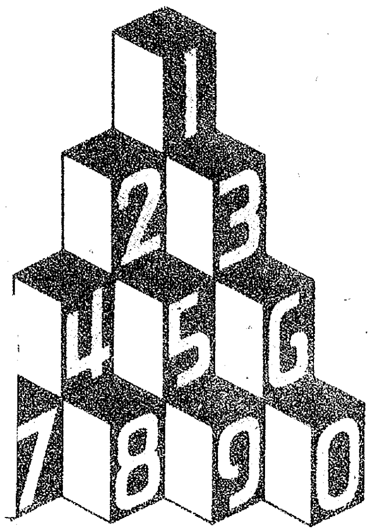
# 中等数学

第二学年用

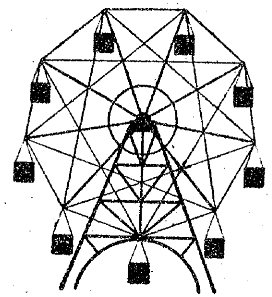
（2）



# 中等数学

第二学年用

(2)



# 目　　次

## 夏休みの天氣

「おじいさんの天氣予報はとてもよく当たりますね。どんなめやすで当てるのですか」と，茂君はおじいさんに聞いてみた。

「それはなんでもないよ。第一のめやすは風のようすだ。

○　東風が吹くと，天氣はたいてい悪くなる。

○　西風が吹くと，天氣はたいてい良くなる。

○　南風が吹くと，天氣はたいてい良くなる。

　　南風は，ばか風といって，ながく続きやすい。

○　北風(または北東風)が吹くと，天氣は悪くなる。

第二のめやすは，氣溫のようすだ。

○　朝と晝の氣溫の差が大きくなる時や差の大きい時は晴。

○　朝と晝の氣溫の差が小さくなる時や差の小さい時は雨。

第三のめやすは空もようだ。

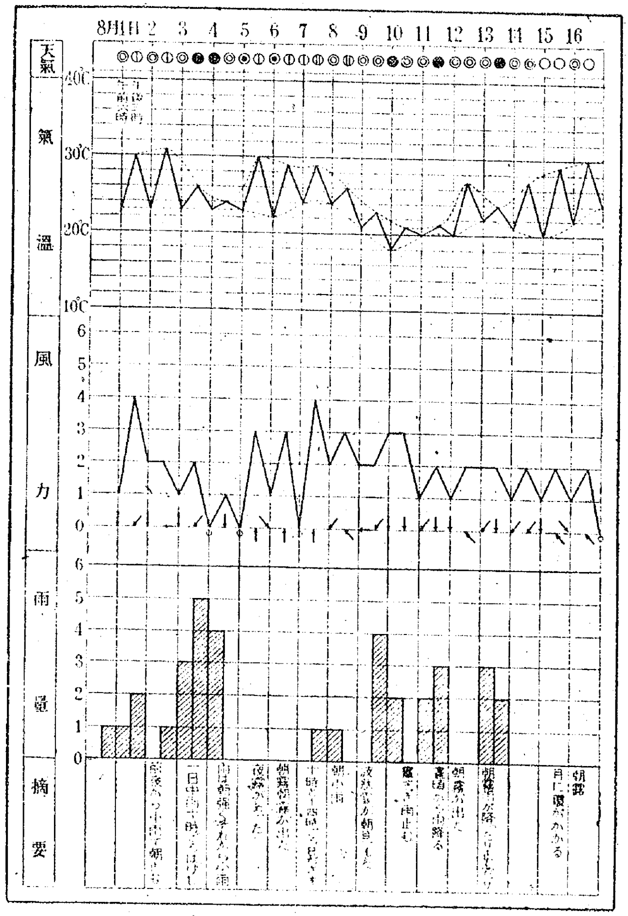
○　西の空が晴れていれば，天氣は良くなる。

○　夕燒のあった，あくる日は天氣が良くなる。

○　日や月にかさがかかれば，雨が近づく。

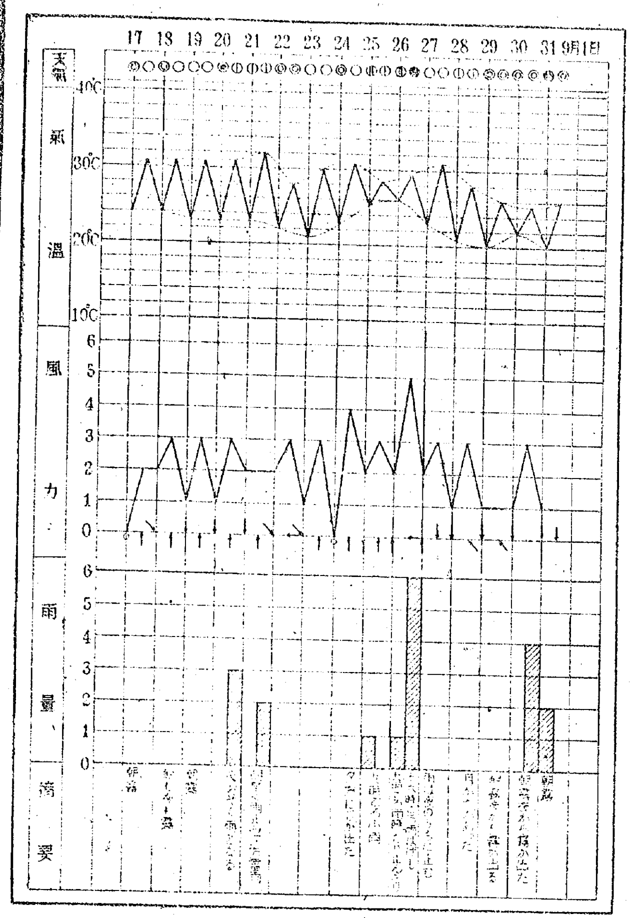
○　朝のにじは雨，夕方のにじは晴のきざし。」

とおっしゃった。茂君はこの話を聞き，おじいさんのめやすについて，確かめてみたいと思った。そこで夏休みの間，風や氣溫や雨量について，毎日はかってみた。次の図は，その記録をまとめたものである。



8月1日 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
天氣
氣溫
40℃
30℃
20℃
10℃
風力
