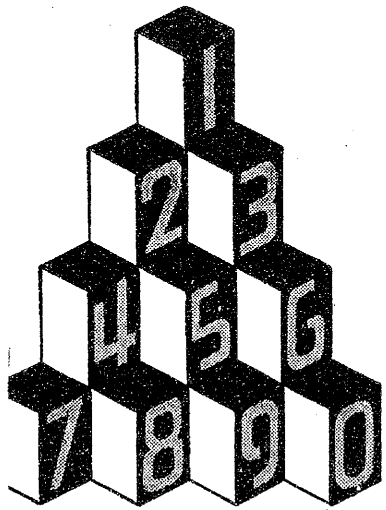
文部省著作教科書

中等数学

第三学年用

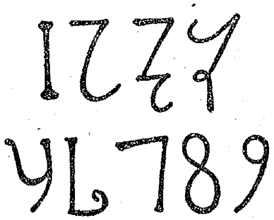
(1)



中等数学

第三学年用

(1)



ヨーロッパにおける
最初のインド数字

目次

数と計算

I. 整　数

1. われわれは，今までに，整数・小数・分数及び負の数など，いろいろな数を取り扱ってきた。

大昔から，こんなに多くの種類の数が使われたのではない。言うまでもなく，まず整数が使われ，文化が開けるにしたがって，だんだんに，その他の数が使われるようになった。しかし，どのようにして数を使うようになったかは，今日までその記録が残っていないから，はっきりしたことはわからない。未開人はどうして数えているか。また，子供はどうして数を使うようになるかを調べると，われわれの祖先がどうして数を用いるようになったかを，推測することができる。

未開人のうちには，今日でもなお，1,2 までしか数えられないで，それ以上になると，たくさんと言って数えられないものがある。また，これよりも少し進歩した未開人のうちには，5,6 ぐらいまでは数えられるものがあるといわれている。しかし，数えられるといっても，言葉や記号を用いて，5，6 を表わしているわけではない。

3を，2と1，　　　4を，2と2，

5を，2と2と1，　　6を，2と2と2，

などと数えているのである。この仕方で，7 以上を数えよう

とすると，2 の箇数が多くなって，結局数えられないことになる。

このような未開人でも，場合によっては，10, 20, 30 などと大きな数を取り扱わねばならないことがある。例えば，ある部落に青年が 30 人いたとする。この青年たちをみんな集める必要が起ったとすれば，30 をどうしても取り扱わなくてはならない。このような場合に未開人は，次に述べるような方法を用いる。

あらかじめ，部落の青年に小石を1箇ずつつかませ，その小石を集めて大切にしまっておく。そして部落の青年たちが集まった時に，小石を1人に1箇ずつ渡して行く。もし，小石が手許になくなってしまえば，1 人残らず集まっていることがわかる。また，小石が1箇でも残っていれば，全部は集まっていないことがわかる。

上に述べた方法によると，青年の人数がどんなに多くなっても，その人数を取り扱うことができる。しかし，極めて幼稚な方法であり，人数が多くなると，小石の取り扱いに困難を感ずることは言うまでもない。

また，未開人のうちには，小さい子供たちのするように，自分の身体を用いて数えるものもある。例えば，次のように，数える物と身体のいろいろな部分とを一つ一つ合わせて行く方法が使われている。

1……右手の小指	2……右手の薬指
3……右手の中指	4……右手の人さし指
5……右手の親指	6……右の手首
7……右のひじ	8……右の肩
9……右の耳	10……右の眼
11……左の眼	12……鼻
13……口	14……左の耳
15……左の肩	16……左のひじ
17……左の手首	18……左手の親指
19……左手の人さし指	20……左手の中指
21……左手の薬指	22……左手の小指

この未開人たちは，この方法で 22 まで数えることができる。といっても「果物が口まである」と言えば，果物が13あるということを示す仕方である。

また，手足の指を使って，次のような方法で数えている未開人もあるといわれる。

1……一つ	2……二つ
3……三つ	4……四つ
5……片手が終った	6……片手と一つ
7……片手と二つ	8……片手と三つ
9……片手と四つ	10……両手が終った
11……両手と片足の一つ	12……両手と片足の二つ
13……両手と片足の三つ	14……両手と片足の四つ
15……両手と片足	16……両手と片足と一つ

17……両手と片足と二つ　18……両手と片足と三つ

19……両手と片足と四つ　20……1人の人間が終った

この未開人たちは，この方法で 20 まで数えることができる。言うまでもなく，20 以上を数える場合には，もう1人の人間を考えるより仕方がない。

上に述べた未開人の数え方から，われわれの祖先は，ものを数えるのに非常に困難を感じ，また，いろいろと工夫したことが推測される。

2. われわれは，数を知っているが，数える方法を工夫しなければならないことがある。

例えば，ものが雑然と並んでいて，そのものの配列の規則性を知ることができない場合である。

（1）　林に松の木がたくさんあって，その正確な数が誰にも数えることができなかった。木下藤吉郎はこれを数えることに成功したといわれている。どんな方法を考えついたのだろう。

（2）　びょうぶに，雌雄の鶏がたくさん書いてある。この雌雄の数を知るには，どんな方法が考えられるか。

このような場合には，まず，それらのものを，何か数えやすいものと一つ一つ対應させる。次に，その数えやすいものについて，もとのものの数を知るのが普通である。上のように，数えるものを，数えやすいものに置き換えて行く仕方は，未開人にもわかっていたものである。

上に述べたことは，次のように言い換えることができる。即ち，数えようとするものに一つ一つ対應させることができ，しかも数えやすいものを見出だし，これについて，もとのものの数を知るのである。この数えやすいとは，順に並べて，その順に 1, 2, 3, ……… と，数字の系列を一つ一つ対應させやすいことの意である。

しかし，上に述べたように，数えるものを，それと同じ箇数の他のものに置き換えて数えるのが，かえって困難な場合もある。

（3）　米1升に，だいたいどれくらいの米粒があるかを知る方法を考えよ。

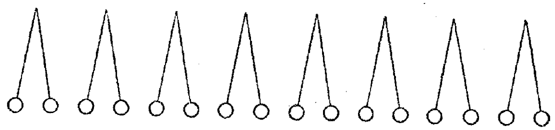
（4）　大きさも重さもほぼ同じであるとみられる球がたくさんあって，これを一々数えることのできそうもない場合がある。この球の数を知るには，どんな方法があるか。

このような場合には，数えようとするものを同じかさのかたまりに分け，そのかさに当たる箇数を調べて，もとのものの箇数を知るのが普通である。

上に述べたことは，次のように言い換えることができる。即ち，まず，数えようとするものを，単位のかさによって幾つかの群に分けるか，または，箇数のきまった群のかさによって，幾つかの群に分ける。次に，そのわけた群の箇数によって，数えようとするものの箇数を知るのである。

（5）　上に述べたような仕方で，次ページにあるものの箇

数を言え。



上にあげたものを数える時，数えるものと，整数の系列とを　どんな仕方で対應させたか。

（6）　上と同じような考え方で数える場合を言え。

3.　対應の考え方は，ものの箇数を知る場合だけに用いられるものではない。例えば，量の変化のようすを書き表わす場合にも用いられる。

（1）　自轉車に乘って行く人があるとする。ある場所からはかった距離と，そこを通った時からはかった時間とが，次の表に示したような関係にあるとする。

時 間（分）	1	2	3	4	5	6	7	……
距 離（km）	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	……

上のように，時間を示す数と距離を示す数とを対應させると，その対應の仕方にどんな規則があるか。また，対應する時間と距離とを，それぞれ x 分，ykm として，その規則を式に書き表わせ。

（2）　上で，時間をきめると，それに対應する距離がきまり，また，距離をきめると，それに対應する時間がきまる。

これと同じように，甲，乙二つの量があって，乙がきまると，それに対應する甲がきまる時に，甲は乙の「函数（かんすう）」であるという。

比例関係は函数関係の特殊なものである。比例関係とは，どんな特殊な対應の仕方をしている場合であるか。

（3）　てこで，力を加えてつり合わせた時，その力の大きさと，支点からその力点までの距離とが，次の表に示したような関係にあるとする。

支点と力点との距離（cm）	5	10	15	20	25	30	35
つ り 合 う 力（g）	200	98	66	51	39	33	29

上のように，つり合う力の大きさと，力点までの距離とを対應させると，その対應の仕方にどんな規則があるか。また対應する力の大きさと距離とを，それぞれ xg，ycm として，その規則を式に書き表わせ。

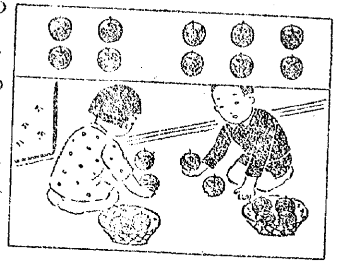
（4）　反比例関係も函数関係の特殊なものである。反比例関係とは，どんな特殊な対應の仕方をしている場合であるか。

（5）　比例する二つの量の例を言え。反比例する二つの量の例を言え。

また，比例も反比例もしない二つの量の例を言え。

4.　対應の考え方は，かさの大小をくらべる場合にも用いられる。

（1）　次ページの図は，子供が箇数をくらべているようす



を示したものである。この方法を説明せよ。また，これで大小をくらべることのできる理由を言え。

(2) 二つの真直な線の長さを，物指ではからないでくらべる方法を考えよ。

また，二つの角の大きさを，分度器ではからないでくらべる方法を考えよ。

この二つの方法と(1)で考えた方法とをくらべよ。

(3) 一つに対して，一つを対應させる仕方を「一対一の対應」という。未開人の数え方は，数えるものと小石などとを一対一に対應させる仕方である。また，われわれの数え方は，数えるものと整数の系列とを一対一に対應させる仕方である。

子供が個数の多少をくらべる方法は，一対一の対應の考え方を用いるものである。

一対一の対應の例を言え。

(4) 正の整数と正の偶数とについて，次に示したように一対一の対應をさせたとする。

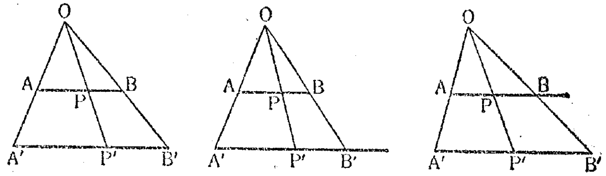
(a)	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	…………
	2,	4,	6,	8,	10,	12,	14,	…………
(b)	2,	3,	4,	5,	6,	7,		…………
	2,	4,	6,	8,	10,	12,		…………

(c)	1,	2,	3,	4,	5,	6,	…………
	4,	6,	8,	10,	12,	14,	…………

上の三つの対應の仕方を式に書き表わせ。

正の整数と正の偶数とについて，どちらがたくさんあるといえるか。

(5) 長さの等しくない二つの直線AB, A′B′がある。これらの上にある点について，次の図に示したように，一対一の対應をさせたとする。



上の図でPとP′とが対應するものとする。この図について，対應の仕方を言え。

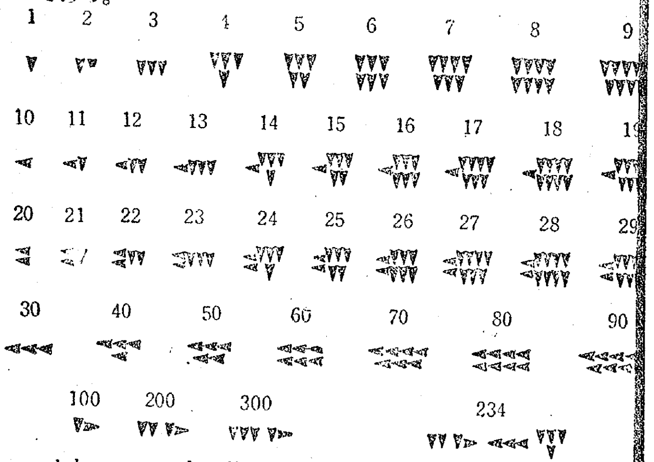
長さの等しくない二つの直線について，どちらの上に点がたくさんあるといえるか。

II. 記数法

1. われわれの祖先が，だんだん大きな数を取り扱うようになるにしたがって，その数を簡単な記号を用いて，記録しておく必要が起ってきた。例えば，ものの個数を小石などによって表わすような仕方では，不便だからである。

未開人のように，1, 2, 3, ……を別の記号を用いて表わしたのでは，取り扱う数が大きくなればなるほど，非常に多くの記号を用いねばならなくなる。このような仕方では，たとえ記号を用いて表わしたとしても，小石によって表わすのとあまり相違があるとはいえない。そこで，幾つかずつを一まとめに整理して表わして行く仕方が考えられた。

例えば，バビロニヤ人の数の表わし方を示すと，次のようである。



また，ローマ人の数の表わし方は，次のようである。これは，今でも時計の文字盤などに用いられている。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
20	21	22	23	24	25		29		
XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	…………	XXIX		
30	40	50	60	70	80	90			
XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	LXXXX または LXL			
100	200	300	400	500	600	700	800	900	
C	CC	CCC	CCCC	D	DC	DCC	DCCC	DCCCC	
1000	2000	3000							
M	MM	MMM							

