)ノ速サハドウナニナルカ。

第三問 右圖ハ拋物線 $y=x^2$ フ表ス。



- (イ) 點(1,1)ト $P(x, y)$ トヲ結ブ直線ノ勾配ヲ求メヨ。
- (ロ) $x=1.1, 1.01, 1.001, 1.0001, \dots$ ノトキ、コ

ノ勾配ハドウ變ルカ。

(ハ) $x=0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, \dots$ ノトキ, y ノ勾配ハドウ變ルカ。

(ニ) コレ等ノ値ハ圖ノ上デハ何ヲ表スカ。

(ホ) 曲線上ノ點 $A(a, b)$ ト $P(x, y)$ トヲ結ブ直線ノ勾配ニ關シ, P ガ曲線上ヲ A ニ近ヅクトキ, ソノ變化ヲ考察セヨ。

第四問 正方形ノ面積ヲ求メルタメニ, ソノ邊ヲ測ツテ a 尺ヲ得タ。ソノ測定誤差ノ限界ハ a 尺デアルトスル。

(イ) コノ正方形ノ一邊ノ長サヲ示ス不等式ヲ書ケ。

(ロ) コノ正方形ノ面積ノ値トシテ a^2 ヲ用ヒタトキノ誤差ノ限界ヲ示ス不等式ヲ書ケ。

(ハ) 實際ニハ誤差ノ限界ヲ示ス値トシテ何ヲ用ヒルノガヨイト思フカ。

(ニ) 邊ノ測定値ノ誤差 a ニ對スル面積ノ測定誤差((ロ),(ハ)ノ場合ニ就テ考察セヨ)ノ比ハ何程デアルカ。

(ホ) 正方形ノ一邊ノ長サトソノ面積トノ關係ヲ示ス圖ヲ書キ, ソノ圖上ニ於ケル(ニ)ノ意味ヲ説明セヨ。

第五問 人口増加率トハ何ヲ意味スルカ。

右表ハ我が國人口ノ變化ヲ示スモノデアル。

コレニツイテ人口増加率ヲ求メヨ。次ニコノ表ヲ圖ニ表シ, 人口増加率ハ圖ノ上デ何ヲ示サレルカヲ考ヘヨ。

年 度	人口(千人)
大正元年	52167.0
2	52917.6
3	53675.7
4	54445.2
5	55235.0
6	56057.1
7	56902.9
8	57783.2
9	58695.0
10	59737.3
11	59755.8
12	59481.5
13	59175.9
14	59736.8
昭和元年	60321.6
2	61516.5
3	62122.2
4	62938.2
5	64400.0
6	65366.5
7	66296.0
8	67288.6
9	68194.9
10	69254.1
11	70582.2
12	71252.3
13	72222.7

第六問 右表ノ平塚行八二五列車ノ走リ方ハ區間ニヨリ大分遲速ガアル。

ソノ變化ノ率ヲ求メテ比較セヨ。

又上表ヲ圖ニ表シテ, コノ變化率ハ圖ノ上デハ如何ナル意味ヲ有スルカヲ考ヘヨ。

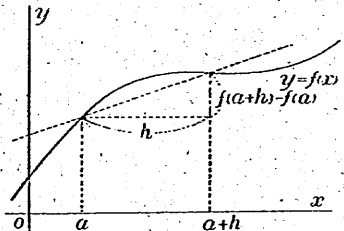
列車番號	行 程	〇	〇	二	四	四	五	五	五
		九	二	四	二	六	四	九	六
先	東 新 品 横 大 藤 辻 茅 平	發	橋	川	濱	船	澤	堂	ヶ 塚
着	發	着	發	着	發	着	發	着	發
八	平	一	一	一	一	一	一	一	一
二	塚	六	六	六	六	七	七	七	七
五		〇	一	二	四	〇	〇	一	二

以上ノ諸例ヲ見タヤウニ, 系列ノ變化ヲ考察スルノニ, 變化率ヲトツテ見ルコトハ多クノ場合ニ有效デアル。

或ル函數 $f(x)$ ガアルトキ, x ノ變化ニ伴フコノ函數ノ値ノ變化ノ模様ヲ見ルニハ, x ノ色々ノ値ニ於ケル函數値ノ變化率ヲ見ルトヨイ。即チ x ガ a カラ $a+h$ ニ

變化シタトキノ變化率,

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \dots\dots (1)$$
 ノ大小ヲ見ルコトガ歴々有效デアル。



トコロガ(1)式ノ値ハ a ト h トノ二ツノ値ニヨツテ定マルカラ, ソノ大キサガドノ位デアルカ判定シ難イ。他方上例ヲ見タヤウニ $h \rightarrow 0$ ノトキノ(1)式ノ極限值ハ, a ノミノ値ヲ定マルト共ニ, コレ自身モ亦色々實際的ニ大切ナ意味ヲ持ツ。特ニ h ノ値ガ充分小サイトキハ(1)式ノ値ハ大體コノ極限值ニ等シイノデ, (1)式ノ値ノ研究ニモ役立つ。

(二) 微分係数と導函数

第七問 $f(x)=x^2$ デアルトキ

(イ) $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ (1)

ヲ簡單ニセヨ。

(ロ) $a=1.5$ ナラバ (1) 式ノ値ハ幾ヲトナルカ。

(ハ) (イ), (ロ) ニ於テ, $h \rightarrow 0$ ナラ (1) 式ハドウナルカ。

(ニ) $y=x^2$ ノ圖ニツイテ (イ), (ロ); (ハ) ノ意味ヲ説明セヨ。

第八問 $f(t)=4.9t^2$ トシテ, 前問ニ倣ヒ (1) 式ニツイテ研究セヨ。但シ $a=2.5$ トスル。

第九問 $f(x)=x^2$ トシ, $a=1$ トシテ (1) 式ニツイテ研究セヨ。

(1) 式ハ $f(x)$ ガ具體的ニ定マレバ多クノ場合簡單ナ式ニ計算スルコトガデキル。コノ式ニ於テ $h \rightarrow 0$ ナラシメタトキ, ソノ式ガ a ノ値ガ何デ定マル一定ノ値ニ向カツテ變ツテ行クナラバ, ソノ極限ノ値ヲ a ニ於ケル $f(x)$ ノ微分係数トイヒ, $f'(a)$ ト云フ記號デ表ス。

第十問 微分係数ハ $y=f(x)$ ノ圖ノ上デハドンナ意味ニ解ラレルカ。

第十一問 次ノ函数ニ對シ, a ニ於ケル微分係数ヲ求メヨ。

(イ) $f(x)=x^2$, (ロ) $f(t)=4.9t^2$, (ハ) $f(x)=x^2$

又次表ノ a ノ値ニ對スル微分係数ヲ記入セヨ。

a	0.1	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	5
(イ)										
(ロ)										
(ハ)										

第十二問 前問ノ數表ヲ圖表ニ表シ a ノ色々ナ値ニ於ケル微分係数ノ圖表ヲ得ヨ。

各ノ x ノ値ニ對シテ微分係数ハ値ガ定マルカラ, コレハ x ノ函数デアル。コレヲ x ノ導函数ト呼ビ $f'(x)$ デ表ス。 $f(x)$ カラ $f'(x)$ ヲ求メルコトヲ微分スルトイフ。