雨量
摘要



17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 9月1日
天氣
氣溫
40℃
30℃
20℃
10℃
風力
雨量
摘要

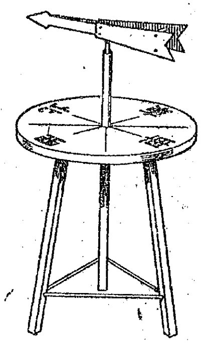
この記錄の上段の氣溫は，毎日の午前六時と午後三時に，はかったものである。また，中段の風力は，次のような階級に分けてしるしたものである。

| 風力階級 | 風力階級をきめるめあて | 風速（1秒間に進む距離） |
|---|---|---|
| 0 | 煙が眞直に昇る。 | 0ᵐ—0.5ᵐ |
| 1 | 煙が軽くなびく。 | 0.6—1.7 |
| 2 | 顔に風を感ずる。木の葉がそよぐ。 | 1.8—3.3 |
| 3 | 木の葉や小枝がたえず動く。 | 3.4—5.2 |
| 4 | ごみや紙片がまい上がる。小枝が大きくゆれる。 | 5.3—7.4 |
| 5 | 葉の茂った小さい木がゆれる。 | 7.5—9.8 |
| 6 | 木の大枝がゆれる。電線がなる。 | 9.9—12.4 |
| 7 | 木の大枝がゆれる。風に向って歩きにくくなる。 | 12.5—15.2 |

風向きは，矢じるしで表わし，無風を○で表わしてある。

雨量は，次の階級に分けてしるしたものである。

| 雨量階級 | 雨量階級をきめるめあて |
|---|---|
| 1 | コップの底がぬれる程度の雨。 |
| 2 | コップの底に 3*mm* 程度たまる雨。 |
| 3 | 3 *mm* から 10 *mm* 程度たまる雨。 |
| 4 | 10 *mm* から 30 *mm* 程度たまる雨。 |
| 5 | 30 *mm* から 50 *mm* 程度たまる雨。 |
| 6 | 50 *mm* 以上。 |