（1） 上の二通りの数の表わし方で，どんなところが似ているか。また，どんなところが違っているか。

どちらが数の書き表わし方として簡単であるか。また，その理由を言え。

バビロニヤ人の数の表わし方は，10になると，これを一まとめにして整理して行くものであるといえる。即ち，1が10箇になると一まとめとし，更に，10が10箇になると一まとめとして整理するものである。

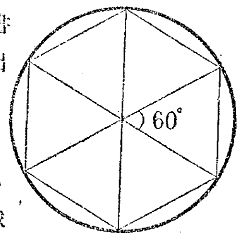
バビロニヤでは，これと違ったまとめ方もあったらしい。それは，次のような表があることからわかる。その表を，われわれの用いている記号によって書き表わしたのが，次の表である。

$1\times1=1,\quad 2\times2=4,\quad 3\times3=9,\quad 4\times4=16,$
$5\times5=25,\quad 6\times6=36\quad 7\times7=49,$

とし，続いて

$8\times8=1\cdot4,\quad 9\times9=1\cdot21,\quad 10\times10=1\cdot40,$
$11\times11=2\cdot1,\quad 12\times12=2\cdot24,\quad \cdots\cdots$

（2） この表から，バビロニヤでは，60になると一まとめにしていたことがわかる。これを説明せよ。



60で一まとめにして数を整理して書き表わす仕方は，次のことから考え出されたものであろうといわれている。

バビロニヤ人は1年を360日とした。また，太陽が地球のまわりをまわるものと考えていた。そして，太陽が地球のまわりをまわる1日分の角を，角度を表わす單位とした。その上，かれらは，円周は半径を用いて6等分できることを知っていたので，その6等分された一つに当たるのが60°であることから，60で一まとめにすることにしたのであろう。

数を整理して書き表わすのに，10で一まとめにして行く仕方を「十進法」といい，60で一まとめにして行く仕方を「六十進法」という。同様に二進法・五進法など，いろいろなまとめ方が考えられる。

2. （1） 右は，9を二進法で書き表わすための計算法を示したものである。

2）9 …………1
2）4 …………0
2）2 …………0
　　1

9を二進法で書き表わすと 1001 となる。この理由を明らかにせよ。

（2） 次の数を二進法で書き表わせ。また，九進法で書き表わせ。

10　　20　　100　　1000

（3） 十進法で数を書き表わした時に，一，十，百の位の数字がそれぞれ a, b, c, であると，その数は次の式で書き表わすことができる。

$$c\times10^2+b\times10+a$$

この理由を明らかにせよ。

（4） 十進法で数を書き表わした時に，一，十，百，千の位の数字がそれぞれ a, b, c, d であると，その数はどんな式で書き表わすことができるか。

（5） 二進法で 111 と書き表わされる数は，十進法では，次の式で書き表わされる。これを説明せよ。

$$1\times2^2+1\times2+1$$

（6） 九進法で，567 と書き表わされる数は，十進法では，次の式で書き表わされる。これを説明せよ。

$$5\times9^2+6\times9+7$$

（7） 次は，数を二進法で書き表わしたものである。これを十進法に書き改めよ。また，九進法で書き表わしたものと

して，十進法に書き改めよ。

100　　　　1010　　　　100100

III. 位　取　り

1. バビロニヤでも，ローマでも，各けたの数字を，けたが違うごとに，それぞれ異なった記号を用いて表わした。

即ち，バビロニヤでは，次のように書き表わしている。

𒁹 を 10 で一まとめにして 𒌋

𒌋 を 10 で一まとめにして 𒁹𒌋

また，ローマでは，次のように書き表わしている。

I を 10 で一まとめにして X

X を 10 で一まとめにして C

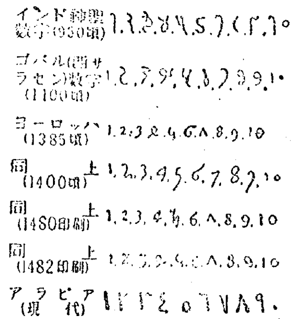
このような仕方で数を書き表わすことにすると，大きな数を取り扱うようになるにしたがって，記号の数を無数に多く必要とするようになることは明らかである。しかし，未開人の書き表わし方とくらべると，記号の数が非常に少なくてすむことは明らかである。

これに反して，われわれは，1, 2, 3, ……, 9 と 0 との10箇の記号を用いて，どんな大きな数でも書き表わしている。

バビロニヤやローマにおける数の書き表わし方と，われわれの数の書き表わし方とをくらべて，どんなところに着目したために簡単な書き表わし方になったかを考えてみよ。

2. 今日われわれの用いている数字や，また，その数字を

使って表わす方法は，インドで考え出されたものである。右の図は，われわれの用いている数字の形の変わってきたようすを示したものである。



インドで考えられた数字やその記数法は，アラビヤに傳わり，アラビヤの商人や学者たちは，早速この数字や記数法を用い始めた。更に，これはアラビヤの商人によってヨーロッパに持って来られた。このようにして，われわれの使っている数字を用いての記数法は，文明國のどこでも用いられるようになった。

このようなわけで，インドで考え出された数字が，アラビヤ数字と呼ばれているのである。

次に，インドの数の表わし方について調べよう。インドの表わし方は，10で一まとめにし，そのまとめた箇数を示す数字を，右から順に左へ書いて行くものである。いわば，数字の書いてある順序に着目し，その数字の書いてある位置によって位取りを示し，位取りを示す記号を略して行くものであるといえる。

例を 755 にとって考えよう。755 で，一番左の数字 7 は，三番目のところにあるから 100 が 7 箇であることを示す。同

様に，続いて書いてある数字5は，10が5箇で，更にその次にある5は，1が5箇であることを示す。したがって，同じ5でも，書いてある位置によって，その5の示す意味が異なる。即ち，同じ数字が，その書いてある場所によって，異なった数を表わすことができるようになっている。

また，305と書いたのと，35と書いたのとでは，その表わしている数の大きさが違う。305で，10の位は，今までに考えてきたことからすれば，1から9までの数字のない位であり，もし，10の位には数字がないからといって，その0を取り除くならば，それは35となって，305と35とを区別することができなくなる。したがって，0は，その位に1から9までの数字がないことを示す記号であるとみられる。

この空位を示す0があって始めて，数字の並んでいる順序と位置とによって，数を簡単に書き表わすことができるといえる。

このような数の表わし方を，位取りによる方法という。この0はインド人によって発見されたのである。インドでは，0は単に空位を示す記号としてのものだけではなく，数として取り扱われたのである。

インド式の数の表わし方は，数について計算する場合に便利であることは言うまでもないが，数の大小をくらべるにも便利である。これを説明せよ。

IV. 整数の計算

1. これまでは，数とその表わし方について考えてきた。ここでは，数の計算の仕方について調べよう。

計算のうちで最も簡単なものは，加法・減法・乗法・除法である。まず，加法について考えよう。

加法は，それぞれ，幾つかのもので構成されている二つの群がある時，その二つの群を合わせて，一つの群を作り，その箇数を知るための方法である。

その計算規則の基になるのは，次の等式で示されるものである。

(a)　$a+b=b+a$

(b)　$a+(b+c)=(a+b)+c$

(a)は「交換の法則」といわれるもので，二つの数では，どちらにどちらを加えると考えても結果が同じであることを示している。また，(b)は「結合の法則」といわれるものである。

(1)　三つの数では，加え合わせる順序に関係なく，その結果は同じである。次の等式は，それを示したものである。

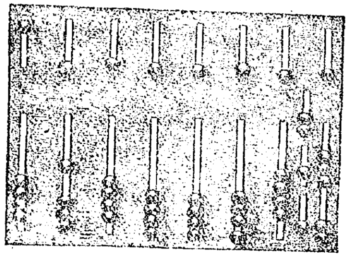
上の二つの法則を基にしてこれを説明せよ。

$$(a+b)+c=(a+c)+b=(b+c)+a$$
$$=c+(a+b)=b+(a+c)=a+(b+c)$$

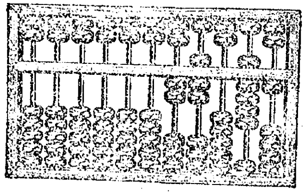
(2)　四つ以上の数についても，加え合わせる順序には関係なく，その結果は同じである。これを上の二つの法則から

導き出せ。

われわれが行っている計算の仕方は，暗算・珠算・筆算である。まず，古代の人たちが数を取り扱った始めには，暗算で計算したことは想像することができる。しかし，大きい数を取り扱うようになると，とうてい暗算ではできなくなることもわかる。そこで，まず，考えられたのがそろばんである。



右の図は，ロンドンの大英博物館に保存されているそろばんで，ローマ人が使ったものであるといわれている。これは，金属板の上に溝が掘ってあって，その上を珠が転がるようになっている。



右の図は，中国のそろばんを示したものである。

（3） われわれの使っているそろばんは，上の二つのそろばんとくらべて，どんなところがまさっているか。

筆算が使われるようになったのは，インドで算用数字が生まれてからであるといってよい。この場合には，数の表わし

方から明らかなように，位取りをそろえてから計算にとりかかることが大切である。

（4） 右の筆算は，インド人が計算した方法を示したものである。この計算の仕方を説明せよ。われわれの計算している方法とどんなに違うか。

$$\begin{array}{r} 254 \\ +663 \\ \hline 817 \\ 9 \end{array}$$

時間などについての加法も，数の計算と同じように，位取りについて注意することが大切である。数の計算の時は，数自身が十進法で書いてあるから，繰り上がる場合は，繰り上がった数を上の位のところに加えればよい。しかし，時間についての計算では，時間は六十進法で書くから，その繰り上がる場合には注意を要する。

$$\begin{array}{rr} 時 & 分 \\ 6 & 45 \\ +7 & 53 \\ \hline 13 & 98 \\ 1 & 60 \\ \hline 14 & 38 \end{array}$$

（5） 時間の計算で，繰り上がりのある場合には，どんなことに注意して計算すればよいか。

（6） 次の計算をせよ。

18時48分＋9時37分　　3日18時＋4日16時

53分43秒＋36分49秒　　8時37分45秒＋6時42分58秒

（7） 二進法や三進法などで書いた数についての計算は，時間についての計算と同じように考えればよい。次の数は二進法で書いたものである。この計算をせよ。またおのおのを十進法で書き表わしてから計算し，計算の結果を確かめよ。

111＋101　　111＋1010　　11111＋10101

（8） 右の数は，九進法で書いたものである。この計算をせよ。

また，おのおのを十進法で書き表わしてから計算し，計算の結果を確かめよ。

$$\begin{array}{r} 4345 \\ 2407 \\ 316 \\ 6754 \\ +\ 823 \\ \hline \end{array}$$

2. 乗法は，加法の特殊なもので，同じ箇数のもので構成されている幾つかの群がある時，それを一つの群にまとめて，その箇数を知るための方法である。

その計算規則の基になるものは，次の等式で示されるものである。

（a）　$a\times b=b\times a$

（b）　$a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$

(a),(c)は，それぞれ，加法の場合と同様に，「交換の法則」，「結合の法則」といわれるものである。

このほかに，加法と乗法とを組み合わせた法則として，次の等式で示されるものがある。

（c）　$a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

これは「配分の法則」といわれるものである。

（1） 三つの数では，かけ合わせる順序に関係なく，その結果は同じである。次の等式は，これを示したものである。

上の二つの法則を基にして，これを説明せよ。

$$(a\times b)\times c=(a\times c)\times b=(b\times c)\times a$$
$$=c\times(a\times b)=b\times(a\times c)=a\times(b\times c)$$

（2） 四つ以上の数についても，かけ合わせる順序に関係

なく，その結果は同じである。これを説明せよ。

（3） 26×7 は，(20+6)×7として計算する。このように計算してよいわけを説明せよ。

また，26×37 は，26×(30+7) として計算する。このように計算してよいわけを説明せよ。

（4） 次の計算をせよ。

7時46分×8　　　2日18時×24

27分58秒×6　　　4時32分15秒×7

（5） 二進法や三進法で書いた数についての計算は，上と同じように考えればよい。

次の数は九進法で書き表わしたものである。これを計算せよ。また，おのおのを十進法で書き表わしてから計算し，計算の結果を確かめよ。

765×8　　　423×7

かけ合わせる数が同じである時，その結果を累乗の形に書き表わす。下の等式で，左辺をそのままに読むよりも，右辺の形にして読む方が，かけ合わせる箇数が明らかであることは言うまでもない。累乗の形に書き表わした時，かけ合わせる箇数を示す数が「累乗の指数」である。

$$3\times3\times3\times3\times3=3^5$$

$$\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\cdots\times a}_{n\text{箇}}=a^n$$