導函数ノ値ガ微分係数デアルカラ, 以下專ラ導函数ニツイテ考ヘルコトニスル。

第十三問 $f(x)$ ガ次ノ函数デアルコトキソノ導函数 $f'(x)$ ヲ記セ。

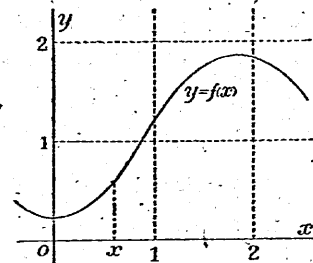
(イ) x^2 , (ロ) πx^2 , (ハ) x^3 , (ニ) $\frac{4}{3}\pi x^3$, (ホ) $\frac{1}{x}$

(三) 圖ニヨル微分法

$f(x)$ カラ $f'(x)$ ヲ求メルコトハ, 式ノ上ノ計算デハ $f(x)$ ノ式ガ實際ニ與ヘラレネバ不可能デアル。且ツ又實際ニソノ式ガ與ヘラレテモ, 必ズシモ容易ニソレガ求メラレルトハ限ラナイ。トコロガ圖ノ上デハ $f(x)$ ノ圖ガ與ヘラレレバ, ソレカラ $f'(x)$ ノ圖ヲ求メルコトハ可能デアル。

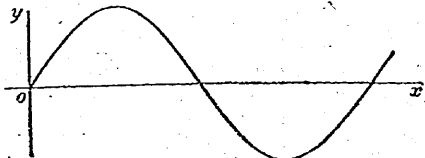
第十四問 $f(x)$ ノ圖ニ於テ, $x=a$ ニ於ケル $f'(x)$ ノ値 $f'(a)$ ハドンナ量ヲ表スカ。

第十五問 右ノ函数 $f(x)$ ノ圖デアル。圖ニ示シタ x ニ於ケル $f'(x)$ ノ値ハ何程デアルカ。色々ナ求メ方ヲ工夫シ, 特ニ多クノ點ニ於ケル $f'(x)$ ノ値ヲ求メルノニ便利ナ方法ヲ案出セヨ。



第十六問 $y = \frac{4}{3}\pi x^3$ の図ヲ用ヒテ y' ノ圖ヲ書ケ。(函數ヲ y デ表シタトキニハ導函數ヲ y' デ表スコトモアル。)

第十七問 右圖ハ正、弦曲線 $y = \sin x$ ノ圖デアル。圖ノ上デ y' フヲ求メヨ。



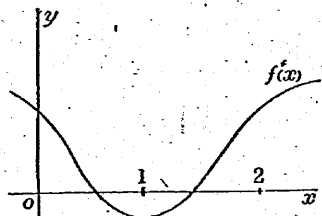
(四) 増減, 極大・極小

第十八問 x ノ増加ト共ニ $f(x)$ ノ値ガ増加シテ行クトキ之ヲ増加函數トイフ。増加函數ノ圖ノ特徴ヲイヘ。又コノコトヲ式デ表セ。

第十三問ノ諸例ニツイテコノコトヲ考察セヨ。

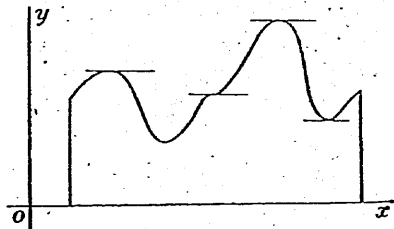
第十九問 $f(x)$ ガ増加函數デアルトキニ, ソノコトガ $f(x+a)$, $af(x)$, $f(ax)$ 及ビ $f(x)$ ノ圖ニハドシテナニ反映スルカ。

第二十問 右圖ハ $f(x)$ フヲ示ス。 x ノ増加ト共ニ $f(x)$ ガ増加スル區間, 減少スル區間ヲイヘ。



第二十一問 $f(x)$ ノ値ガ 0 トナル x ノ値ノ附近ニ於ケル $f(x)$ ノ圖ハドシテナニナツテキルカ。

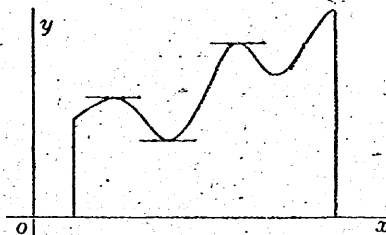
第二十二問 右圖デ $y = f(x)$ ガ示サレル場合ニ, y ガ最大トナル點ヲ



求メルニハドノヤウナ點ニ就テ調べバヨイカ。又最小トナル點ヲ調べルニハドウデアアルカ。

第二十三問 全體ノ區間

内デハ最大デナクテモ, ソノ近所ダケデハ最大ナルトキ(ソノ點ガ端トナラナイヤウニ適當ナ小區間ヲトル, ソノ中デハ最大ニナル



トキ)ソノ點デ y ハ極大ニナルトイヒ, ソノトキノ y ノ値ヲ極大値トイフ。コレニ倣ツテ極小・極小値ノ定義ヲ述ベヨ。

$f(x)$ ガ區間 $a \leq x \leq b$ デトル値ノ中, 最大ナル値ヲソノ區間内デノ最大値, 最小ナル値ヲソノ區間内デノ最小値トイフ。

第二十四問 極大値・極小値及ビ最大値・最小値ヲ求メルニハドウスレバヨイカ。

練習問題

(一) 半径 r ノ圓板ガ熱ノタメ膨脹シテ半径ガ $r+h$ ニナツタ。面積ヘノ影響ハドウデアアルカ。 h ガ r ニ比シテ極メテ小ナルトキハ何程ト考ヘテヨイカ。

(二) 一邊 l ノ立方體ガ磨滅シテ一邊ノ長サ $l-h$ ノ立方體トナツタコノトキノ體積ノ微小變化ハ何程デアアルカ。

(三) 球ノ半径ガ r カラ $r+h$ ニ變化シタ。 h ガ r ニ比シテ微小ナルトキハコノ影響ハ何程ト考ヘテヨイカ。ソノ表面積及ビ體積ヘノ影

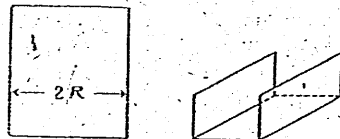
變ハ何程ト見テヨイカ。

- (四) (イ) $f(x)=x^2$ ノ圖ヲ書ケ。
- (ロ) x ノ色々ナ値ニ對スル $f(x)$ ノ値ヲ圖ノ上デ求メヨ。
- (ハ) (ロ) デ求メテ値ヲ用ヒテ $f'(x)$ ノ圖ヲ書ケ。
- (五) $y=\frac{1}{x}$ ニツイテ前問ト同様ナ考察ヲ行ヘ。
- (六) 第十三問ノ $f(x)$ ニツイテ $f'(x)$ ノ圖ヲ書ケ ($0 \leq x < 2$)。
- (七) x ノ増加ニ伴フテ $f(x)$ ノ値ガ減少スルトキ之ヲ減少函數デアルトイフ。減少函數ニ就テ第十八問ト同様ノ考察ヲセヨ。
- (八) 下ノ點ニ於テモ $f'(x)$ ノ値ガ 0 トナルヤウナ函數 $f(x)$ ヲ求メヨ。