簡單な風向計



また，一番上の天氣の記号は，次の表の通りである。

| ○ | ⦶ | ⦷ | ◎ | ● | ⊛ | ◑ | ◉ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 快晴 | 晴 | 薄曇 | 曇 | 雨 | 雪 | 雷雨 | 霧 |

ここで，快晴は，雲のある廣さが空の面積の2割以內で，よく晴れた場合を示し，晴は，空の面積の3割から7割ぐらいが雲で，あとが晴れている場合を示している。薄曇りは，空の8割以上が高く薄い雲でおおわれている場合を示し，曇りは8割以上が低い濃い雲でおおわれている場合を示している。また，霧は，1 *km* ぐらいより遠いところが見えない場合を示している。

茂君は，おじいさんのめやすを確かめようとして，研究の整理を始めた。

まず，風向きと，その後の天氣との關係を調べようとして，次のような表を作った。

| 南風の吹いた時 | 5日 | 6日 | 7日 | 17日 | 18日 | 19日 | 20日 | 21日 | 23日 | 24日 | 25日 | 25日 | 26日 | 27日 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 午後 | 午後 | 午後 | 午後 | 午後 | 午後 | 午後 | 午後 | 午後 | 午後 | 午前 | 午後 | 午前 | 午前 |
| その時の天氣 | ⦶ | ⦶ | ⦷ | ○ | ○ | ○ | ⦶ | ⦶ | ○ | ○ | ⦷ | ⦶ | ⦷ | ○ |
| 12時間後の天氣 | ◉ | ⦶ | ◎ | ◎ | ○ | ◉ | ⦶ | ◎ | ◎ | ⦷ | ⦶ | ⦷ | ● | ○ |
| 24時間後の天氣 | ⦶ | ⦷ | ⦷ | ○ | ○ | ⦶ | ⦶ | ◎ | ○ | ⦶ | ⦷ | ● | ○ | ⦶ |
| | | | 降雨 | | | | 降雨 | 降雨 | | | 降雨 | | | |

茂君は，この表を用いて，南風が吹くと天氣が良くなると言ってよいかどうかを調べた。また，東風や北風についても，

これと同じようなことを調べた。

私たちも調べてみよう。

茂君は，25日，26日には南風が吹いているのに，天氣が悪くなっていることに氣がついた。氣溫の差が第二のめやすだという，おじいさんの言葉を思いだし，氣溫の差も表につけ加えた。

氣溫の差の大小，あるいは，大きくなる，小さくなるということは，何をめやすとしてきめたらよいかについて調べた。

まず，氣溫の差を計算して，2・3ページの図の氣溫の空欄に記入した。

次に，この表やグラフについて，次のことを考えた

(a) 氣溫の差は，何度以上の時に，大きいと言ったらよいか。また，何度以下の時に，小さいと言ったらよいか。

(b) 氣溫の差が，大きくなる時とか，小さくなる時とかを，グラフについて，どうして見わけるか。

(c) (a), (b) で調べた結果を，5ページの表につけ加えたら，もっとはっきりわかるのではないか。

私たちも，同じように調べてみよう。また，南風についてだけでなく，東風や北風についても調べよう。

次に，茂君は，風向きと氣溫とに関係があるように思ったので，次ページのような表を作った。この表について，次の



ことを考えてみよ。

(a) 南風の時と北風の時とでは，氣溫はどう違うか。

(b) 東風の場合はどうか。

(c) 無風は午前に多いか，午後に多いか，また，その時の氣溫は，風のある時にくらべてどうか。

| 風向き | 氣溫（○午前六時 ●午後三時）18° | 19° | 20° | 21° | 22° | 23° | 24° | 25° | 26° | 27° | 28° | 29° | 30° | 31° | 32° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ↑ | | | | | | ○ | | ○ | ○ | | | ●●● | ●● | ●●●●● | ● |
| ↗ | | | | | | | | | | | | | | | |
| → | | | | | | | | | | | | | | | |
| ↘ | | | | ○ | ○○○ | | ○ | | | | | | | | |
| ↓ | ○ | | ○○○○ | ●●○ | ○ | ○○○○○○ | ●● | | ● | | | | | ● | |
| ↙ | | | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | | ● | ● | | | ● | | |
| ← | | | | ○ | | | | ● | | | ● | ● | | ● | |
| ↖ | | | | | | | | | ●● | ● | ● | ● | ● | | |
| ○ | | | | | | ○○○ | ○○ | | | | | | | | |