(6)　次は，累乗についての計算規則を書いたものである。これを説明せよ。

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

(7)　16700×23000 を計算する時，まず，167×23を計算して，次に，積の末位に，かけられる数の末位にある 0 の箇数と，かける数の末位にある 0 の箇数とを合わせた数だけ，0 を書き加えればよい。これを説明せよ。

$$\begin{array}{r} 16700 \\ \times\ 23000 \\ \hline 501 \\ 334 \\ \hline 384100000 \end{array}$$

$$16700 = 167 \times 10^2, \qquad 23000 = 23 \times 10^3$$

として考えよ。

(8)　インド人のブラマグプタは，次のようなことを述べている。

(a)　どんな数に 0 をかけても，その結果は 0 である。

(b)　どんな数に 0 を加えても，その結果はもとの数である。

これを基にして，次の加法や乗法の仕方を説明せよ。

$$\begin{array}{r} 350 \\ +108 \\ \hline 458 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 207 \\ \times 305 \\ \hline 1035 \\ 621 \\ \hline 63135 \end{array}$$

上のブラマグプタの述べたことによって，加法や乗法の計算が簡単になることを説明せよ。

3.　減法は，負の数を導入すれば，負の数を加える加法に置き換えられる。即ち，次の例によって示したように，減法は加法と同じものとみられる。

$$15-8=15(-8)$$

したがって，加法の基本になる規則を表わす式で，その文字が負の数を表わしてもよいことにしておけば，減法は改めて考える必要がないことになる。これについては，後で考えることにして，ここでは，正の整数に限るものとして減法を考えることにしよう。

15−8 は，8 を加えて 15 になる数である。即ち，次の等式が成り立つことになる。

$$(15-8)+8=15$$

上に述べたことは，次の等式にまとめることができる。

$$(a-b)+b=a$$

このように考えると，減法は加法の逆算であるといえる。

上の等式を基にすれば，減法のいろいろな計算規則を説明することができる。この場合に，いろいろに式を変形するのであるが，その時，加法や減法についての等式の基本的な性質が用いられる。即ち，等式の両辺に同じ数を加えても，また，等式の両辺から同じ数を引いても，等式が成り立つということである。

これを式によって書き表わすと，次のようになる。

$a=b$　であると　$a+c=b+c$

$a+c=b+c$　であると　$a=b$

（1） 次の計算は，どんな仕方でするか。この仕方を式に書き表わせ。

$$125-13$$

（2） 上の計算を暗算でする場合にも，筆算でする場合にも，その計算の仕方は，次の等式で書き表わすことができる。

$$a-(b+c)=(a-b)-c$$

上の式で，次のように a，b，c の値の組をとってみよ。

（a） $a=125$，　$b=10$，　$c=3$

（b） $a=125$，　$b=3$，　$c=10$

（3） 等式 $a-(b+c)=(a-b)-c$ は，どんなことを表わしているか。これを文章に書き表わせ。

（4） 次は，等式 $a-(b+c)=(a-b)-c$ が成り立つことを説明したものである。各自に考えよ。

$$\{(a-b)-c\}+c=a-b$$
$$(a-b)+b=a$$
$$\{(a-b)-c\}+c+b=a$$
$$\{(a-b)-c\}+(b+c)=a$$
$$(a-b)-c=a-(b+c)$$

（5） 次の計算を暗算でせよ。

（a） $175-(75+57)$　　$235-(35+67)$

　　$546-(87+46)$　　$942-(78+42)$

（b） $263-64$　　$295-96$　　$276-79$

　　$451-155$　　$382-181$　　$541-246$

（6） 次の計算を暗算でせよ。どんな仕方が便利であるか。また，その仕方を言え。

$$2655-999$$

（7） 上の計算の仕方は，次の等式で書き表わすことができる。

$$a-(b-c)=(a-b)+c$$

上の等式で，$a=2655$，$b=1000$，$c=1$ としてみよ。

（8） 等式 $a-(b-c)=(a-b)+c$ は，どんなことを表わしているか。これを文章に書き表わせ。

（9） 次は，等式 $a-(b-c)=(a-b)+c$ が成り立つことを説明したものである。各自に考えよ。

$$a-(b-c)-c=a-\{(b-c)+c\}$$
$$=a-b$$
$$a-(b-c)-c+c=a-b+c$$
$$a-(b-c)=(a-b)+c$$

（10） 次の計算を暗算でせよ。どんな仕方が便利であるか。その仕方を言え。

$$2655+999$$

（11） 上の計算の仕方は，次の等式で書き表わすことができる。

$$a+(b-c)=(a+b)-c$$

上の等式で，$a=2655$，$b=1000$，$c=1$ としてみよ。

（12） 等式 $a+(b-c)=(a+b)-c$ は，どんなことを表わし

ているか。これを文章に書き表わせ。

(13)　次は，等式 $a+(b-c)=(a+b)-c$ が成り立つことを説明したものである。各自に考えよ。

$$a+(b-c)+c=a+\{(b-c)+c\}$$
$$=a+b$$
$$a+(b-c)=(a+b)-c$$

(14)　次の計算を暗算でせよ。

(a)	278+97	1617+996	2754+998
	465+79	824+298	736+168
(b)	316−98	1542−997	2651−994
	465−89	732−396	645−279

(15)　次の計算を暗算でせよ。どんな仕方が便利であるか。その仕方を言え。

$$999\times15$$

(16)　上の計算の仕方は，次の等式で書き表わすことができる。

$$a(b-c)=ab-ac$$

上の等式で，$a=15$，$b=1000$，$c=1$ としてみよ。

(17)　次は，等式 $a(b-c)=ab-ac$ が成り立つことを説明したものである。各自に考えよ。

$$b=(b-c)+c$$
$$ab-ac=a\{(b-c)+c\}-ac$$
$$=a(b-c)+ac-ac$$

$$=a(b-c)+(ac-ac)$$
$$=a(b-c)$$

(18)　次の計算を暗算でせよ。

98×25	199×75	297×8
46×9	15×99	68×495

今まで述べた四つの等式は，減法を考えて行く時に，基本になるものである。これをまとめておこう。

$$a-(b+c)=(a-b)-c$$
$$a-(b-c)=(a-b)+c$$
$$a+(b-c)=(a+b)-c$$
$$a(b-c)=ab-ac$$

4. 除法は，分数を導入すれば，分数をかける乗法に置き換えることができる。即ち，次の例で示したように，除法は乗法と同じものとみられる。

$$15\div3=15\times\frac{1}{3}$$

したがって，乗法の基本になる規則を表わす式で，その文字が分数を表わしてもよいことにしておけば，除法は改めて考える必要がないことになる。これについては，後で考えることにして，ここでは，正の整数に限るものとして除法を考えることにしよう。

$15\div3$ は，3 をかけて 15 になる数である。即ち，次の等式が成り立つことになる。

$$(15\div3)\times3=15$$

上に述べたことは，次の等式にまとめることができる。

$$(a\div b)\times b=a$$

このように考えると，除法は乗法の逆算であるといえる。

また，a を b で割った時，その商が c で，余りが r であったとする。この場合に，a，b，c の間にある関係は，次の等式で示すことができる。

$$a=b\times c+r \qquad (0\geqq r<b)$$

これらを基にして行けば，正の整数についての除法のいろいろな計算規則を説明することができる。この場合に，いろいろに式を変形するのであるが，その時，乗法や除法についての等式の基本的な性質が用いられる。即ち，等式の両辺に同じ数をかけても，また，等式の両辺を同じ数で割っても，等式が成り立つということである。

これを式によって書き表わすと，次のようになる。

$a=b$ であると　　$a\times c=b\times c$

$a\times c=b\times c$ であると　　$a=b$

（1）　暗算で，次の計算をする方法を考えよ。また，その結果を言え。

(a)　$999999\div27$　　　　(b)　$1650\div30$

（2）　上の計算の結果は，次の等式によって書き表わされる方法で求めることができる。

$$a\div(b\times c)=(a\div b)\div c$$

この等式で，次のように，a，b，c の値の組をとってみよ。

(a)　$a=999999$,　$b=9$,　$c=3$

(b)　$a=1650$,　$b=10$,　$c=3$

（3）　等式 $a\div(b\times c)=(a\div b)\div c$ は，どんなことを表わしているか。これを文章に書き表わせ。

（4）　次は，等式 $a\div(b\times c)=(a\div b)\div c$ が成り立つことを説明したものである。各自に考えよ。

$$\{a\div(b\times c)\}\times(b\times c)=a$$
$$\{a\div(b\times c)\}\times(c\times b)=a$$
$$\{a\div(b\times c)\}\times c=a\div b$$
$$a\div(b\times c)=(a\div b)\div c$$

（5）　暗算で，次の計算をする方法を考えよ。また，その結果を言え。

(a)　$1175\div5$　　　　(b)　$1950\div25$

（6）　上の計算の結果は，次の等式で示される方法で求めることができる。

$$a\div(b\div c)=(a\div b)\times c$$

上の等式で，次のように a, b, c の値の組をとってみよ。

(a)　$a=1175$,　$b=10$,　$c=2$

(b)　$a=1950$,　$b=100$,　$c=4$

（7）　次は，等式 $a\div(b\div c)=(a\div b)\times c$ が成り立つことを説明したものである。各自に考えよ。

$$a\div(b\div c)\div c=a\div\{(b\div c)\times c\}$$
$$=a\div b$$
$$a\div(b\div c)\div c\times c=(a\div b)\times c$$
$$a\div(b\div c)=(a\div b)\times c$$

(8)　次の計算を暗算でせよ。

975÷25	1134÷63	1272÷24
2680÷40	1820÷70	25800÷600
180÷5	675÷5	325÷25
1625÷25	3125÷125	3375÷75

(9)　暗算で，次の計算をする方法を考えよ。また，その結果を言え。

(a)　2596×5　　　(b)　3785×25

(10)　上の計算の結果は，次の等式で示される方法で求めることができる。

$$a\times(b\div c)=(a\times b)\div c$$

上の等式で，次のように a, b, c の値の組をとってみよ。

(a)　$a=2596$,　$b=10$,　$c=2$

(b)　$a=3785$,　$b=100$,　$c=4$

(11)　減法と除法との，基礎になる性質を左右に並べてみると　次のようになる。

	減　法	除　法
(a)	$a-(b+c)=(a-b)-c$	$a\div(b\times c)=(a\div b)b\div c$
(b)	$a-(b-c)=(a-b)+c$	$a\div(b\div c)=(a\div b)\times c$
(c)	$a+(b-c)=(a+b)-c$	$a\times(b\div c)=(a\times b)\div c$

この左右の等式をくらべよ。どんなことがわかるか。このことを基にして，左側にある等式から右側にある等式を作ってみよ。

(12)　前に，等式 $a+(b-c)=(a+b)-c$ が成り立つことを説明した。この時の説明に用いた等式を適当に変形して，等式 $a\times(b\div c)=(a\times b)\div c$ が成り立つことを説明せよ。

(13)　1750÷20 を，右に示したような方法で計算した。

$$\begin{array}{r} 87 \\ 20\overline{)\,1750} \\ \underline{16} \\ 15 \\ \underline{14} \\ 1 \end{array}$$

商は幾らか。また，余りは幾らか。

続いて，末位の 0 を消さないで，計算してみよ。その結果と上の結果とをくらべよ。

(14)　a を b で割って，商が c で余りが r であるとすると次の等式が成り立つ。

$$a=bc+r$$

この等式から，$10a=(10b)\times c+10r$ を導け。また，この二つの等式を基にして，前問でわかったことを説明せよ。

(15)　次の等式が成り立つわけを説明せよ。

$$(a\times c)\div(b\times c)=a\div b$$

式 $a\div b$ にある a, b を，それぞれ $(a\times c)\div c$, $(b\times c)\div c$ と書き表わして考えよ。

(16)　上の等式はどんなことを示しているか。これを文章に書き表わせ。

(17)　(11) でわかったことを基にして，上の等式に当たる加法・減法についての等式を導け。また，その等式の成り立つことを説明せよ。

(18)　次の等式が成り立つことを説明せよ。

$$(a \div c) \div (b \div c) = a \div b$$

(19)　上の等式はどんなことを示しているか。これを文章に書き表わせ。

(20)　上の等式について，(17) と同様なことを調べよ。

(21)　次の計算をせよ。

$1780 \div 20$	$108600 \div 300$	$141000 \div 600$
$945 \div 35$	$1736 \div 28$	$1890 \div 54$

5.　加法・減法は，さして困難を感じない。まして，そろばんのような機械があれば，なおさらのことである。しかし，乗法・除法は相当困難である。まして，けた数の多い数についての乗除を非常に数多くしなければならない場合には，筆算によるにしても，そろばんによるにしても，相当な困難を感ずるし，疲労のため誤りを犯しやすい。

古来乗除計算をたやすくできるような工夫がこらされた。その一つは，乗除計算を加減計算に轉換する方法である。これが対数計算である。

対数計算は，累乗に関する乗法が指数の加法に変わり，累乗に関する除法が指数の減法に変わることを用いるのである。即ち，次の等式で示される累乗についての計算規則が，基に