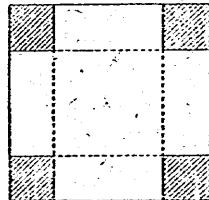
第三節 微分法

(一) 式ニヨル微分法

第一問 2尺ノ幅ノアルブリキヲ圖ノヤウニ曲ゲテ水ヲ流ス樋ヲ作ルノニ、ドンナニ曲ゲルト最大量ヲ流スコトガデキルカ。色々ナ方法デ解イテ見ヨ。



第二問 一辺一尺六寸ノ正方形ノ板ガアル。コノ四隅ヲ切り落シテ上開キノ箱ヲ作りタイ。ソノ容積ヲ最大ニスルニハ何程切り落ストヨイカ。



コノヤウナ問題ハ圖ノ上デモ解ケルガ、

ソレデハ餘リ精確ナ値ハ得ラレナイ。

第三問 $y=2x(1-x)$ ノ圖ヲ書キ、 y' ノ値ガドンナニ變ルカラ調ベヨ。又 y ガ最大ニナル點ニ於ケル y' ノ値ヲ調ベヨ。

第四問 $y=4x(3-x)^2$ ノ圖ト、 y' ノ圖トヲ書キ、 y ガ最大トナル x ハ他ノ値ト如何ニシテ區別デキルカラ考察セヨ。

第五問 式ノ上デ第三問、第四問ノ y ヲ最大ニスル x ノ値ヲ求メルニハドウシタラヨイカ。

函數ノ變化ヲ調べタリ、極大・極小ヲ求メタリスルニハ $f'(x)$ ノ値ヲ計算スル工夫ヲシナクテハナラナイ。コレニ於テ、圖ニヨル微分法ノツノ缺點ハ精密ナ事ガ判リ難イトイフ點デアル。式デノ取扱ヒハコノ缺點ヲ補フ。從ツテ $f(x)$ ガ簡單ナ式デ表サレルトキニハ式デ取扱フノガヨイ。

(二) 累乗及ビ多項式ノ微分法

第六問 $h \rightarrow 0$ ノトキ次式ハドウナルカ。

(イ) $\frac{(x+h)^4 - x^4}{h}$ (ロ) $\frac{(x+h)^5 - x^5}{h}$

第七問 x^2 ヲ微分セヨ。

第八問 $\frac{x^3}{3}$, $\frac{x^4}{2}$, $\frac{5}{3}x^5$, ax^3 , $3x^2$, mx^2 ヲ微分セヨ。

第九問 $af(x)$ ヲ微分シタモノト、 $f(x)$ ヲ微分シタモノトノ間ニハドンナ關係ガアルカ。

第十問 $h \rightarrow 0$ ノトキ $\frac{[(x+h)^2 + (x+h)] - (x^2 + x)}{h}$ ハドウナルカ。

第十一問 $h \rightarrow 0$ ノトキ $\frac{(x+h)^2 - x^2}{h} + \frac{(x+h) - x}{h}$ ハドウナルカ。

第十二問 $f(x)+g(x)$ ヲ微分シタモノハ、 $f(x)$, $g(x)$ ヲ夫々微分シ

★モノトドンナ關係ニアルカ。

第十三問 $f(x)-g(x)$ フ微分スルニハドウシタラヨイカ。

第十四問 $af(x)+bg(x)$ フ微分スルニハドウシタラヨイカ。

第十五問 $y=x-2x^2+x^3$ フ微分セヨ。

第十六問 $y=x(1-x)^2$ フ微分セヨ。

第十七問 (一)ノ第四問ノ函數 $y=4x(3-x)^2$ フ微分セヨ。圖ノ上
デノ研究ト比較セヨ。

第十八問 $y=(1-x)(1+x)^2$ フ微分セヨ。

(三) ソノ他ノ函數ノ微分法

圖ニヨル微分法ヲ見タヤウニ、

$$y = \frac{1}{x} \text{ ノトキハ } y' = -\frac{1}{x^2}$$

コレハ「 $y=x^{-1}$ ノトキハ $y'=(-1) \times x^{-2}$ 」トモ書ケル。

又「 $y=\sin x$ ノトキハ $y'=\cos x$ 」デアルコトモ見タ。

第十九問 $y=\cos x$ ノトキ y' フ圖ニヨツテ求メヨ。 $y=\sin x$ ノ圖
ト $y=\cos x$ ノ圖トヲ比較シテ求メヨ。

第二十問 $\sin x + \cos x$ フ微分セヨ。

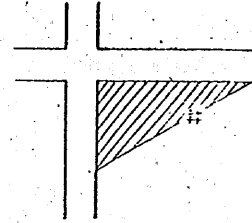
第二十一問 $y=\sin x + \cos x$ ノ圖ヲ書キ、 y' ノ符號ノ變化ト圖ノ
増減トヲ比較考究セヨ。

(四) 色々ナ問題

第二十二問 百本ノ棒ヲ三尺オキニ立テテ矩形ノ牧場ヲ圍ヒ度
イ。

コノ牧場ノ各邊ヲ何尺ニスルト面積ガ最モ廣クナルカ。

第二十三問 街角ヲ切取ツテ、圖ノ位
置ニアル井戸ガ往來カラ使用デキルヤウ
ニシタイ。ドンナニ切取ルト切取ル部分
ノ面積ガ最小デスルカ。



第二十四問 半径ノ變化スル圓ノ面積
ノ變化率ハ圓周ノ値ニ等シイコトヲ示セ。

又球ノ體積ノ變化率ニツイテハドウデアルカ。

第二十五問 縦六寸、横四寸ノ矩形ノ四隅ヲ切落シテ最大容積ノ
箱ヲ作ルニハ何程切落セバヨイカ。

第二十六問 五石入りノ圓筒狀防火用水桶ヲ作ルコトニナツタ。
ソノ形ヲドンナニ設計シヨウカ。但シ蓋ナシトスル。

(五) 運動スル點

第二十七問 汽車ガ眼前ヲ通り過ギル。左方十米ノ點カラ右方十
米ノ點ノ間ヲ通過スル速サトイフノハドンナ量デアルカ。

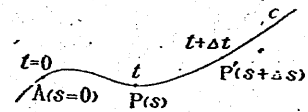
第二十八問 驛ト驛トノ中程ニ於ケルヤウニ汽車ガ一定ノ速サデ
走ツテキルトキニハ、眼前ヲ通過スル「瞬間ノ速サ」ハ簡單ニ計算
デキルガ、驛ノ步廊ニ立ツテ到着スル汽車ヲ迎ヘテキルトキニハサ
ウハイカナナイ。コノトキノヤウニ刻々速サノ變ル場合ニ、或ル「瞬
間ノ速サ」ヲ表ス値ハドウシテ計算スレバヨイカ。