次の点についても調べてみよう。

(a) 朝露のある日の天氣はどうか。

(b) 月や日にかさがかかると，雨が近づくと言えるかどうか。

(c) にじと天氣とには関係がないかどうか。

(d) 茂君の作った図から，このほかにわかることはないか。

茂君は，このように研究を整理して，おじいさんの天氣のめやすはとてもよくできていると思った。しかし，当てはまらない場合もあるので，もっと研究を続けることにした。

おじいさんの話によると，天氣予報の基になるものは，氣圧の配置であって，氣象台では，全國の氣圧配置で天氣図を作り，これに基づいて予報をするとのことである。

次ページの図は，ある日の天氣図を示したものである。

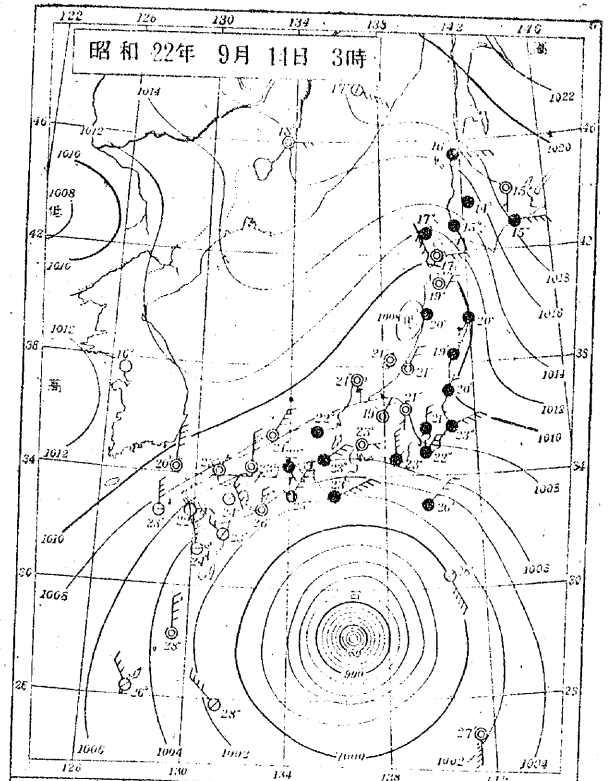
この図について，次のことを考えてみよ。

(1) 等圧線の密集しているところはどんなところか。これと風の向きや風力との関係を考えよ。

(2) 氣圧の配置と風向きとについて，一般に，どんな関係があると考えられるか。

実際の天氣は，いろいろな複雑な事情によってきまるもので，予報を正確にすることは，なかなか困難である。しかし，ながい間の経験や観測によって，だいたいのめやすを立てることができる。各地には，その地方特有の天氣の変わり方などがあるから，常に心がけて，このようなことを調べてみよう。






| 記号 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 相当風速 | 毎秒0-0.5m | 0.6-1.7 | 1.8-3.3 | 3.4-5.2 | 5.3-7.4 | 7.5-9.8 | 9.9-12.4 |
| 風力階級 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

# 計 算 練 習

**1.** 次の計算をせよ。

$9+(-7)+4+(+6)$　　$5+(-13)+9+(+8)$

$3.5+4.1-(-2.7)+(-5.8)$　　$-4.7+2.9+(-3.6)+5.1$

$-0.67+0.31+0.92-(-0.45)$

$0.67-(-0.58)-(-0.49)+0.31$

$\frac{5}{6}+\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$　　$\frac{5}{8}+\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{8}\right)+\frac{3}{4}$

$\frac{2}{5}+\frac{1}{2}-\left(-\frac{7}{10}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$　　$\frac{4}{7}+\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{1}{28}\right)+\frac{5}{8}$