なっている。

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

この対数計算に考えついたのは，スコットランドの数学者ネーピアである。これは，十七世紀の初めごろのことで，数についての計算は，これによって大変革をもたらした。

右に掲げたのは，簡単な対数表である。この表は，次のようなことを示している。

1	0.000
2	0.301
3	0.477
4	0.602
5	0.699
6	0.778
7	0.845
8	0.903
9	0.954

$$1 = 10^0 \qquad 2 = 10^{0.301}$$
$$3 = 10^{0.477} \qquad 4 = 10^{0.602}$$
$$5 = 10^{0.699} \qquad 6 = 10^{0.778}$$
$$7 = 10^{0.845} \qquad 8 = 10^{0.903}$$
$$9 = 10^{0.954} \qquad 10 = 10^1$$

したがって，2×3 は，次のように計算する。

$$2 \times 3 = 10^{0.301} \times 10^{0.477} = 10^{0.778} \fallingdotseq 6$$

また，4×7 は，次のように計算する。

$$4 \times 7 = 10^{0.602} \times 10^{0.845} = 10^{1.447} = 10 \times 10^{0.447}$$

平方根表の場合と同じように，0.447 は整数 2 と 3 の指数の間にあることから

$$\frac{447-301}{477-301} = \frac{146}{176} \fallingdotseq 0.38$$

と計算して，$10^{0.447}$ は 2.83 となり，$10^{1.447}$ は 28.3 となる。しかし，もっとくわしい表を用いることにすれば，より正しい結果が得られることは当然である。

（1） 前ページの表を用いて，次の計算をせよ。

2×2	4×2	2×5	6×3
4×7	5×6	8×3	7×9

また，$6\div2$ は，次のように計算する。

$$6\div2=10^{0.778}\div10^{0.301}=10^{0.778-0.301}=103^{0.477}=3$$

$3\div6$ も上のように計算すると，次のようになり，

$$3\div6=10^{0.477}\div10^{0.778}=10^{0.477-0.778}$$

このままでは困難である。これは商が1以下となって，表が使えなくなるからである。このような場合には，位取りは後からすることにして，次のように計算する。

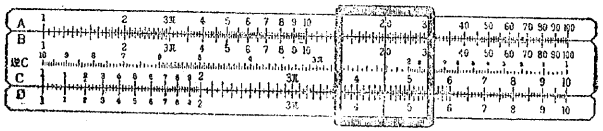
$$30\div6=10\times3\div6=10\times10^{0.477}\div10^{0.778}$$
$$=10^{1.477}\div10^{0.778}=10^{0.699}=5$$

そこで $3\div6=0.5$ とする。

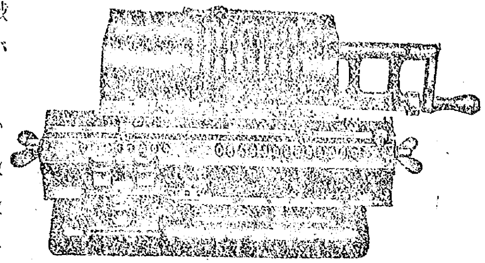
（2） 前ページの表を用いて，次の計算をせよ。

$4\div2$	$8\div2$	$10\div2$	$9\div3$
$4\div8$	$5\div10$	$2\div5$	$3\div5$

対数計算の原理を用いた器具の一つに計算尺がある。次はその図である。



乗法・除法を，筆算形式にしたがって，累加・累減とみて計算する器械に計算機がある。即ち，乗法は，かけられる数をかける数だけ加え合わせること，除法は割られる数から割る数を繰り返し引いて行くという方法である。上に示したのは，計算機の図である。



V. 整数の性質

1. われわれが分数についての計算をする時，約分したり，分母の最小公倍数を求めたりする場合には，約数を見つけなければならない。ここでは，簡単な数について，その数が約数であるかどうかを調べる方法を考えよう。

まず，2 を約数とするような数，言い換えると，2 の倍数，即ち偶数は，どのようにすればわかるかを調べよう。

（1） 2 の倍数を言え。また，それらの数にはどんな性質があるか。

（2） 末位の数字が 0 または偶数であると，もとの数は 2 の倍数である。

まず，條件に当てはまる数を作り，その数について，上に述べたことが成り立つことを説明せよ。

次に，ある数 a の末位の数字を b とすると，a は次の等式で書き表わすことができる。これを用いて説明せよ。

$$a=10c+b$$

次に，5，4，25 の倍数は，どのようにすれば見分けることができるかを調べよう。

（3） 末位の数字が 0 または 5 であると，もとの数は 5 の倍数である。

まず，上の條件に当てはまる数を作り，その数について，上に述べたことが成り立つことを説明せよ。

次に，特定の数ではなく，上の條件に当てはまる一般の数についても考えよ。

（4） 末位の二けたの数字をそのまま並べてできる数が，4 の倍数であると，もとの数は 4 の倍数である。

まず，上の條件に当てはまる数を作り，その数について，上に述べたことが成り立つわけを説明せよ。

次に，特定の数ではなく，上の條件に当てはまる一般の数についても考えよ。

（5） 25 の倍数を簡単に見つける方法を言え。また，その理由を明らかにせよ。

（6） 次の整数から，2 の倍数を選び出せ。続いて，4，5，25 の倍数を選び出せ。

64	125	278	305	584
725	852	944	1075	3832
2075	3200	4308	5700	7980
8250	15246	33500	43246	69275

（7） 2 で割った時，割り切れない場合には，余りは 1 である。したがって，2 で割り切れない場合，余りは容易にわかる。しかし，4 で割った時，割り切れない場合には，余りは 1，2，3 のいずれかである。これを簡単に求める方法を言え。

また，5，25 で割った時についても，上と同じようなことを考えよ。

更に，3 の倍数，9 の倍数について調べよう。

（8） 各位の数字の和が 3 の倍数であると，もとの数は 3 の倍数である。

次の等式を参考にして，この理由を明らかにせよ。

$$\begin{aligned}7584&=7\times(999+1)+5\times(99+1)+8\times(9+1)+4\\&=(7\times999+5\times99+8\times9)+(7+5+8+4)\end{aligned}$$

（9） 各位の数字の和が 9 の倍数であると，もとの数は 9 の倍数である。

上の等式を参考にして，この理由を明らかにせよ。

（10） 次の整数から，3 の倍数を選び出せ。また，9 の倍数を選び出せ。

54	111	222	285	371
435	558	837	1350	1616

2997　　4536　　22608　　24929　　47692

(11)　3 で割った時，割り切れない場合に，余りを簡単に求める方法を考えよ。

(12)　7685 を 9 で割ると，余りは 8 である。これを求めるには，次のようにすればよい。これを説明せよ。

$7+6+8+5=26$　　　　$2+6=8$

(13)　次の整数を 3 で割った時の余りを言え。また，9 で割った時の余りを言え。

76	134	258	39[illegible]	476
510	621	734	822	1105
2964	3408	537[illegible]	17898	26517

(14)　6 の倍数を見つける方法を考えよ。また，(10) のところにある整数のうちから，6 の倍数を選び出せ。

2.　上で調べたことを基にして，整数についての計算の結果を確かめることができる。

（1）　下の左の計算では，奇数が五つあるから，和は奇数である。この理由を説明せよ。

4345	4345	············1
2403	2403	············3
319	319	············3
6754	6754	············2
829	829	············1
+ 765	+ 765	············1
15415	15415	············3

（2）　上の右の計算は，4 で割った時の余りを用いて加法の結果を確かめる方法を示したものである。これを説明せよ。

5, 25 で割った時の余りを用いてする方法を考えよ。例を前ページの計算にとって，その方法を述べよ。また，これを説明せよ。

（3）　3 で割った時の余りを用いて，加法の結果を確かめる方法を言え。また，その理由を言え。

9 で割った時における余りを用いてする方法を言え。また，その理由を言え。

2, 4, 5, 25 などで割った時の余りは，せいぜい，末位の二けたによって定まる。したがって，それから上のけたに誤りがあっても，余りを用いる方法によったのでは，それを見出だすことができない。したがって，2, 4, 5, 25 で割った時の余りを用いて計算の結果を確かめるのは，あまり有効な方法とはいえない。

これに反して，3 や 9 で割った時の余りは，各けたの数字全体によって定まるから，誤りがどのけたにあっても，それを見出だすのに有効であるといえる。

特に，9 で割った余りは，全く機械的に計算することができるので，9 で割った余りを用いて計算の結果を確かめるのが普通である。この方法を「九去法」という。

次は，九去法によって加法の結果を確かめる方法を示したものである。

7209……0 (7, 2 を加えて 9, したがって 0)
5793……6 (5, 7 3 を加えて 15,更に 1, 5 を加えて 6)
464……5 (4, 6, 4 を加えて 14, 更に 1, 4 を加えて 5)
6562……1 (6, 5, 2, 6 を加えて 19, したがって 1)
＋ 567……3 (5, 7 を加えて 12, 更に 1, 2を加えて 3)
20499……6 (縦に見て, 6, 3 を加えて 9, これを除いて 5と 1 だけを加えて 6)

ここに掲げた例では，計算して得られた和の 2 と 4 を加えて6となるので，正しく計算ができているとみてよい。

（4） 次の計算をせよ。また，九去法でその結果を確かめよ。

6307	7285	42290	28671
549	1843	76874	54502
7863	239	5309	33853
3298	5361	24752	1809
＋ 803	＋2909	＋ 603	＋79121

（5） 次の計算の結果を，九去法で確かめるにはどうするか。その方法を考えよ。

$$9785-5642$$

（6） 次の計算をせよ。また，その結果を九去法で確かめよ。

8879	3496	7983	9784
－5731	－2175	－3051	－6722

6538	14976	56878	86692
－6291	－ 2836	－49715	－57936

（7） 次の計算をせよ。また，その結果を九去法で確かめるにはどうするか。その方法を考えよ。

$$4053\times1304$$

$4053=9a+3,\ 1304=9b+8$ として考えよ。

（8） 次の計算をせよ。また，その結果を九去法で確かめよ。

2579×438　　61848×279

3486×572　　59274×4023

（9） 次の計算をせよ。また，その結果を九去法で確かめるにはどうするか。その方法を考えよ。

$121208\div436$　　$7616594\div157$

(10) 次の計算をせよ。また，その結果を九去法で確かめよ。

$476037\div653$　　$189210\div714$

$126819\div297$　　$454896\div486$

$177975\div835$　　$63987\div129$

3. 1 より大きい数では，1 とその数自身はいつも約数であるが，それ以外に必ず約数があるとはいえない。

例えば，3 は，1 及び 3 以外に約数を持たない。5 もまた同様である。しかし，6 は，明らかに，1 と 6 以外に，2, 3 という約数をもっている。

1 より大きい数で，1 とその数自身以外に約数のないものを「素数」という。また，それ以外に，約数があるものを「非

素数」という。

2, 3 は素数であり，6, 8 などは非素数である。

100 より小さい素数は次のようである。

2,	3,	5,	7,	11,	13,	17,	19,	23
29,	31,	37,	41,	43,	47,	53,	59,	61
67,	71,	73,	79,	83,	89,	97		

このような素数を見出だすには，次のようにすればよい。

まず，1 から 100 までの数を，大きさの順に並べておく。次に，1 は素数でないから消す。更に，2 は素数であるから，これを残しておき，2 の倍数は非素数であるから，それらを消す。次に，残っている数で一番小さいものは3である。この3は素数であるから，これを残しておき，3 の倍数は非素数であるから，それらを消す。

(1) 上のようにして，消されずに残る数は素数である。この理由を明らかにせよ。

(2) 上のように考えて，100 より小さい素数が，上に掲げたもの以外にないことを確かめよ。

非素数は，素数の積として書き表わすことができる。素数の積に直すには，まず，小さい素数から始めて順に，その素数で割り切れるかどうかを確かめ，割り切れたら，その素数で割って行くがよい。右は，その方法を示

$$\begin{array}{r|r} 2 & 1260 \\ \hline 2 & 630 \\ \hline 3 & 315 \\ \hline 3 & 105 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline & 7 \end{array}$$

したものである。

非素数の約数で，素数であるものを，特に，「素因数」という。また，非素数を素因数の積として書き表わすことを，「素因数に分解する」という。

(3) 次の数を素因数に分解せよ。

48	120	252	756	1080
72	125	240	896	2520

(4) 1260 を素因数に分解すると次のようである。

$$2^2\cdot3^2\cdot5\cdot7$$

1260 の約数を a とすると，a の素因数は，2, 3, 5, 7 のいずれかである。この理由を明らかにせよ。（a の素因数として，それ以外のものがあったら，不合理であるわけを考えよ）

(5) 1260 の約数は，$2^x\cdot3^y\cdot5^z\cdot7^u$ の形に書き表わされ，x, y は共に 0, 1, 2 のいずれかであり，z, u は共に，0, 1 のいずれかである。この理由を明らかにせよ。