點Pハ線c上ヲ動イテキル。時

間ハAニアルトキガラ測リ始メ、

t秒後ニハ距離AP=sダケ進ンテ

Pニアルトスル。Pノ動キカタガ定マツテキルナラバ、



$$s=f(t)$$

ソレカラ Δt 秒後ノ位置ヲ P' トシ、弧 PP' ノ長サヲ Δs トスレバ、
 $s+\Delta s=f(t+\Delta t)$

$$\therefore \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t} \dots\dots\dots (1)$$

第二十九問 コノ運動ニ於テ $\Delta t=0.1, 0.01, 0.001$ ノトキノ (1) ノ右邊ハ何ヲ意味スルカ。

第三十問 $\Delta t \rightarrow 0$ ノトキ $\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}$ 即チ $f'(t)$ ノ意味ヲ何デアルトイツタラヨイカ。

$\Delta t \rightarrow 0$ ノトキノ $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ ノ極限值ヲ $\frac{ds}{dt}$ ト記ス。

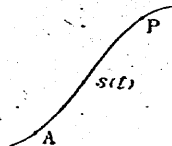
$$\text{故ニ } \frac{ds}{dt} = f'(t)$$

第三十一問 $y=x^3-3x+1$ ノトキ $\frac{dy}{dx}$ ヲ書ケ。

第三十二問 地上高サ二千米ノ所カラ初速毎秒二十米デ鉛直方向ニ投下サレタ物體ハ t 秒後ニハ、 $s=20t+5t^2$ (米) グケ落下スル。地上ニ到着スルトキノ速サハ何程デアルカ。

第三十三問 汽車ガ段々速ク走り出シタ。速サノ加ハツテ行く都合、即チ速サノ變化率ヲ加速度トイフ。時刻 t ノトキノ速サガ $v(t)$ デアルトキ加速度ハ何デ表サレルカ。

第三十四問 一直線ヲ運動シテキル點 P ガアル。時刻 t ノトキ A カラ $s(t)=acost$ ノ位置 P ニアルトキ、コノ動點ノ P 於ケル速サト加速度トヲ求メヨ。



第三十五問 導函數 $\frac{dy}{dx}$ ヲ微分シタモノヲ $\frac{d^2y}{dx^2}$ デ表シ、 $\frac{d^2y}{dx^2}$ ヲ微分シタモノヲ $\frac{d^3y}{dx^3}$ デ表ス。 $y=x^3$ ノト

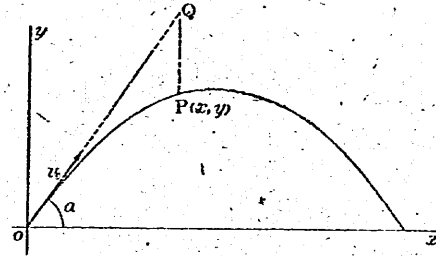
$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}$ ヲ求メヨ。

第三十六問 真空中デ物體ヲ自由ニ落下サセルト加速度一定ノ運動ヲスル。コノ運動ヲ式デ表セ。

第三十七問 $\frac{dv}{dt}=g$ (一定) トナルヤウナ函數 $v(t)$ ヲ求メヨ。

第三十八問 $\frac{ds}{dt}=gt$ トナルヤウナ函數 $s(t)$ ヲ求メヨ。

第三十九問 初速 v_0 投角 α デ投ゲ出シタ球ハ、若シ重力ノ作用ガナケレバ OQ 上ヲ等速運動スル。重力ノ影響ヲ考ヘニ入レルト曲線 OP ヲ



書ク (空氣ノ抵抗ハナイモノトスル)。球ノ座標ヲ x, y トスレバ、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -g \end{aligned} \right\} \text{(師範物象本科用一、第四章、第一節参照)}$$

- (イ) x, y ヲ夫々 t ノ函數トシテ表セ。
- (ロ) $t=0$ ノトキ球ガ原點ニアルトイフコトハ、式ノ上ニドシテニ反映スルカ。
- (ハ) $t=0$ ノトキノ速サガ v_0 デアルトイフコトハ、式ノ上ニドシテニ反映スルカ。
- (ニ) コノ曲線ク x, y 間ノ方程式ヲ得ヨ。
- (ホ) 最高點ニ達スルノハ、 t ガ何程ノトキデアルカ。
- (ヘ) ソノトキノ高サヲ求メヨ。

- (ト) 再び地上ニ落下スルノハ、Oカラ何程ノ地點デアルカ。
 (チ) デキルダケ遠クニ遠セシメルニハ投角ウ何度ニスルトヨイカ。

練習問題

- (一) (イ) $\frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \frac{2\cos(x+\frac{h}{2})\sin\frac{h}{2}}{h}$ カラ、 $\sin x$ ヲ
 微分スルト $\cos x$ トナルコトヲ證明セヨ。(h→0ノトキ $\frac{\sin h}{h} \rightarrow 1$
 =近づくコトヲ用ヒヨ。)
 (ロ) $\frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$ カラモ同様ヲ考察セヨ。
 (二) 電燈ニ照サレテ床上ニ投ズル人間ノ影ノ長サハ、ソノ人ガ
 歩ムニツレドシナ變リ方ヲスルカ。
 (三) (二)ニ於ケル人ノ速サト頭ノ影ノ速サトノ間ニハ、ドシナ
 關係ガアルカ。
 (四) 一定量ノブリキヲ用ヒテ、高サ一定ノ石油罐(直方體トス)
 ヲ作ルニハ、底面ヲドシナ形ニスルトソノ容積ガ最大トナルカ。
 (五) 對水速度 u ノ三乗ニ比例シテ燃料ヲ消費スル汽船デ、流速
 c ノ河ヲ溯ルニハ何程ノ速サヲ出スノガ最モ燃料ノ經濟トナルカ。
 ($v = u - c$ ヲ變數ト考ヘテ取扱フガヨイ。)
 (六) 眞上ニ投ゲ上ゲタ或ル物體ハ、投ゲタ後 t 秒ノトキ投ゲ上
 ゲタ點カラ $s = 100t - 5t^2 - 0.5t^3$ (米) ノ高サニアル。二十秒後ノコノ
 物體ノ速サヲ問フ。
 (七) 單振動ノ加速度ハ中心カラノ移動距離ニ比例スルコトヲ示
 セ。

(八) 蔓巻ハネデ重錘ヲ釣り下ゲタ運動ハ單振動デ
 アルトシテ、静止ノトキノ長サト、或ル時刻ニ於ケル長
 サトノ差(伸ビ又ハ縮ミ)ハ、力ニ比例スルコトヲ示セ。

(九) 半径 r ノ圓周上フ一定ノ速サ v デ運動スル點ニ
 ツイテ考ヘル。

$t=0$ ノトキ A ニアリ、 t 秒後ニ P ニアルトスル。

(イ) x, y ヲ ω デ表セ。又 v デ
 表セ。

(ロ) 分速度 $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$ ヲ求メヨ。

(ハ) 加速度ノ成分 $\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}$ ヲ
 求メヨ。

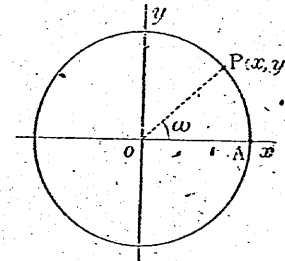
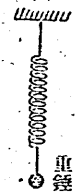
(ニ) $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$ ヲ (ロ)
 カラ計算セヨ。