**2.** $a=1,\ b=2,\ c=-3$ として，次の式の値を求めよ。

$a+3b+4c$　　$(3a-2b)c$

$a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab$　　$a^3+b^3+c^3-3abc$

$(b-c)a+(c-a)b+(a-b)c$　　$(b-c)^2a+(c-a)^2b+(a-b)^2c$

**3.** $5x-3y+4z$ にどんな式を加えると，その和が $2x-y+3z$ になるか。

また，その和を $-\frac{3}{4}x+1\frac{2}{5}y-2\frac{1}{7}z$ とするには，どんな式を加えればよいか。

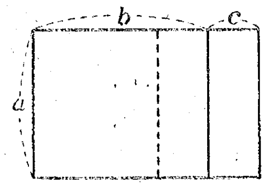
**4.** $a=x-2y+3z,\ b=3y-2z+3x,\ c=-2z+2x+3y$ ならば，次の等式が成り立つことを示せ。

$$a-2b+3c=x+y+z$$

**5.** 縦 $a$ cm，横 $b$ cm の矩形がある。この矩形の横を $c$ cm



だけ長くすると，その面積に関して次の等式が成り立つことを，右の図について確かめよ。




$$a(b+c)=ab+ac$$

また，横を $c$ cm 短くした時は，どんな式になるか。

**6.** 前問の式は，$a,\ b,\ c$ がどんな数であっても成り立つ。$a,\ b,\ c$ に，正の数または負の数を入れて，これを確かめよ。

**7.** 次の式の括弧をはずせ。

| | | |
|---|---|---|
| $3(a+2)$ | $10(a+b)$ | $-2(a-b)$ |
| $5(2a+1)$ | $-3(2a-1)$ | $6(4a-5)$ |
| $3(a+b)$ | $-4(a-2b)$ | $-2(3a-5b)$ |
| $c(a+b)$ | $(a+b)c$ | $-c(a-b)$ |
| $x(x^2-y^2)$ | $x^2(2x-3y)$ | $(xy+y^2)xy$ |
| $3a(2a^2b-ab)$ | $-2p^2(4p^3q-3pq^2)$ | $-2(5x^2y-x^3y^5)xy$ |

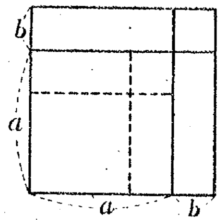
**8.** 次のおのおのの式について，共通な因数を括弧でくくり出せ。

| | | |
|---|---|---|
| $2a-2b$ | $3+3b$ | $4a-2c$ |
| $6b-8c$ | $-3a-6b$ | $-5a+10$ |
| $ab+ac$ | $5ab+5ac$ | $ab-2ac$ |
| $14a-6ab$ | $a^2-ab$ | $ab-b^2$ |
| $5xy-15x^2y^2$ | $-18x^2y-6xy^2$ | $24x^2y+3xy^2$ |
| $9a^2b^2-6ab^3$ | $-8p^2q^3-12pq^2$ | $-24x^5y+16x^3y^4$ |

**9.** 一辺 $a$ cm の正方形がある。この正方形の両辺を $b$ cm ずつ長くすると，その面積に関して次の等式が成り立つことを，右の図について確かめよ。

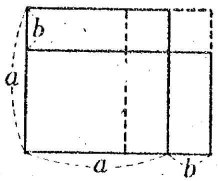
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