(6) 次は，1260 のすべての約数を作る方法を示したものである。

$$\begin{cases}2^0\\2^1\\2^2\end{cases}\qquad\begin{cases}3^0\\3^1\\3^2\end{cases}\qquad\begin{cases}5^0\\5^1\end{cases}\qquad\begin{cases}7^0\\7^1\end{cases}$$

上の各組から，必ず一つずつ取り，それらをかけ合わせる。この選び方は次ページのようにする。

2^0	3^0	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^0\cdot 5^0\cdot 7^0=1$
			7^1	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^0\cdot 5^0\cdot 7^1=7$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^0\cdot 5^1\cdot 7^0=5$
			7^1	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^0\cdot 5^1\cdot 7^1=35$
	3^1	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^1\cdot 5^0\cdot 7^0=3$
			7^1	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^1\cdot 5^0\cdot 7^1=21$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^1\cdot 5^1\cdot 7^0=15$
			7^1	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^1\cdot 5^1\cdot 7^1=105$
	3^2	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^2\cdot 5^0\cdot 7^0=9$
			7^1	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^2\cdot 5^0\cdot 7^1=63$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^2\cdot 5^1\cdot 7^0=45$
			7^1	$\cdots\cdots 2^0\cdot 3^2\cdot 5^1\cdot 7^1=315$
2^1	3^0	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^0\cdot 5^0\cdot 7^0=2$
			7^1	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^0\cdot 5^0\cdot 7^1=14$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^0\cdot 5^1\cdot 7^0=10$
			7^1	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^0\cdot 5^1\cdot 7^1=70$
	3^1	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^1\cdot 5^0\cdot 7^0=6$
			7^1	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^1\cdot 5^0\cdot 7^1=42$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^1\cdot 5^1\cdot 7^0=30$
			7^1	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^1\cdot 5^1\cdot 7^1=210$
	3^2	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^2\cdot 5^0\cdot 7^0=18$
			7^1	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^2\cdot 5^0\cdot 7^1=126$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^2\cdot 5^1\cdot 7^0=90$
			7^1	$\cdots\cdots 2^1\cdot 3^2\cdot 5^1\cdot 7^1=630$
2^2	3^0	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^0\cdot 5^0\cdot 7^0=4$
			7^1	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^0\cdot 5^0\cdot 7^1=28$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^0\cdot 5^1\cdot 7^0=20$
			7^1	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^0\cdot 5^1\cdot 7^1=140$
	3^1	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^1\cdot 5^0\cdot 7^0=12$
			7^1	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^1\cdot 5^0\cdot 7^1=84$
		5^1	3^0	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^1\cdot 5^1\cdot 7^0=60$
			7^1	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^1\cdot 5^1\cdot 7^1=420$
	3^2	5^0	7^0	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^2\cdot 5^0\cdot 7^0=36$
			7^1	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^2\cdot 5^0\cdot 7^1=252$
		5^1	7^0	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^2\cdot 5^1\cdot 7^0=180$
			7^1	$\cdots\cdots 2^2\cdot 3^2\cdot 5^1\cdot 7^1=1260$

この方法を説明せよ。また，これで残らず約数ができるわけを説明せよ。

（7） 次の数の約数を残らず言え。

48	120	252	452
864	1268	1248	2268
2700	4320	3888	9072

（8） 素因数分解を基にして，幾つかの数の最大公約数を求めることができる。

例を，48, 120, 252 の一組の数にとって，その方法を考えよ。また，その理由を明らかにせよ。

$48=2^4\cdot 3,\qquad 120=2^3\cdot 3\cdot 5,\qquad 252=2^2\cdot 3^2\cdot 7$

（9） 次の各組の数の最大公約数を求めよ。

(36, 288)	(144, 720)	(216, 1512)
(432, 736)	(328, 592)	(296, 4864)

（10） 幾つかの数の最大公約数は，そのうちで最も簡単に素因数に分解できるものだけを素因数に分解し，これを基にして求めることができる。例えば，48, 120, 252 の最大公約数を求めるのに，次のようにすればよい。

まず，48 を素因数に分解して，$2^4\cdot 3$ とわかる。120, 252 を 2, 2^2 で割ると割り切れるから，120, 252 は 2^2 の倍数であることがわかる。しかし，252 は 2^3 で割り切れないから，252 は 2^3 の倍数ではない。

次に，120, 252 は，3 で割り切れるから，3 の倍数である。

したがって，この三つの数の最大公約数は，$2^2 \cdot 3$ 即ち 12 である。

この最大公約数を求める方法を説明せよ。

（11） 素因数分解を基にして，幾つかの数の最小公倍数を求めることができる。例を，43, 120, 252 の一組の数にとって，その方法を考えよ。また，その理由を明らかにせよ。

（12） 二数の最大公約数が 1 である時，言い換えると，その二数は 1 以外に約数がない時，その二数は，「互に素である」という。例えば，4 と 9 とは互に素である。

二つの数，a, b の最大公約数を g とする。a, b を g で割った商を，それぞれ x, y とすると，次の等式が成り立つ。

$$a = xg \qquad b = yg$$

x, y は互に素である。この理由を明らかにせよ。

（13） 互に素である二つの数の最小公倍数は，その二つの数の積である。この理由を明らかにせよ。

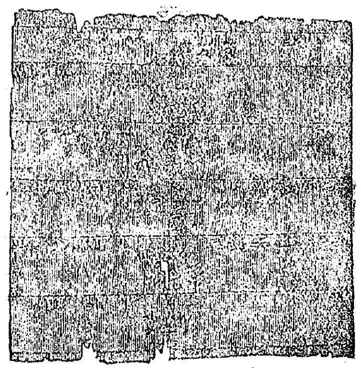
（14） 二つの数の積が，ある素数の倍数であると，その二つの数のうち，少なくとも一方は，その素数の倍数である。この理由を明らかにせよ。（二つの数を素因数に分解したとして考えよ）

VI. 分　　数

1，分数は整数に次いで，古くから使われた数である。人間の生活がだんだん開けてくると，等分することや端数の処

理をするようなことが起きてくる。このようなことから，分数が用いられるようになったのであろうと考えられる。

現在知られている，世界で一番古い数学の書物は，大英博物館にあって，リンド氏によって集められたパピルスである。これは，アーメスの書いたもので，紀元前 2000 年から 1700 年頃のものであると言われている。



このアーメスのパピルスには，既に，分数についての計算が書いてある。しかし，アーメス時代には，われわれの知っているものとは違って，分子が 1 である単位分数だけを分数と考えていた。したがって，分数を書き表わすには，分母だけを書けばよいわけで，分母の上に点か，または "ro" という記号を置いた。

また，他の分数は，どうしても単位分数の和として書き表わされねばならなかった。アーメスのパピルスにあるものを，現在のわれわれの記号で書き表わすと，次のようになる。

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

アーメスにとっては，単位分数以外の分数をどうして表わ

すかということが問題であった。これは，パピルスの中にある表によった。その表には $\frac{2}{2n+1}$ の形の分数，即ち，分母が奇数であって，3から 99 までのものが，すべて單位分数の和として示されている。

アーメスが，どんな方法で，この表を作ったかはわからないが，例を $\frac{2}{9}$ にとって，これを單位分数の和に直す方法を考えよう。

$\frac{2}{9}=\frac{1}{\frac{9}{2}}$ となるから，$\frac{9}{2}$ よりも大きくて，これに一番近い整数をとると，5である。もとの分数から $\frac{1}{5}$ を引くと，次のようになる。

$$\frac{2}{9}-\frac{1}{5}=\frac{10}{45}-\frac{9}{45}=\frac{1}{45}$$

したがって
$$\frac{2}{9}=\frac{1}{5}+\frac{1}{45}$$

となる。$\frac{2}{9}$ は，$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$ として表わすこともできるが，$\frac{1}{5}+\frac{1}{45}$ としても表わすことができる。このように，分数を單位分数に分ける方法は，一通りに限らないが，アーメスはただ一通りしか示していない。また，アーメスが，上の方法によったのではないらしいことは，$\frac{2}{9}$ を $\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$ としていることからも推定することができる。

（1） $\frac{2}{7}$ を單位分数の和の形に書き表わせ。また，$\frac{2}{21}$ を單位分数の和の形に書き表わせ。

（2） 級で手分けして，$\frac{2}{2n+1}$ の形の分数で，分母が3から 99 までの整数であるものについて，これを單位分数の和の形に書き表わせ。

（3） この表を用いて，$\frac{5}{21}$ を單位分数の和の形に書き表わせ。また，$\frac{11}{42}$ を單位分数の和の形に書き表わせ。

（4） アーメスの表を使えば，分母が 100 以下である分数は，單位分数の和として表わすことができる。この理由を明らかにせよ。

インド人は，われわれが今使っている数字を使い始めただけでなく，分数を，われわれが使っているものに近い形式で書き表わしている。ただ，分子と分母との間に直線がなく，分子を分母の上に書いていた。また，整数は，1 を分母とする分数として書き，帯分数は整数の部分を分数の上に書いていた。

（5） インド人は，古くから分数についての計算をしていた。インドのバクシャーリーで，土の中に埋もれていた書物が発見されたが，これは，三，四世紀頃の書物の写本であるといわれている。

この本に，次のような問題がある。

「一つの数がある。これを5倍し，その積の $\frac{1}{3}$ を引き，残りを10で割り，これにもとの数の $\frac{1}{3}$，$\frac{1}{2}$ 及び $\frac{1}{4}$ を加えると，68 となる。もとの数を言え。」

各自にこの問題を考えよ。

（6） 五世紀頃にいたアリャバタという人は，次のような問題を出している。

「星のような眼を持っている美しい乙女よ。あなたは，逆算の正しい方法を知っていますか。知っているなら私に答えて下さい。ある数に3をかけ，その積の$\frac{3}{4}$を加え，7で割り，商の$\frac{1}{3}$を引き，それを二乗して52を引き，その平方根を求め，8を加えて10で割ったら，商が2になりました。もとの数は幾らでしょうか。」

各自にこの問題を考えよ。

2. 分数は，一方では，割算と結びついて考えられるものであるが，また，二つの数の割合を示すものであるとも考えられていた。ギリシャにおける分数は，全くこのような考え方で取り扱われていた。

（1） 次の比の値を分数の形に書き表わせ。また，分数を比の形に書き改めよ。

（a） 24:56　68:136　272:528

325:775　144:1008　1212:1236

（b） $\frac{72}{324}$　$\frac{168}{252}$　$\frac{336}{432}$　$\frac{756}{2016}$　$\frac{4536}{6048}$

分数を割算と結びつけて考えても，また，比と結びつけて考えても，分数では，分母・分子を同じ数で割っても，また，分母・分子に同じ数をかけても，分数の値は変わらないこと

は明らかである。

分数を約分して行くと，ついに，約分できないようになる。このような分数を「既約分数」という。

（2） 既約分数の分母・分子は互に素である。この理由を明らかにせよ。また，分数を既約分数に直すには，分母・分子をどんな数で割ればよいか。

（3） 次の分数を既約分数に直せ。

$\frac{126}{252}$　$\frac{231}{441}$　$\frac{198}{576}$　$\frac{216}{648}$　$\frac{378}{684}$

$\frac{672}{864}$　$\frac{125}{625}$　$\frac{612}{3672}$　$\frac{1155}{5475}$　$\frac{5544}{8316}$

分数の大小をくらべるには，それを同じ単位分数で表わしてみればわかる。分数同志の加法・減法の場合も同様である。

（4） 幾つかの分数を，同じ単位分数で表わす時，その単位分数の分母はどのようにしてきめればよいか。その方法を言え。例を，次の一組の分数にとって，これを説明せよ。

$\frac{5}{6}$　$\frac{13}{16}$　$\frac{7}{12}$

（5） 上の三つの分数の大小をくらべよ。

（6） 次の各組の分数の大小を言え。

$\left(\frac{7}{12},\ \frac{8}{15},\ \frac{11}{18}\right)$　$\left(\frac{5}{9},\ \frac{3}{10},\ \frac{13}{35}\right)$

$\left(\frac{5}{6},\ \frac{13}{14},\ \frac{19}{21}\right)$　$\left(\frac{7}{18},\ \frac{10}{27},\ \frac{19}{48}\right)$

$\left(\frac{17}{32}, \frac{19}{48}, \frac{31}{64}, \frac{55}{96}\right)$ $\left(\frac{11}{12}, \frac{31}{36}, \frac{69}{72}, \frac{135}{144}\right)$

(7) 次の各組の分数の大小を言え。

$\left(\frac{2}{7}, \frac{2}{5}\right)$ $\left(\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{11}, \frac{3}{16}\right)$

$\left(\frac{5}{9}, \frac{5}{6}\right)$ $\left(\frac{7}{15}, \frac{7}{9}, \frac{7}{12}, \frac{7}{22}\right)$