(ホ) $\frac{dy}{dt} : \frac{dx}{dt}$ ヲ計算シ、且ツソノ意味ヲ説明セヨ。

(ヘ) $\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$ ヲ計算シ、何ヲ表スカライヘ。

(ト) $\frac{d^2y}{dt^2} : \frac{d^2x}{dt^2}$ ヲ求メ、ソノ意味ヲイヘ。

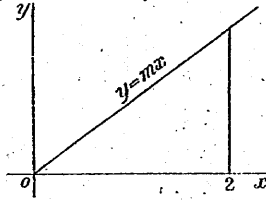
(チ) 師範物象本科用一、133 頁ノ結果 $f = m \frac{v^2}{r}$ ヲ得ヨ。



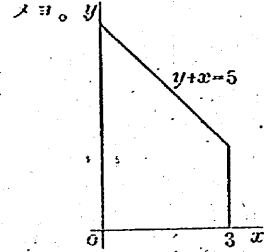
第四節 積分

- (一) 曲線下ノ面積(圖ニヨル求メ方)

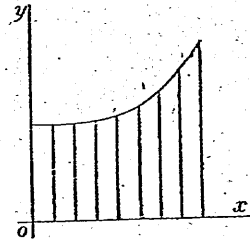
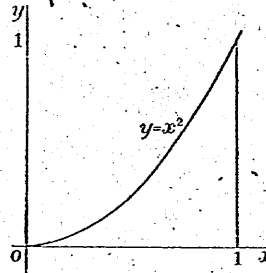
第一問 (イ) 下圖ノ直角三角
形ノ面積ヲ求メヨ。



(ロ) 下圖ノ梯形ノ面積ヲ求
メヨ。



第二問 下ノ左圖ハ $y=x^2$ ノ圖ヲ表ス。 $y=x^2$ ト x 軸及 $x=1$ ノ
包ム部分ノ面積ヲ求メヨ。



第三問 曲線ノ部分ノ方程式ハ不明デアアルガ、ソノ圖ガ上ノ右ノ
ヤウニ與ヘラレテキルトキ、コノ影ヲツケタ部分ノ面積ヲ求メヨ。

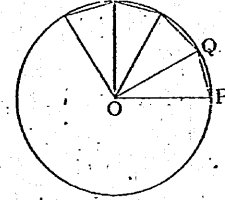
上ノ第一問、第二問ニ見ルヤウニ、特別ナ曲線ノ場合ニハソレニ
應ジテ面積ヲ計算スル特別ナ工夫ガアル。然シ常ニソノヤウナ都合
ノヨイ特別ナ曲線ノ場合ノミニ接スルトハ限ラナイ。ソレニシテモ
一般ニ第三問ノトキノヤウニ、曲線ノ圖ガ判ツテキルナラ面積ハ求
メ得ルハズデアアル。

第四問 圓ニ内接スル正多角形ノ面積

ヲソノ周ト半徑トデ表セ。

ソノ計算デハドンナ仕事ヲドンナ順序
ニ行ナツタカラ反省セヨ。

正多角形ノ邊數ガ段々増ストソノ値ハ
ドウナルカ。



第五問 圓ノ面積ヲ求メルノニ、圖ノヤウニ紐ヲ卷イテ圓ヲ覆ヒ

ソレヲ延シテソ

ノ長サラ測ツテ

求メル方法ガア

ル。

渦卷ノ代リニ

ニ卷キノ同心圓

ヲ用ヒルノモヨ

ク工夫デアアル。次ニコノ仕方ニツイテ考ヘルコトニスル。

(イ) 紐ノ直徑ガ d デアルトスレバ、 d ハ n ト圓ノ半徑 r トデ如
何ニ表サレルカ。

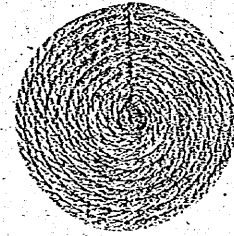
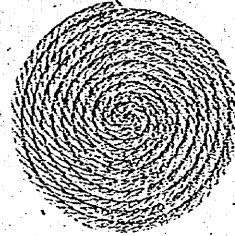
(ロ) 一番外ノ紐ノ輪ノ部ノ面積ハ何程カ。

二番目ノ紐ノ輪ノ部ノ面積ハ何程カ

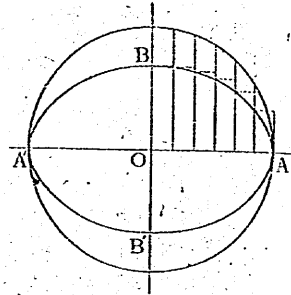
.....
 n 番目ノ紐ノ輪ノ部ノ面積ハ何程カ

(ハ) 全部ノ紐ノ部ノ面積ハ何程カ。

(ニ) n ヲ段々増シ(細イ紐デ測ルコトニシ)テ行ケバ、ソノ値ハ
ドウナルカ。



第六問 楕圓ノ面積ヲ考ヘルノニ、圓ノ面積ガ判ツテキルカラ楕圓ヲ圓ニ關係ツケテ考ヘルヤウニスル。右圖カラ楕圓ト圓トノ面積ノ關係ヲ考ヘ、長半徑、短半徑ガ夫々 a, b ナル楕圓ノ面積ヲ求メヨ。第四問デ圓ノ面積ヲ小扇形 OPQ ノ和ト考ヘタノニ比シテ、コノトキハ楕圓ノ面積ヲドンナモノノ和ト考ヘタコトニナルカ。



複雑ナ曲線デ圍マレタ部分ノ面積ヲ求メルノニ、ソノママデハ手ガツカナイトキニハ次ノヤウナ工夫ヲスル。

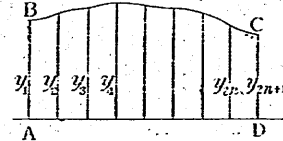
- (イ) 先ヅ適當ニ之ヲ n 箇ノ部分ニ細分シ、
 - (ロ) 細分シタ部分ニツイテハ、コレヲソノ面積ガ計算シ易イ近似圖形デ代用シテソノ面積ヲ計算スル。
 - (ハ) ソノ細分シタモノノ近似圖形ノ面積ヲ積ミ上ゲテソノ總和ヲ求メ、
 - (ニ) 最後ニ細分ノ度ヲ高メルコトニヨツデ、近似圖形ヲ用ヒタコトニヨル誤差ヲ段々薄メテ行キ、
 - (ホ) 遂ニ n ガ限り無ク大トナツタトキノ極限ヲ考ヘルコトニヨリコノ總和ノ極限値トシテ求メル値ヲ算出シヨウトスルノデアル。
- 上ノ諸例デ暗示シタコノ一般的方法ハ、實ニ近代數學ノ生シダ至妙ナル工夫ノツデアル。