また，両辺を $b$ cm ずつ短くした時は，どんな式になるか。



次に，一辺を $b$ cm 長くし，他の辺を $b$ cm 短くして矩形を作ると，その面積に関して次の等式が成り立つことを，右の図について確かめよ。

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$



**10.** 前問の各式は，$a, b$ がどんな数であっても成り立つ。$a, b$ に正の数または負の数を入れて，これを確かめよ。

**11.** 次の式の括弧をはずせ。

$(a+1)^2$　　$(a-1)^2$　　$(a-5)^2$

$(2a+3)^2$　　$(2a-5)^2$　　$(3a-6)^2$

$(x-y)^2$　　$(2x-y)^2$　　$(x+2y)^2$

$(a+1)(a-1)$　　$(a+2)(a-2)$　　$(a+5)(a-5)$

$(2a+1)(2a-1)$　　$(2a-3)(2a+3)$　　$(3a+8)(3a-8)$

$(x-2y)(x+2y)$　　$(3x+2y)(3x-2y)$　　$(6x-5y)(6x+5y)$

**12.** 次の等式に当てはまる $x$ の値を求めよ。

$11x-5=8x+7$　　$7x-7=5x-15$



$x-4=7x-2x$　　$2x-3=8x+5$

$8(x-1)+17(x-3)=4(4x-9)+4$

$15(x-1)+4(x+3)=2(7+x)$

$(x-2)(x+2)+3(x+2)=(x+2)^2+4$

$x+\frac{1}{2}(27-4x)=\frac{9}{2}-\frac{1}{10}(7x-54)$

$\frac{3(x-1)}{4}+3=\frac{x}{4}-\frac{3-x}{8}$

**13.** $7x+19-5x$ の値が 7 となるように，$x$ の値を定めよ。

**14.** $5(4-3x)$ と $7(3-4x)$ とを等しくするように，$x$ の値を定めよ。

**15.** ある数の 3 倍から 50 を引いた残りは，その数に 20 を加えた和に等しい。その数を求めよ。

**16.** 正方形の土地がある。辺の長さを 3 m 増すと，面積は 144 $m^2$ だけ増すという。この土地の面積を求めよ。

**17.** 高さが 5 m，上底が 3 m の梯形の土地を，その下底をそのままにして，高さが 1.5 m の矩形に直すと，その面積は 12 $m^2$ だけ小さくなるという。この梯形の下底の長さを求めよ。また，その面積を求めよ。

45
45
225
180
2025

# 量をはかること

## I. いろいろな測定の方法

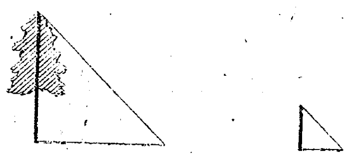
**1.** 私たちは，今までに，直接にはかることのできない長さの，いろいろなはかり方について考えた。そこでは，縮図を書いたり，あるいは，それと同じ考えを使ったりした。そのおもな方法は次のようである。

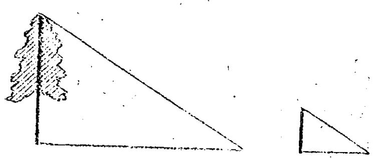
### A. 高さの測定

(a) 物の高さとその影の長さとを同時にはかると，その割合は変わらない。このことを用いる方法として，次の二つがある。

(i) 棒を立てて，その影の長さが棒の長さに等しくなった時に，物の影の長さをはかって，その高さを知る。

(ii) 棒を立てて，その影の長さと棒の長さとの割合を計算し，物の影の長さをはかって，その高さを知る。

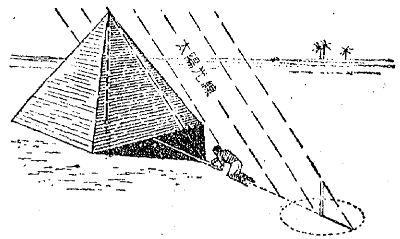




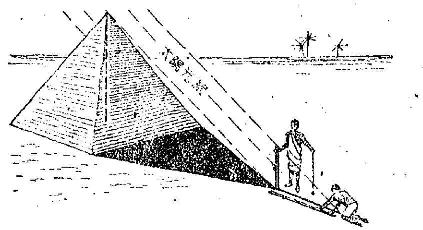
この二つの方法は，エジプトでピラミッドの高さをはかるのに用いられたと言われる。次の図は，(i) の方法に当たるものを示したものである。これで，はかることのできるわけを言え。



(i) の方法は，太陽の高度が 45° になる時にだけ用いられる。これでは，その時刻を探さなければならないので，なかなか高さをはかることはむずかしい。



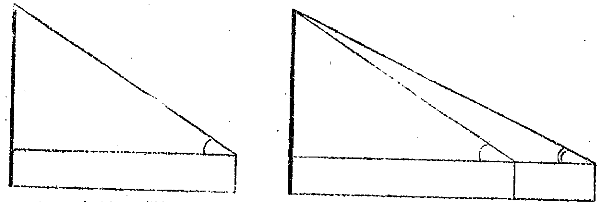

(i) の不便を改良したものが (ii) の方法である。ギリシヤ人のターレスがこの方法を考え出し，ピラミッドの高さを計算して，エジプトの王様を驚ろかしたと言われている。次の図は，ターレスの方法を示したものである。