(8) 分子の同じ分数について，その大小をくらべる方法を言え。

(9) 次の計算をせよ。

(a) $\frac{13}{24}+\frac{2}{5}+\frac{11}{30}$ $\frac{9}{10}+\frac{11}{12}+\frac{15}{16}$

$3\frac{1}{4}+2\frac{5}{12}+1\frac{9}{14}$ $1\frac{4}{9}+6\frac{5}{63}+\frac{6}{7}$

$2\frac{3}{10}+\frac{12}{25}+3\frac{1}{4}$ $3\frac{2}{17}+\frac{3}{34}+5\frac{4}{51}$

(b) $1\frac{3}{5}-\frac{2}{7}$ $3-\frac{5}{9}-\frac{5}{12}$

$20\frac{5}{8}-17\frac{17}{20}$ $9\frac{7}{12}-2\frac{15}{16}-4\frac{7}{8}$

$2\frac{1}{8}-1\frac{3}{4}-\frac{5}{16}$ $3\frac{5}{8}-2\frac{5}{6}-\frac{17}{24}$

(10) 昔の人たちは，分数の乗法を説明するのに困難を感じていた。イギリス人のトンストール(1474−1559)は

$$\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$$

について，次のように説明した。

「このように計算してよいわけは，1の $\frac{2}{3}$ が，1の $\frac{3}{4}$ にかけられるのであるから，分子が $2\times3=6$ と大きくなると同じように，分母もかけられて大きくなる。この分母の積による割算(分母が大きくなれば，それだけ分数の値が小さくなる)により，分子が大きくなって，正しい結果よりも大きくなった分数の値が訂正されて，本当の値になる。」

この説明を，わかりやすい説明に改めてみよ。

(11) 分数の除法についても，同じように困難を感じていた。次の計算の仕方を説明せよ。

$$\frac{5}{8}:\frac{6}{7}=\frac{35}{56}:\frac{48}{56}=35:48$$

$$\frac{5}{8}\div\frac{6}{7}=35\div48=\frac{5\times7}{8\times6}$$

(12) $\frac{6}{7}$ と $\frac{7}{6}$ とでは，これをかけ合せると1になる。このような二つの数は，互に「逆数」であるという。

分数についての割算の仕方を，逆数という言葉を使って説明せよ。

(13) 2の逆数を言え。また，3の逆数を言え。

(14) 例を次の計算にとって，(12)で述べた割算の仕方が，整数で割る計算にも当てはまることを説明せよ。

$$\frac{3}{5}\div2=\frac{3}{5\times2}$$

VII. 小　　数

1.　小数は，分数にくらべてずっと後れ，近世になってから始めて使われ，約400年前オランダの学者ステヴィンによって発見されたといわれている。ステヴィンは，小数を表わすのに，われわれが現在使っている小数点の代わりに0を用い，小数の各位には，その位に対応する数をつけ加えた。

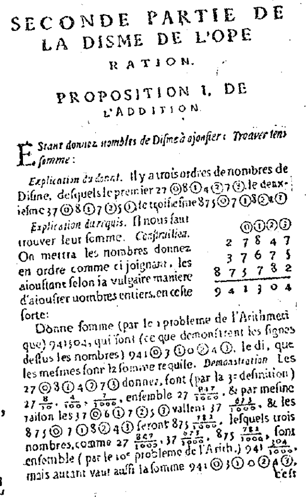
例えば，5.912を表わすのに，次のように書き表わした。

$$\overset{0}{5}\,\overset{1}{9}\,\overset{2}{1}\,\overset{3}{2}$$

あるいは

5⓪9①1②2③

右の図は，ステヴィンが1585年に出版した書物の一ページである。


SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

PROPOSITION I. DE L'ADDITION.

Estant donnez nombres de Disme à ajouster: Trouver leur somme:

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de Disme, desquels le premier 27⓪8①4②7③, le deuxiesme 37⓪8①7②5③, le troisiesme 875⓪7①8②2③.

Explication du requis. Il nous faut trouver leur somme. Construction. On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les aioustant selon la vulgaire maniere d'aiouster nombres entiers, en ceste sorte:

⓪	①	②	③
27	8	4	7
37	6	7	5
875	7	8	2
941	3	0	4

Donne somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui sont (ce que demonstrent les signes dessus les nombres) 941⓪3①0②4③. Je di, que les mesmes sont la somme requise. Demonstration. Les 27⓪8①4②7③ donnez, font (par la 3e definition) $27\frac{8}{10}, \frac{4}{100}, \frac{7}{1000}$, ensemble $27\frac{847}{1000}$, & par mesme raison les 37⓪6①7②5③ vallent $37\frac{675}{1000}$, & les 875⓪7①8②2③ feront $875\frac{782}{1000}$, lesquels trois nombres, comme $27\frac{847}{1000}$, $37\frac{675}{1000}$, $875\frac{782}{1000}$, font ensemble (par le 10e probleme de l'Arith.) $941\frac{304}{1000}$, mais autant vaut aussi la somme 941⓪3①0②4③, c'est

これから間もなく，小数点が用いられるようになった。

ステヴィンの小数の記法は，位取りによるものであって，これで，数の位取りによる記数法は完成したのである。即ち，1の位を中心に，10，100，1000，…… の位の数字を順に左に，$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \cdots\cdots$ の位の数字を順に右に並べるものである。例えば，425.637は

$$4\times10^2+2\times10^1+5+6\times\left(\frac{1}{10}\right)^1+3\times\left(\frac{1}{10}\right)^2+7\times\left(\frac{1}{10}\right)^3$$

を表わすのである。したがって，数を位取りの記法によって書き表わすとすれば，整数があれば，当然，小数が考えられるのである。しかし，事実はこれに相違して，分数が古くから使われ，小数が近世になって，ようやく発明された。位取りによる記数法は，形式は容易であっても，深い意味のあることを示している。

分数を知っているものからすれば，普通の小数は，分数を略して書いたものである。即ち，0.25 は $\frac{2}{10}+\frac{5}{100}$ を略して書いたものであり，$\frac{25}{100}$ とみられる。

（1）　次の小数を，既約分数で表わせ。

0.8	0.25	0.75	0.125	0.375
1.24	2.005	3.968	5.832	7.64
8.75	3.65	2.045	6.175	4.725

小数についての計算では，小数が位取りによる記法によっているから，形式は整数の場合と同様である。また，小数は分数の特殊なものになっているから，その計算の仕方は，分数と同様に説明することができる。

（2）　次の小数についての計算をせよ。また，そのように計算してよいわけを説明せよ。

$$\begin{array}{r} 2.45 \\ \underline{+0.78} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.45 \\ \underline{-0.78} \end{array}$$

（3） 次の小数についての計算をせよ。また，そのように計算してよいわけを説明せよ。

$$\begin{array}{r} 0.09 \\ \underline{\times 0.07} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0.352 \\ \underline{\times\ 0.16} \end{array}$$

（4） 次の小数についての計算をせよ。

$$1.008\overline{)1.6821} \qquad 1.44\overline{)784.8}$$

また，そのように計算してよいわけを，次の等式を参考にして考えよ。

$$\frac{16821}{10000} \div \frac{1008}{1000} = \frac{16821}{10} \div 1008$$

$$\frac{7849}{10} \div \frac{144}{100} = (7848 \times 10) \div 144$$

（5） 次の小数についての計算をし，商は小数第四位まで求めよ。また，余りは幾らか。

$7.9823 \div 3.65$　　　$0.6801 \div 2.31$

（6） 小数 a を小数 b で割る計算で，b を整数にするために，10^2 をかけたとする。10^2a を 10^2b で割った時に，商が c で，余りが r であったとすると，次の等式が成り立つ。

$$10^2a = 10^2b \times c + r$$

この等式から，a を b で割った時の商は c であることを説明せよ。また，余りは幾らか。この理由を明らかにせよ。

小数で割る計算で，余りの位取りをする時には，どのようなことに注意すればよいか。また，その理由を明らかにせよ。

（7） $17408 \div 33000$ を，右のような仕方で計算した。このように計算してよいわけを説明せよ。

また，商を 0.527 とした時，余りは幾らか。余りの位取りについて，注意しなければならないことを言え。

$$\begin{array}{r@{\,}l} & \underline{\ \ 0.527} \\ 33000) & 17.408 \\ & \underline{16\,5\ \ \ \ } \\ & \ \ \ 90 \\ & \ \ \ \underline{66} \\ & \ \ \ 248 \\ & \ \ \ \underline{231} \\ & \ \ \ \ \ 17 \end{array}$$

（8） 次の計算をせよ。商は小数第三位まで求めよ。また，余りは幾らか。

$86165 \div 65000$	$4980 \div 18200$	$7165 \div 2750$
$0.285 \div 18$	$16.5 \div 54$	$21.98 \div 67$
$1560.528 \div 403$	$221.077 \div 389$	$135 \div 496$

2. 小数は分数の特別なものであることは，すでに述べたところである。これと逆に，どんな分数でも小数に書き表わすことができるだろうか。例えば，$\frac{1}{3}$ を小数に直そうとしていくら割算を続けても，割り切れない。したがって，$\frac{1}{3}$ を小数点以下何位かで終るような小数に直すことはできない。

$\frac{1}{3}$ を小数に直すと，0.333333…… という形になって，どこまでも 3 が続いているというより仕方がない。

このように，小数点以下どこまで行っても数字が絶えない小数を，「無限小数」という。

同様に，$\frac{1}{7}$ を小数に直すのに，割算をすると，右のようになる。この計算からわかるように，0.142857 となり，それから後再び，142857，更に 142857，…… と繰り返すことがわかる。即ち，同じ数字が周期的に，現われることがわかる。

$$
\begin{array}{r}
0.142857142 \\
7\overline{)1.0} \\
\underline{7} \\
30 \\
\underline{28} \\
20 \\
\underline{14} \\
60 \\
\underline{56} \\
40 \\
\underline{35} \\
50 \\
\underline{49} \\
10 \\
\underline{7} \\
30 \\
\underline{28} \\
20 \\
\underline{14} \\
6
\end{array}
$$

（1）　$\frac{1}{6}$ を小数に直してみよ。

（2）　分数を小数に直す時，割り切れない場合には，商を無限小数で表わすと，そのある位より後は，同じ数字が同じ順序に限りなく繰り返して現われる。例を $\frac{1}{7}$ にとって，この理由を明らかにせよ。

割り算をして行く時に，余りは 1，2，3，4，5，6 のうちのどれかであることを基にして考えよ。

（3）　$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{11}$ を小数に直す場合についても，上と同じようなことを考えよ。

（4）　一般の分数を小数に直す時，分子を分母で割っても割り切れない場合について，上と同じようなことを考えよ。

無限小数で，ある位から後は，同じ数字が同じ順序に限りなく繰り返して現われるものを「循環小数」という。

分数を小数に直すと，普通の小数（これを「有限小数」ということがある）になるか，または循環小数になる。循環小数は次のように書き表わす。

$$\frac{1}{3}=0.\dot{3} \qquad \frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$$

$0.\dot{3}$ は，3 だけが限りなく繰り返して現われることを示し，$0.\dot{1}4285\dot{7}$ では，点の間にある数字 142857 が，その順序で限りなく繰り返して現われることを示す。

（5）　$\frac{1}{6}$ や $\frac{1}{11}$ を循環小数の形に書き表わせ。

（6）　$\frac{1}{13}$ を循環小数の形に書き表わせ。

有限小数は，分数に書き表わすことはできるが，循環小数はどうであろうか。例えば，$0.\dot{3}$ について考えよう。

$0.\dot{3}$ で表わされる数を，x とする。

$$x=0.3333\cdots\cdots, \qquad 10x=3.333\cdots\cdots$$

上の二つの等式から，$9x=3$ であることがわかる。したがって，$x=\frac{1}{3}$ であることがわかる。

（7）　次の循環小数を分数に直せ。

$0.\dot{5}$　　$0.0\dot{6}$　　$0.\dot{5}9\dot{2}$　　$0.\dot{9}$　　$0.\dot{8}\dot{8}$　　$0.\dot{1}7\dot{1}$

$1.\dot{5}$　　$1.\dot{0}\dot{6}$　　$1.\dot{5}9\dot{2}$　　$1.0\dot{6}$　　$1.03\dot{0}\dot{9}$　　$0.4\dot{1}\dot{5}$

$\frac{1}{3}$ が $0.\dot{3}$ であるから，1 は $0.\dot{9}$ と書き表わされることに

なる。しかし，1 を分数の形に直して割算しても，割り切れる。したがって，循環小数は，割算の商を書き並べたものであるとはいえない。

$0.\dot{9}$ を，小数第一位，小数第二位，小数第三位，………までとった数を順次に書き並べると

0.9,　　0.99,　　0.999,　　………

となり，これと 1 との差を，同じように須次に書き並べると，

0.1,　　0.01,　　0.001,　　………

となる。したがって，後者の系列は，先へ行けば行くほど，0 に近づく。言い換えると，前者の系列は，先へ行けば行くほど，1 に近くなる。卽ち，$0.\dot{9}$ が 1 に等しいというのは，このようなことを意味する。