第七問 (イ) 上ノ第四問、第五問、第六問デ見タ圖形ノ細分法ノ他ニ考ヘツイタ細分法ガアレバ云ツテ見ヨ。

- (ロ) コレ等ノ細分法ノ特徴ヲ考察シ、夫々ドンナ場合ニ適用スルヲ可トスルカラ違ベヨ。
- (ハ) コレ等ノ細分法ノ中デドレガ一番多クノ場合ニ適用シ易イト思フカ。

曲線ガ直交軸ニヨル方程式デ與ヘラレタトキニハ、第六問ノ方法ガヨイ。測量デ行フ垂線法モ亦コレデアル。

第八問 ABCD ノ面積ヲ求メルノニ、ADヲ $2n$ 等分シ、各分點ヲ通ツ



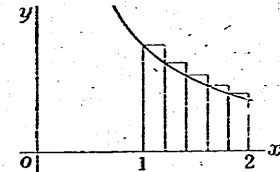
テ圖ノヤウニ垂線ヲ引イテ細分シ、細分シタ各部ヲ梯形ト見做シテコノ面積ヲ計算シテ見ヨ。

$$n=4, h = \frac{AD}{2n} \text{トセヨ。}$$

第九問 コノ方法デ曲線 $y = \frac{1}{x}$ ト $x=1, x=2$ 及ビ x 軸デ包ム部分ノ面積ヲ小數第三位マデ求メヨ。

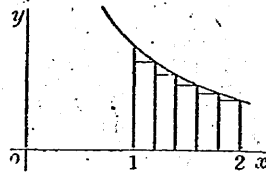
$n=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ノ場合ヲ試ミヨ。

第十問 第九問ノ計算ヲスルノニ下圖ノヤウニ、 $1 \leq x \leq 2$ ノ區間ヲ n 等分シ、等分點ヲ通ツテ引イタ縦線ニヨル細長イ矩形(面積ノ最モ計算シ易イ圖形)ノ集リカラナル階段狀ノ圖形ヲ以テ近似シテ求メテ見ヨ。



$n=2, 3, 4, \dots, 20$ トシテ試ミ、第九問ノ結果ト比較セヨ。

第十一問 若シ第九問ノ計算ヲスル
 ノニ、右圖ニ示スヤウナ階段曲線デ近
 似シテ求メルトスレバソノ値ハドウナ
 ルカ。矢張り $n=2, 3, 4, \dots, 20$ ニ
 對シテ計算シ、第九問、第十問ノ結果
 ト比較セヨ。



n ガ無限ニ増大シタトキノ細分圖形ノ面積ノ近似値ノ總和ノ極限
 値ガ求メル値デアルガ、實際ニハ上例ニ於テモ見ルヤウニ、細分方
 法並ビニ各部分ノ近似方法ガ工夫宜シキヲ得レバ、 n ハソレ程大デ
 ナクテモソノ總和ノ値ヲ以テ求メル値トシテモ、相當ニ精シイ値ガ
 得ラレルノデアル。

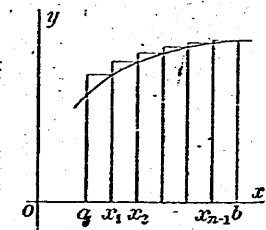
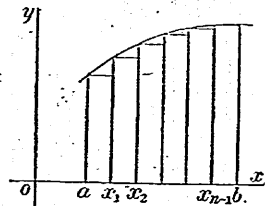
(二) 定積分

一般ニ區間 $a \leq x \leq b$ デ定義セラレテキ
 ル函數 $f(x)$ ガアルトキ、右圖ニ示ス細長
 イ細分矩形ヲ積ミ上ゲタ階段曲線ノ下ノ
 面積ト考ヘラレル値

$$f(a)(x_1 - a) + f(x_1)(x_2 - x_1) + \dots + f(x_{n-1})(b - x_{n-1})$$

ハコノ細分ヲ小ニスレバスル程、圖ニ示
 シタ曲線下ノ面積ニ近ヅク。

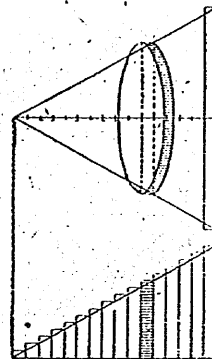
第十二問 右圖ニ示スヤウナ階段曲線
 ノ場合ニハドンナ式ノ値ガ曲線下ノ面積
 ニ近ヅクカ。



第十三問 a, b 間ヲ n 等分シタトキ第十二問ノ式ハドウナルカ。

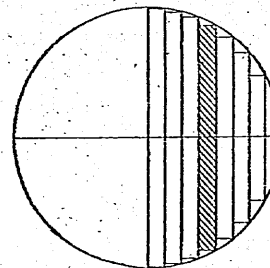
$$\frac{b-a}{n} = h \text{ ヲ用ヒテ書ケ。}$$

第十四問 底面ノ半徑 r 、高サ h ナル圓錐
 ノ體積ヲ求メルニハ、底面ニ平行ナ平面デ
 之ヲ厚サ h ノ薄板ニ細分シ、コノ細分シタ
 各、ノ薄板ヲ夫々圓板デ近似シ、之ヲ加へ
 上ゲテ全體ノ體積ノ算出ヲ企テルコトス
 ル。



- (イ) 各圓板ノ體積ヲ計算セヨ。
- (ロ) ソノ總和ヲ表ス式ヲ求メヨ。
- (ハ) $h \rightarrow 0$ ノトキ (ロ) ノ式ハドウナルカ。ソノトキノ値ヲ求メヨ。

第十五問 高サガ直徑ニ等シイ直圓錐ヲ、軸ニ垂直デ頂點カラノ
 距離ガ二寸ト四寸ナル二平面デ切ツ
 テ出來ル圓錐臺ノ體積ヲ第十四問ノ
 方法ニ倣ツテ求メテ見ヨ。

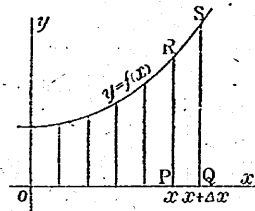


第十六問 球ノ體積ヲ求メルノニ、
 上例ノヤウニ平行平面デ等シイ厚サ
 ノ薄板ニ切り、之ヲ圓板デ近似シテ
 カラ加へ上ゲル仕方デ求メテミヨ。

(三) 微分法ノ利用 (不定積分)