これによって，はかることのできるわけを言え。

(b) ある物までの距離とその仰角及び目の高さをはかって縮図を書き，これを用いて，その物の高さをはかることができる。

(c)　物の仰角を場所を変えて二度はかって，これを縮図に書き，その高さを求めることができる。

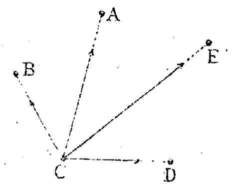


(c)の方法で測量する方法を言え。また，(b)と(c)の方法は，それぞれどんな場合に便利であるかを言え。

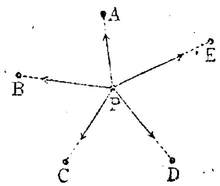
B.　土地の測量

土地の測量は，おもな地点を幾つか選んで，これを多角形とみなし，この多角形を幾つかの三角形に分けて，その三角形を順次にきめて行くのが普通である。したがって，三角形の測量の方法が基になっていると考えられる。

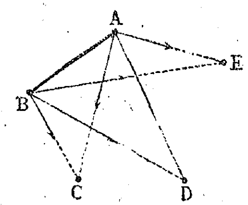
三角形をきめるには，どんな要素を測定すればよいか。また，三角形について，いろいろな測定の方法を言え。次の図は，このような測定の方法を示したものである。これを参考にして考えよ。



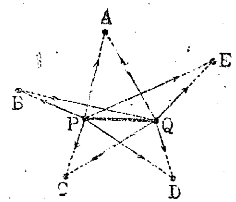

(Ⅰ)

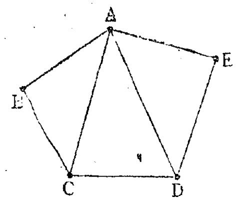




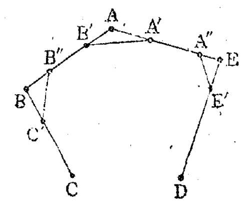




(Ⅱ)

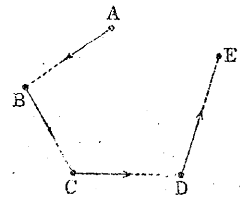



(Ⅲ)




(Ⅳ)




2.　今までにまとめたことから，測量は，長さや角をはかることが基になっていると言える。

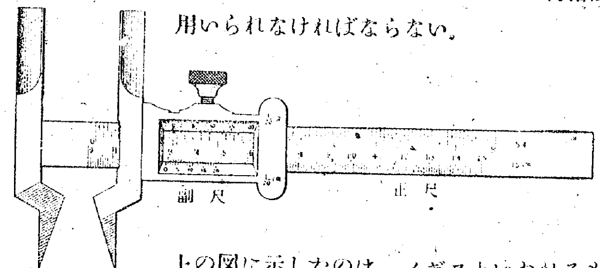
長さを基にする場合は，その作業に相当の労力を要するが，角を基にする場合にくらべて，一般に，正確であると言える。これは，測定の原理に誤りがあるためではなく，長さと角とをはかる器械の精度の相違や，縮図を書いたりするために起

るくるいなどに基づくものである。

測量の結果を図にまとめておき，それを基にして面積などを計算することを考えると，図に書いたり，あるいは，図からはかったりするために起るくるいや，紙が伸縮するために起るくるいがある。これは，いずれも測定値をそのままに使わないで，これを図に表わしたことから生れてくる，くるいであって，避けることのできるものである。

ここでは，くわしい測定をして，その得た値を用いて計算で求める場合について考えてみよう。これは，工作物を投影図に書いて示す場合についても必要なことである。即ち，図に書いた程度より以上の正確さが要求される場合には，図を書いて，それにおもな寸法を書き込む方法が考えられる。