（8）　$0.\dot{0}\dot{6}$ について，上と同じようなことを説明してみよ。

VIII. 無　理　数

1.　今までに取り扱ったのは，整数・小数及び分数で，整数・小数は共に，分数の特殊なものであるとみられる。卽ち，整数は分母が 1 である分数とみられ，また，小数は，分母が 10 の累乗で，分子が整数であるような分数とみられる。したがって，整数・小数及び分数は共に，整数を分母，分子とする分数として書き表わすことができるものとしてよい。ところが，分数の形にどうしても書き表わすことのできない数がある。このような数は，紀元前500年頃ギリシヤのピタゴラス学派の人たちによって見出された。

それは，直角二等辺三角形の研究の結果によってもたらされたものであるといわれている。卽ち，直角三角形の斜辺の長さを表わす数として見出されたといわれている。

ピタゴラス学派の人たちは，目に見えるものは何によらず，すべて数によって表わすことができるものと信じていたから，その驚きはわれわれが考えるより以上に大きかったに相違ない。これについて，次のようなことが傳えられていることからも，どんなに驚いたかを推察することができる。

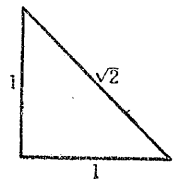
「このような数があることは，造化の妙に欠陥のあることを意味する。したがって，このような造化の手落ちは，かたく秘しておかなければならない。これをみだりに言うものは，神の怒りを受けるであろう。」してみると，このような数のあることは，人に言われぬものとして，学派以外のものに口外されなかったらしい。また「このおきてを破って，このような数のあることをもらした者が，神罰によって難破しておぼれ死んだ。」とも言われている。

ピタゴラス学派の人たちが，直角二等辺三角形の斜辺の長さは分数によって表わすことができないことを，どうして確かめたかは，もちろん知ることはできない。われわれは，ピタゴラス学派の人たちが言ったように，斜辺の長さが分数で表わすことができないかどうかを調べてみよう。

直角をはさむ二辺の長さをいずれも 1 とし，斜辺の長さを

x とすると，次の等式が成り立つ。

$$x^2=1^2+1^2=2$$



したがって，われわれは斜辺の長さを$\sqrt{2}$ として書き表わしてきた。

$\sqrt{2}$の値を小数に書き表わす方法を考えよう。

$$1^2=1 \qquad 2^2=4$$

となるから，$\sqrt{2}$ は1よりも大きく，2 よりも小さいことがわかる。

即ち　$1<\sqrt{2}<2.42$

また　$1.1^2=1.21,\quad 1.2^2=1.44,\quad 1.3^2=1.69.$

$1.4^2=1.96,\quad 1.5^2=2.25$

となるから，$\sqrt{2}$ は1.4よりも大きく，1.5よりも小さいことがわかる。

即ち　$1.4<\sqrt{2}<1.5$

更に　$1.41^2=1.9881,\quad 1.42^2=2.0164$

となるから，$\sqrt{2}$ は1.41よりも大きく，1.42よりも小さいことがわかる。

即ち　$1.41<\sqrt{2}<1.42$

このようにして行けば，いつかはきっちり有限小数で表わすことができるかも知れないと考えられる。そこで，有限小数で表わすことができたとすると，その末位の数字は，1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 のいずれかである。

しかし，それらの数字を二乗すると，その末位の数字は，1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1 のいずれかであって，0 になることも 2 になることもない。

したがって，$\sqrt{2}$ はきっちり有限小数で表わすことができない。言い換えると，無限小数でしか表わすことができない。

また，この無限小数は，循環小数であるかも知れない。即ち，分数の形に書き表わすことができるかも知れない。そこで$\sqrt{2}$が分数で書き表わすことができたとする。

$\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ とし，a, b は整数，$\frac{a}{b}$ は既約分数であるとすると

$2=\frac{a^2}{b^2}$　　したがって　$a^2=2b^2$

となり，a^2 は 2 の倍数となる。2 は素数であり，$a \cdot a$が 2 の倍数であるから，a は 2 の倍数となる。

そこで $a=2c$ として，等式$a^2=2b^2$ のなかに入れると

$$(2c)^2=2b^2$$
$$4c^2=2b^2$$
$$2c^2=b^2$$

上と同じ理由で，b は 2 の倍数となる。

a が 2 の倍数，b も 2 の倍数であるから，a, b に公約数があることになり，$\frac{a}{b}$が既約分数であるという約束に反する。

これは $\sqrt{2}$ が分数で書き表わされるとしたからである。したがって，$\sqrt{2}$ を無限小数で表わした時，循環小数にならないことがわかる。

これで，ピタゴラス学派の人たちが言ったように，$\sqrt{2}$は

今までに取り扱ってきた数でないことが確かめられた。

$\sqrt{3}$を小数に書き表わすと，循環小数でない無限小数となる。この理由を明らかにせよ。

2. $\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}$ のように，無限小数であって，循環小数で表わすことのできないものと，今までの数のように有限小数になるか，あるいは無限小数になっても，循環小数で表わすことができるものとを区別しておこう。後者を「有理数」といい，これに対して前者を「無理数」という。この両者をあわせて「実数」という。

$\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}$ が数として取り扱われるようになったのは，全く近世のことであって，それまでは，その名が示すように，無理数は数としての取り扱いを受けていなかった。

無理数はいろいろ考えられるが，ここでは無限小数で表わされたものとして，その計算の仕方を考えよう。

$\frac{1}{3}$は数の系列（0.3, 0.33, 0.333, ……）によって表わすことができた。これと同様に，$\sqrt{2}$ を数の系列（1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, ……）として考えることにする。これは次のように，系列の中にある各数の二乗を計算してみればわかる。

$1.4^2=1.96,\quad 1.41^2=1.9881,\quad 1.414^2=1.999396,$

$1.4142^2=1.99996164,\quad \cdots\cdots\cdots$

即ち，数の系列

$2-1.4^2,\quad 2-1.41^2,\quad 2-1.4142^2,\quad \cdots\cdots\cdots$

は，だんだん0に近づいて行くことによって，数の系列

1.4,　1.41,　1.414,　1.4142,　………

は，だんだん$\sqrt{2}$に近づいて行くことがわかる。

同様に，$\sqrt{3}$を次のような数の系列として考える。

1.7,　1.73,　1.732,　1.7320,　………

（1） $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$を，次の数の系列によってきめたとする。

$1.4\times1.7,\quad 1.41\times1.73,\quad 1.414\times1.732,\quad \cdots\cdots\cdots$

これは $\sqrt{6}$に対する数の系列として考えられる。

これで$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ を確かめよ。

（2） 上のように無理数の乗法をきめて，

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ を確かめよ。

（3） $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ を確かめよ。

（4） $\sqrt{3}\div\sqrt{2}$を，次の数の系列によってきめたとする。

$\frac{17}{14},\quad \frac{173}{141},\quad \frac{1732}{1414},\quad \cdots\cdots\cdots$

これは $\sqrt{\frac{3}{2}}$ に対する数の系列として考えられることを確かめよ。

（5） $\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=1$ 及び$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ を確かめよ。

（6） $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ はどんな数の系列と考えられるか。また，$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=1$ を確かめよ。

上に述べたように無理数の加減乗除の仕方をきめると，整数について考えた計算規則は。無理数についても当てはまることがわかる。

IX. 正の数・負の数

1. インド人は，古くから，正，負の数の観念をもっていた。この正，負の関係を，財産と負債との観念に結びつけて表わし，あるいは，方向の相反するものとして表わしていた。

インド人のバスカラは，紀元 1150 年頃にいた人であるが，この人は方程式 $x^2-45x=250$ の根として，$x=50$ あるいは -5 をあげている。これを確かめよ。

バスカラはまた，次のようなことも述べている。

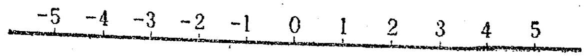
「正の数の平方も負の数の平方も，共に正の数である。正の数の平方根は二つあって，一つは正，他の一つは負である。負の数の平方根は存在しない。それは，負の数が平方数でないからである。」

上に述べたことを説明してみよ。

これによって，負の数の計算方法までもわかっていたと考えられる。しかし，これが，普通の数と同様に取り扱われるようになったのは，ごく最近のことである。これは，フランス人のデカルト (1596－1650) によってである。

デカルト以前には，無いものよりも小さい数とか，0 以上の本当の数が0から引かれる時に起る不條理数などといって，一般には，負の数は認められていなかったが，デカルトによって，数が直線上に並べられて，始めて負数を数として取り扱うようになった。

また，0 が数として意味をもつことも，はっきりしてきたと考えることができる。



上に述べたことからもわかるように，負の数は，小さな数から大きな数を引いたものとして考えられていたことは明らかである。この負の数が認められると，a, b の大小には関係なく，いつも $a-b$ が計算できることになる。

分数を数として取り扱うことによって，$ax=b$ が解をもつようになったと同様に，負の数を数として取り扱うことにより，$x+a=b$ が解をもつようになったということができる。

これで，一次方程式はどんな場合でも，解くことができるようになったわけである。

2　上の図で，1, 2, 3, …… 及び 0 より右側にある分数や小数などを，今まで数として取り扱ってきた。そこでまず，0 を数とみた時，0についての計算はどうなるかを考えよう。

しかし，今までも，0 を数として取り扱わなかったというわけではない。次のような計算で，その方法をまとめて述べるには，どうしても，数としての0のたすけを必要とする。

$$\begin{array}{r} 360 \\ +225 \\ \hline 585 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 448 \\ -243 \\ \hline 205 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307 \\ \times\ 48 \\ \hline 2456 \\ 1228 \\ \hline 14736 \end{array}$$

このようなことがあったためであろう。われわれの計算に使っている数字を生んだインドでは，早くから0を数としてとりあげていたらしい。七世紀の初め頃のインドの数学者ブラマグプタの書物の中には，次のような意味のことが書いてある。これについては前に述べたところである。

どんな数に0をかけても，結果は0である。また，どんな数に0を加えても，または引いても，その値に変化が起らない。

これを式に書き表わすと，次のようになる。

$a\times 0=0 \qquad a+0=a \qquad a-0=a$

ここで，0についての除法には何もふれていないから，これについて考えてみよう。

まず，0を割る計算について考えよう。aがどんな数であっても，$a\times 0=0$である。したがって0を0でないどんな数で割っても，その商は0であることがわかる。

$$0\div a=0 \quad (a\neq 0)$$

次に，0で割る計算について考えよう。aがどんな数であっても，$a\times 0=0$であるから，0でない数を0で割ることはできないわけである。また，0を0で割れば，どんな数にでもなるから，その結果がきまらないといえる。

（1） 上に述べたことを，くわしく説明してみよ。

（2） 無限小数を考えた時に，数を，それに近づく数の系列として考えた。この考えを用いて，0に近づく数の系列を

0.1,　0.01,　0.001,　0.0001,　………

とする。今，aを1とすると，$a\div 0$はどのようになると考えられるか。また，aを-1とすると，$a\div 0$はどのようになると考えられるか。

（3） 次に示す数の系列も，0に近づいて行く数の系列と考えられる。

(a)	0.1,	0.01,	0.001,	0.0001,	……
(b)	1,	0.1,	0.01,	0.001,	……
(c)	0.01,	0.001,	0.0001,	0.00001,	……
(d)	0.2	0.02,	0.002,	0.0002,	……
(e)	0.3	0.03,	0.003,	0.0003,	……

$0\div 0$を考えるのに，割られる方に(a)の系列を用い，割る方に(b)の系列を用いて，次の計算をしてみよ。

$0.1\div 1$,　$0.01\div 0.1$,　$0.001\div 0.01$,　$0.0001\div 0.001$,　……

これを略して，(a)÷(b)と書くことにする。次の各組み合わせについても計算せよ。

(a)÷(a)　(d)÷(a)　(e)÷(a)　(a)÷(c)

なお，このほかの組み合わせも作って調べよ。

上で調べたことから，0で割る計算が明らかになった。ここで，0についての除法をまとめておこう。

$$\begin{cases} a\div 0 \begin{cases} a\text{が}0\text{でない場合には，できない。} \\ a\text{が}0\text{であると，きまらない。} \end{cases} \\ 0\div a=0 \quad (a\neq 0) \end{cases}$$