上ノ面積ヤ體積ヲ求メル方法ハ、次ノ考察ニヨツテ既習ノ微分法
 ト連絡サセテ、ソノ手數ヲ簡便ニスルコトガデキル。

$y=f(x)$ ノ圖ノ下ノ面積ハ x ノ函數デアル。之ヲ $S(x)$ トスレバ、



$$\int_{PQ}^RS = S(x+\Delta x) - S(x)$$

故ニ圖ニ於テ次ノ不等式が得ラレル。

$$f(x)\Delta x < S(x+\Delta x) - S(x) < f(x+\Delta x)\Delta x$$

第十七問 $\Delta x \rightarrow 0$ ノトキヲ考ヘルト

コノ不等式ハドウナルカ。

不等式 $f(x) < \frac{S(x+\Delta x) - S(x)}{\Delta x} < f(x+\Delta x)$ ニツイテバドウデアルカ。

第十八問 上ノ $S(x)$ ト $f(x)$ トノ間ニハドンナ關係ガアルカ。

$f(x)$ ヲ知ツテ面積函數 $S(x)$ ヲ求メヨウトスルト、導函數ガ既知デアルトキモトノ函數ヲ求メルコトガ問題トナル。コノヤウナ場合ハ63頁ノ第三十七問、第三十八問デモ見タヤウニ、他ニモ屢々起ルノデアル。

コノヤウニ與ヘラレタ函數 $g(x)$ ガラ、微分スレバソノ導函數ガ $g(x)$ トナルヤウナ新シイ函數 $G(x)$ (コレヲ $g(x)$ ノ積分トイフ)ヲ求メルコトヲ、 $g(x)$ ヲ積分スルトイヒ、

$$G(x) = \int g(x) dx \dots\dots\dots (1)$$

ナル記號ヲ以テ表ス。(\int ヲ積分記號トイフ。)

第十九問 函數 x ヲ積分セヨ。 x ノ積分ト x トノ關係ヲ積分記號ヲ用ヒテ表セ。

第二十問 (イ) x ノ値如何ニカカハラズ常ニ $f'(x)=0$ トナル $f(x)$ ハドンナ函數デアルカ。

(ロ) 常ニ $f(x)=g(x)$ ナラバ、 $f(x)$ ト $g(x)$ トノ間ニハドンナ關

係ガアルカ。

$g(x)$ ヲ積分シタモノガ $G(x)$ ナラバ、 $G(x)+C$ モ亦サウデアル。

コノヤウニ積分ハ不定ノ定數ヲ含ム。コノ定數ヲ積分定數トイヒ、

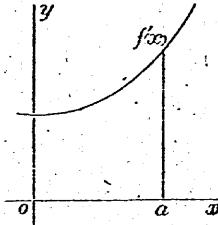
$$\text{關係(1)ヲ、} \quad G(x) = \int g(x) dx + C$$

ノ形ニ表スコトモアル。

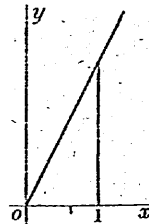
第二十一問 $f(x)$ ノ圖ト $f'(x)$ ノ圖トニ於テ、 $f(x)$ ノ値ハ $f(x)$ ノ圖ニドンナ量トシテ出テキルカ。又 $f(x)$ ノ値ハ $f'(x)$ ノ圖ニ於テドンナ量トシテ現レルカ。

夫々ニ於テ各量ノ表ス意味ヲイヘ。

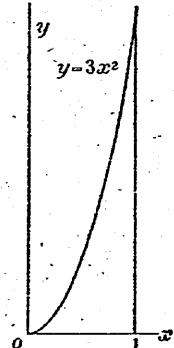
第二十二問 $f(x)$ ヲ知ツテ、右ノ $f'(x)$ ノ圖ト直線 $x=a$ 、 x 軸及ビ y 軸ノ包ム部分ノ面積ヲ求メヨ。



第二十三問 $f(x)=x^2$ ナラバ、 $f'(x)=2x$ デアル。之ニ基イテ $y=2x$ ノ圖ト直線 $x=1$ 及ビ x 軸ノ包ム部分ノ面積ヲ求メヨ。



第二十四問 $f(x)=x^2$ ナラバ、 $f'(x)=3x^2$ デアル。 $y=3x^2$ ノ圖ト $x=1$ 、及ビ x 軸トノ包ム右側ニ示ス部分ノ面積ハ何程デアルカ。上ノ考ヘ方デ求メテ見ヨ。



(四) 定積分ト不定積分

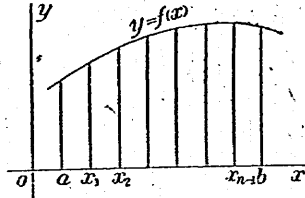
函數 $f(x)$ ニツイテ、

$$\int f(x)dx = F(x)$$

トスレバ、曲線 $y=f(x)$ ノ下ノ
 a カラ b 迄ノ面積ハ、

$F(b)-F(a)$ デ表サレル。コノ値

ヲ $\int_a^b f(x)dx$ ト記シ、 $\int f(x)dx$ ト
區別スルタメニ前者ヲ定積分、後者ヲ不定積分ト呼ブ。



第二十五問 (イ) $\frac{dS}{dx} = f(x)$ デアルトキ積分記號ヲ用ヒテコノ
關係ヲ表セ。

(ロ) $x=a, x=b$ デ挟ム曲線 $f(x)$ ノ下ノ部分ノ面積ヲ $S(x)$ ヲ用
ヒテ表セ。

第二十六問 次ノ積分ヲ求メヨ。

(イ) $\int dx$ ($f(x)=1$ ナルトキコノヤウニ略記スル。)

(ロ) $\int 2x dx$ (ハ) $\int 3x^2 dx$

(ニ) $\int 4x^2 dx$ (ホ) $\int x^n dx$

(ヘ) $\int \cos x dx$ (ト) $\int (1+x) dx$

第二十七問 $\int af(x)dx = a \int f(x)dx$ ヲ證明セヨ。

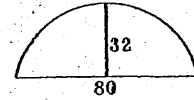
第二十八問 $\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ ナルコトヲ示セ。

第二十九問 $\int [af(x)+bg(x)]dx = a \int f(x)dx + b \int g(x)dx$ ナルコトヲ證
明セヨ。

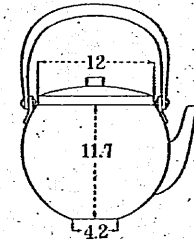
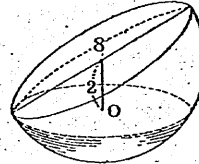
第三十問 (二) ノ諸問題ヲ不定積分ヲ利用シテ計算セヨ。

練習問題

(一) (イ) 右圖ノヤウナ球冠ノ體積ヲ積
分法(細分シ之ヲ積ミ上ゲル仕方)ニヨツ
テ求メヨ。

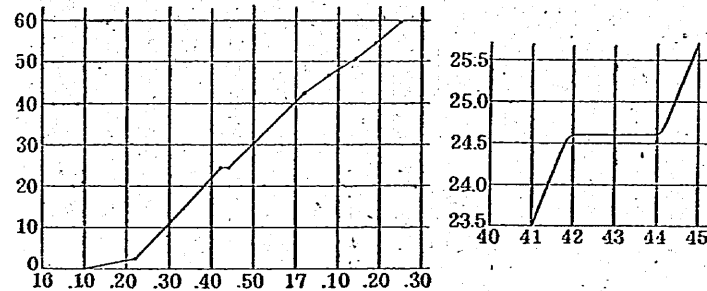


(ロ) 下圖ノヤウナ半球ノ椀ニ入ツタ
水ノ量ヲ求メヨ。



(ハ) 側面ガ球狀ノ湯沸シノ容積ヲ積分法ニヨツテ求メヨ。

(二) (イ) 第三章第二節第六問ノ平塚行八二五列車ノ進行ヲ圖示
スレバ次ノヤウニナル。(汽車ハ發車ノ初メハ徐々ニ動キ、又停車
ノトキモ徐々ニ停ル。隨ツテ之ハ折線ニハナラナイガ大體ヲ見ル
ニハ折線トシテヨイ。)



コノ圖ニツイテ、ソレヲ微分シタ圖ヲ書ケ。コレハ如何ナル量ノ

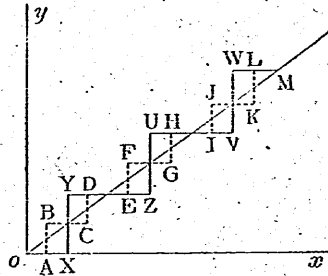
圖ヲ書イタコトニナルカ。

(ロ) 今横濱ヲ通過スル前後ノ模様ヲ擴大シテ書ケバ、右側ノ圖ノヤウニナル。コノ圖ニツイテ、ソレヲ微分シタ圖ヲ書ケ。

(ハ) (イ), (ロ) デ得タ圖カラ原ノ圖ハ得ラレナイカ。

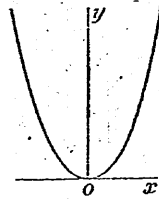
(三) (二) デ見タヤウニ $g(x)$ ガ階段曲線デ表サレルトキニハ、ソノ積分ノ圖ヲ求メルコトハ比較的容易デアル。55 頁第十五問デ $f(x)$ ノ圖カラ $f(x)$ ノ圖ヲ求メル工夫ヲシタガ、之ヲ参照シテ、與ヘラレタ曲線カラソノ積分曲線ヲデキルダケ簡便ニ作圖スル法ヲ考案セヨ。

(四) $g(x)$ ガ右ノヤウナ階段曲線 $OXYZUVWM$ デ示サレタトキ、ソノ積分ノ圖ヲ求メヨ。又 $OABCDEFGHIJKLM$ デ $g(x)$ ガ表サレルトキハドウデアルカ。コノ階段ヲモット密ニシテ、



テ、段々ト直線 OM ニ近ヅケルト積分函数ハドンナニ變ツテ行クカ。

(五) $g(x)$ ガ右ノ圖デ與ヘラレテキルトキ、コノ曲線ニ近イ階段曲線ヲ利用シテ、ソノ積分 $G(x)$ ノ圖ヲ書ケ。



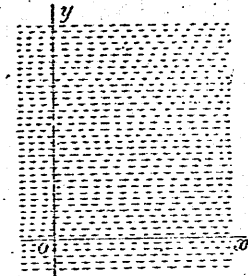
(六) $f(x)=0$ ナルトキハ $f(x)$ ノ x ニ於ケル

接線ハ水平デアルカラ、各接線ノ接點ニ近イ部分(之ヲ線素トイフ)ヲ書クト次ノヤウニナル。コレガ線素ノ集リデアルコトカラ、ソノ曲線ヲ想像スルト、ドコデデモ $f(x)$ ガ 0 トナルヤウナ曲線 $f(x)$ ハ x 軸ニ平行ナ一群ノ直線 $y=C$ デアルコトガ知レル。同様ナ方法デ常

ニ $f(x)=1$ デアルヤウナ $f(x)$ ヲ求メヨ。

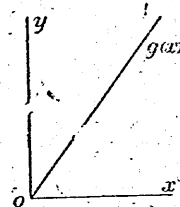
(七) $g(x)$ ガ下圖デ表サレルトキソノ積分ヲ(六)ノ考ヘ方ニ從ツテ求メヨ。

(八) $y=2x+1$ ノ圖ヲ書キ、ソノ積分ノ圖ヲ作り、ソノ圖デ表サレル函数ヲ求メヨ。



(九) $y=x^2$ ノ圖ノ上デ積分セヨ。

(十) 質點ガソノ變位ニ比例スルカヲ受ケ、ソノ力ノ向キガ常ニ原點ニ向イテキルヤウナ直線運動ニツイテ研究セヨ(師範物象本科用一、160 頁参照)。



(十一) (イ) 拋物線 $y=ax^2+bx+c$ 軸、 y 軸及ビ直線 $x=2h$ トテ圍ム部分ノ面積ヲ求メヨ。

(ロ) $x=0, x=h, x=2h$ ノトキノ y ノ値ヲ夫々 y_0, y_1, y_2 トスレバ、上ノ面積ハ $\frac{h}{3}(y_0+4y_1+y_2)$ ト表シ得ルコトヲ證明セヨ。

(十二) 曲線弧 $P_0Q_1P_1$ ノ代リニ、三點 P_0, Q_1, P_1 ヲ通ル

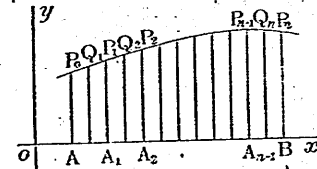
$$y=ax^2+bx+c$$

ノ型ノ拋物線ノ弧ヲ以テ近似シ、

コノ他ノ部分ニツイテモ同様ニ

シテコノ曲線ヲ近似スレバ、多

クノ場合 P_0Q_1, Q_1P_1 ナル線分ヲ



モツ槓形デ近似スルヨリモ、同一分割箇數ニ對シテハ精度ノ高イ計算ガデキルデアル。(十一)ノ式ヲ用ヒテコノトキノ細分シタ部分ノ面積ヲ計算シ、全體ニワタツテ之ヲ積ミ上ゲレバ、求メル面積ヲ表ス近似式トシテ

$$\frac{h}{3} \{(y_0 + y_{2n}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2})\}$$
 フ得ルコトヲ示セ。ココニ縦線ノ長サヲ順ニ $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{2n}$ ト
 スル。

(十三) コノ式ニヨリ $1 \leq x \leq 2$ ニ對シ $y = \frac{1}{x}$ デアル場合ニツイ
 テ計算セヨ。 $n = 1, 2, \dots, 10$ ノ場合ヲ試ミヨ。

〔終〕

Approved by Ministry of Education

(Date May. 28, 1946)

昭和二十一年五月廿八日 印刷
昭和二十一年六月一日 發行
昭和二十一年六月三日 印刷
昭和二十一年六月十八日 發行
(昭和二十一年六月三日 文部省検査済)

師範數學 本冊用 二

定價金壹圓九拾錢

著作権所有 著者 文 部 省
發行者

東京都神田區錦町一丁目十六番地

總發行所 師範學校教科書株式會社

代表者 森 下 松 衛

東京都京橋區入舟町一丁目十一番地

印刷者 電 新 堂

代表者 新 井 修 平

東京都神田區錦町一丁目十六番地

發行所 師範學校教科書株式會社