3. 次に，0 の左側にある負の数についての計算を考えよう。計算の仕方を考えて行く時に使う文字，a, b, c, ……は，すべて正の数を表わすものとする。また，一学年の時に習つたように

$$0-1, \quad 0-2, \quad 0-3, \quad \cdots\cdots$$

を，-1, -2, -3, …… と書くことにする。

また，$a-b$ で，b が a よりも大きい場合には

$$a-\{a+(b-a)\}=(a-a)-(b-a)=0-(b-a)$$

として，その結果を $-(b-a)$ とする。即ち，2−5 では，次のように考えて，その結果を −3 とする。

$$2-5=2-\{2+(5-2)\}=(2-2)-(5-2)=0-3$$

これを基にして，負の数についての計算を考えよう。

まず，正の数に負の数を加える計算について考える。この仕方は，次のようである。

$$a+(-b)=a-b$$

これを，計算規則から導き出してみよう。

$$a+(-b)=a+(0-b)=(a+0)-b=a-b$$

（1） 負の数に，正の数を加える計算，負の数に負の数を加える計算の仕方は，次の等式で示される。

$$(-a)+b=b-a$$

$$(-a)+(-b)=-(a+b)$$

このように計算してよいわけを説明せよ。

（2） 次の式は，負の数から正の数を引く計算の仕方を示したものである。

$$(-a)-b=(0-a)-b$$
$$=0-(a+b)$$
$$=-(a+b)$$

このように計算してよいわけを説明せよ。

（3） 負の数を引く計算の仕方は，次の等式で示される。

$$a-(-b)=a+b$$

$$(-a)-(-b)=b-a$$

このように計算してよいわけを説明せよ。

（4） A, B を正の数，あるいは負の数とする。−A あるいは −B は，それぞれ，A, B と絶対値が等しく，符号の反するものを表わすことにする。例えば，A が +3 ならば，−A は −3 を示し，A が −3 ならば，−A は +3 を表わすものとする。次の等式が成り立つ理由を明らかにせよ。

$$A+(-A)=0$$

$$A-B=A+(-B)$$

上の等式の後者から次のことがいえる。

（a） 減法は加法とみることができる。

（b） 2−3 では，これを +2 と −3 とを加えたものとみて，計算の仕方を示す記号を，その記号の後にある数の符号とし，加える記号を省略してあるとみることができる。

上のように考えて，2−3 では，2を「正項」，−3 を「負項」

ということがある。これは $2a-3a$ についても同様で，$2a$ を正項，$-3a$ を負項ということがある。

（5） 次の計算で，正項と負項とに分け，それぞれの和を求め，次に，その二つの和について引算をせよ。

$5-3+4-1$ $\qquad$ $-9-3-7+2$

$-4.2+3.8-6.7+5.2$ $\qquad$ $-6.3-2.7-4.4+1.8$

$8a-4a+7a-5a$ $\qquad$ $-1.5a+2.5a-3.5a+4.5a$

$-x+\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}x+\frac{2}{3}x$ $\qquad$ $ax-3ax-1\frac{1}{2}ax+\frac{1}{2}ax$

4. 正の数，0 及び負の数の乗法・除法について考えよう。

0 についての乗法・除法は，正の数と 0 とについて述べたと同じような規則によるものとする。即ち

（a） a はどんな数であっても $a\times0=0$，$0\times a=0$

（b） $a\div0$ は，a が 0 でなければ，計算ができない。また，a が 0 であると，その結果はきまらない。

また，$0\div a$ は a が 0 でなければ 0 である。

（1） 次は，正の数に負の数をかける計算の仕方を説明したものである。各自に考えよ。

$$\begin{aligned} a\times(-b)&=a\times(0-b)\\ &=(a\times0)-(a\times b)\\ &=0-(a\times b)\\ &=-(a\times b) \end{aligned}$$

（2） 次の等式が成り立つことを説明せよ。

$$(-a)\times b=-(a\times b)$$

（3） 次は，二つの負の数をかける計算の仕方を示したものである。各自に考えよ。

$$\begin{aligned} (-a)\times(-b)&=(-a)\times(0-b)\\ &=(-a)\times0-(-a)\times b\\ &=0-(-ab)\\ &=ab \end{aligned}$$

（4） 除法は，乗法の逆算であるとみられる。この考えから，除法の仕方をまとめて言え。また，その理由を考えよ。

（5） A は 0 でない数であるとする。符号は A と同じで，絶対値が A の絶対値の逆数である数を $\frac{1}{A}$ と書き表わすことにする。次の等式は，割算の仕方を説明したものである。

$$B\div A=B\times\frac{1}{A}$$

この等式の成り立つ理由を明らかにせよ。

（6） 上の等式を用いて，符号をきめる規則が乗法と除法とでは，全く同じであることを説明せよ。

5. 以上で，いろいろな数はどんなにして生まれてきたか。また，どんな規則にしたがって計算すればよいかを述べた。その計算規則をここにまとめて書いておこう。

$a+b=b+a$ $\qquad$ $a\times b=b\times a$

$a+(b+c)=(a+b)+c$ $\qquad$ $a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$

$a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

$a-b=a+(-b)$ $\qquad$ $a\div b=a\times\left(\frac{1}{b}\right)$

問　　題

1. 次の計算を暗算でせよ。

(1)	766+998	895+996	423+999
	0.827+0.998	5.32+9.99	64.7+99.6
	568+299	447+498	759+396
	0.754+0.198	5.66+9.97	48.9+89.6
(2)	3472−998	5686−997	9872−996
	1.466−0.999	27.87−9.98	433.5−99.7
	1372−698	7487−497	9222−299
	0.764−0.398	42.33−19.97	657.8−499.9
(3)	25×99	35×998	45×9998
	1.648×5	78.68×25	0.742×25

2. 次の計算を珠算でせよ。

791	364	284	878
−452	751	537	453
873	−487	−642	−287
562	952	896	153
+ 371	+ 435	+ 608	+ 604

435	378	922	589
767	435	−538	411
−298	987	117	−576
376	−204	−462	−378
+ 545	+ 835	+ 473	+ 904

3. 次の計算をせよ。また，結果は九去法で確かめよ。

58213×7	0.34675×8	21.058×0.9
4037×46	52801×5.3	45.36×0.17
375×938	0.096×485	367.4×5.02
41312÷8	52980.4÷7	985.22÷0.6
7765÷43	15962÷9.2	23.45÷0.57
1671201÷647	0.07354÷0.328	

4. 次の計算をせよ。また，結果は九去法で確かめよ。

138×6+645×9　　87.69×34+36.83×58

58×13.7+53×14.8　　81×3.85+9.4×2.06

3.14×3.5−7.068÷5.7+0.25

5. 9の倍数のうち，最も小さい四けたの数を言え。

6. 25 の倍数のうち，最も大きい三けたの数を言え。

7. 次のおのおのの数が9の倍数となるように，□のところに数字を入れよ。

73□5　　2□456

3□25　　7□2□8　(最も小さい数)

8. 次の数を素因数に分解せよ。

120	152	306	243	2295
180	1575	2310	4680	124215

9. 4356, 8281 はそれぞれどんな数の二乗か。

10. 62920 に，なるべく小さな数をかけて，ある数の二乗にするには，どんな数をかければよいか。

11. 次の分数を既約分数に直せ。

$\dfrac{105}{140}$　　$\dfrac{84}{126}$　　$\dfrac{837}{1134}$　　$\dfrac{5544}{6552}$

$\dfrac{9\times24\times17\times5}{36\times13\times10\times65}$　　$\dfrac{12\times9\times18\times15}{324\times32\times10\times56}$

12. 次の分数を循環小数に直せ。

$\dfrac{2}{3}$　　$3\dfrac{1}{7}$　　$\dfrac{67}{259}$　　$\dfrac{52}{165}$

13. 次の小数を分数に直せ。

0.75　　0.35　　1.045　　1.875

$0.\dot{4}$　　$0.\dot{6}$　　$1.\dot{2}\dot{7}$　　$3.1\dot{2}3\dot{4}$

14. 次の計算をせよ。

$\dfrac{4}{5}+\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{4}$　　$\dfrac{5}{8}+\dfrac{9}{7}-\dfrac{25}{28}$

$\dfrac{7}{48}-2\dfrac{5}{12}+5\dfrac{13}{16}$　　$4\dfrac{4}{7}-8\dfrac{20}{21}-\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{4}{7}\div\dfrac{5}{12}\times\dfrac{14}{15}$　　$\dfrac{7}{12}\div\dfrac{3}{4}\div\dfrac{5}{3}$

$\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\right)\times\dfrac{1}{2}$　　$\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{5}{8}\right)\div\dfrac{5}{12}$

$\left(1\dfrac{1}{5}-5\dfrac{1}{4}\right)\div\left(\dfrac{7}{6}+4\dfrac{1}{3}\right)$　　$\left(3\dfrac{1}{2}+4\dfrac{1}{5}\right)\div\left(\dfrac{7}{3}-4\dfrac{1}{3}\right)$

$1\dfrac{1}{4}\div2\dfrac{7}{24}+\dfrac{4}{33}-\dfrac{9}{22}\times\dfrac{2}{3}$

$\left(3\dfrac{2}{7}+2\dfrac{3}{14}\right)\div\dfrac{1}{2}-4\dfrac{1}{5}\times1\dfrac{4}{21}$

$\left(8\dfrac{1}{3}+0.28-1\dfrac{2}{5}\right)\times4\dfrac{7}{32}\div0.9$

15. 次の式を計算せよ。

$3(2-3x)-2(5x-1)-3-2x$

$4(x-1)-3(2-x)-6+x$

$3(2-3x)-2(5-x)-(x+4)$

$\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{2x+3}{4}$　　$\dfrac{2y-3}{3}+\dfrac{y-2}{2}$　　$\dfrac{a-2b}{5}-\dfrac{b-2a}{10}$

$\dfrac{3x-7}{4}+\dfrac{4(2-x)}{3}+\dfrac{2x-3}{6}$

$\dfrac{5a+3b}{10}-\dfrac{2(a+2b)}{10}+\dfrac{4a-b}{5}$

$(x+1)(x+2)$　　$(y-2)(y-4)$　　$(z+1)(z-7)$

$(x-1)(x-3)$　　$(y-2)(y-5)$　　$(z-3)(z+2)$

$(5x+3y)^2$　　$(2x-5y)^2$　　$\left(2z-\dfrac{1}{3}\right)^2$

$(2x-3y)(2x+3y)$　　$(5+2x^2)(5-2x^2)$

$(4x-3)(-4x-3)$　　$\left(x^2+\dfrac{1}{3}y^2\right)\left(x^2-\dfrac{1}{3}y^2\right)$

$(x+3y)(x+5y)$　　$(a-6b)(a+3b)$

$\left(x+\dfrac{1}{3}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$　　$(4a-b)(7a+b)$

16. 次の方程式を解け。

$3x+1=16$　　$5x-2=33$　　$3x-16=x$

$2x-7x=x-30$　　$\dfrac{x+9}{2}=2x-3$　　$\dfrac{2x+3}{7}=\dfrac{x-2}{2}$

$\dfrac{2}{3}(x+5)=\dfrac{5}{6}(2x-7)$　　$\dfrac{3}{5}(5x-4)+\dfrac{1}{7}(3x-4)=0$

$7.5x-4.8(3-4x)=6.5(x+3)-5.5x$

$(x-4)(x+3)=(x-3)(x+4)$

$(x-2)(x+3)+(x-5)(x+8)=x(2x+1)$

17. 次の不等式に適するxの値の範囲を求めよ。

$x-7>12-x$　　$3x-16<2x$

$2\frac{1}{2}x-5>2x-1$　　$\frac{x}{100}<\frac{x}{50}-1$

$5.6x-7.3>4.2x+6.3$　　$-8.5x+5>6.2-4.3x$

$(x+2)(x+1)<(x-2)(x-1)$

18. 次の連立方程式を解け。

$\begin{cases} x+y=25 \\ x-y=11 \end{cases}$　　$\begin{cases} x-3y=16 \\ 3x-y=72 \end{cases}$　　$\begin{cases} 3x+2y=13 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$

$\begin{cases} 5x+6y=17 \\ 6x+5y=16 \end{cases}$　　$\begin{cases} 7x-5y=50 \\ 3x+8y=9 \end{cases}$　　$\begin{cases} 4x+1=7y \\ 5x=9y \end{cases}$

19. 次の連立方程式を解け。

$\begin{cases} 7(x-5)=2(6-y) \\ 4(x-y)=11-3x \end{cases}$　　$\begin{cases} 2(3x-2y)=2x+3y \\ 3(4x-3y)=8(y+2) \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{2}{x}-\frac{1}{y}=4 \\ \frac{4}{y}-\frac{3}{x}=9 \end{cases}$　　$\begin{cases} x^2-y^2=16 \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$

$\begin{cases} x-y=2a \\ x+y=2b \end{cases}$　　$\begin{cases} ax+y=b \\ x+by=a \end{cases}$

数学科　中学校第三学年用（1）

中等数学　中数 900

Approved by Ministry of Education

(Date Sep. 6, 1949)

昭和24年7月4日　翻刻発行

昭和24年11月15日　修正印刷

昭和24年12月20日　修正発行

（昭和24年12月20日　文部省検査済）

著作者　文部省

発行者　東京都北区堀船町一丁目八五七番地
東京書籍株式会社
代表者 長　得一

印刷者　東京都台東区二長町一番地
凸版印刷株式会社
代表者 山田三郎太

発行所　東京書籍株式会社

¥ 8.50