このような場合における測定には，普通のミリメートル目盛の物指では間に合わなくなり，特別な仕掛けをした物指が用いられなければならない。

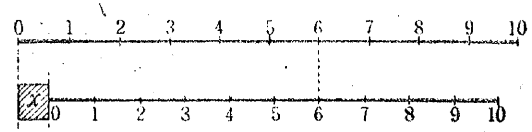



上の図に示したのは，ノギスといわれるもので，長さをくわしくはかるための道具である。

次ページの図は，ノギスについている目盛の原理を説明す



るためのものである。この図で，上の目盛は，普通の物指の目盛を表わし，下の目盛は，上の9目盛を10等分したものを単位として，目盛が附けてある。




上の図において，下のような目盛が附いている方を「副尺」といい，これに対して，普通の物指の目盛が附いている方を「正尺」という。

上の図のように，副尺の6の目盛が，正尺の目盛の一つときっちり合った場合に，正尺ではかった時の端下$x$が，0.6に当たる。このわけを，次のような順序で説明せよ。

(a) 正尺の1目盛を1とすると，副尺の1目盛は幾らになるか。

(b) 正尺と副尺の目盛で，目盛に附けてある同じ数を対応させると，副尺の目盛を示す数字は，正尺の目盛を示す数字にくらべて，始めのうちは右にずれているが，終りになると左にずれてくる。したがって，正尺と副尺との目盛を示す数字がきっちり合うのは，上の図にあるように同じ数字になる，このわけを考えよ。

(c) 副尺の目盛が正尺の目盛にきっちり合ったのが，副

尺の目盛で $r$ であったとする。正尺の1目盛を1とし，端下を $x$ とすると，正尺の0から $r$ までの長さ $r$ は，副尺の方から考えると

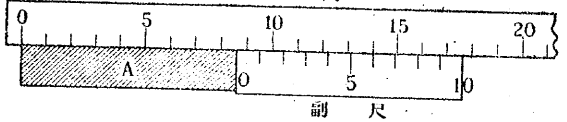
$$x+\frac{9}{10}r$$

となる。このわけを考えよ。

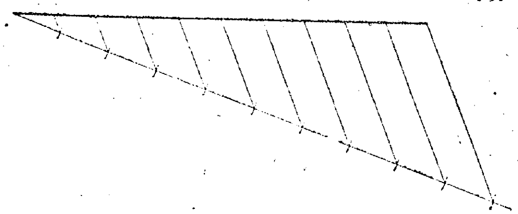
(d) 上の式から，一般に，副尺の $r$ 目盛が正尺の目盛にきっちり合ったとすると，その端下 $x$ が $\frac{r}{10}$ に等しい。このわけを言え。

上で調べたことを基にして，この副尺を使うと，正尺の1目盛の $\frac{1}{10}$ を正確にはかることができる理由を明らかにせよ。

(1) 次の図は，物体Aの長さをはかるのに，副尺を使ったところを示す。このAの長さは幾らか。




(2) 副尺を作る場合に，上のように，9目盛を10等分す





ることが必要である。このように，きまった長さの線を等分するには，前ページの図のようにする。この方法を説明せよ。

(3) 1目盛の $\frac{8}{10}$ を正しく読んでいる正尺と副尺との関係を図に書け。

(4) 厚紙で副尺の模型を作って，いろいろな物の長さをはかれ。

(5) 正尺の1目盛の $\frac{1}{20}$ まで正確に読みとることのできる副尺を作るにはどうするか。その方法を考えよ。

3. 上に述べたことから，長さをはかる場合に，これを図に書いたのでは，その測定の正確さが保たれないことがあるので，数についての計算に帰着させることがある。まず，測定値に関する計算について調べよう。

量を測定して得た値は，普通，その量に対する値を表わしているのではなくて，それに近い値を表わしていると言える。したがって，量をはかるごとに，実測値が少しずつ違う場合が多い。この時には，何回か測定を繰り返し，その平均を計算して，測定値とするのが普通である。

したがって，測定値についての計算をする時には，近似値や概数について計算した時と同じような注意が必要である。

(1) 次のおのおのの計算をして，結果をくらべよ。但し，(b), (c) はそれぞれ，(a) の各数の上から三けた目及び二けた目までとった概数と考えるのである。

| | | |
|---|---|---|
| (a) | 27.46×52.63 | 674.52÷21.37 |
| (b) | 27.5×52.6 | 675÷21.4 |
| (c) | 27×53 | 670÷21 |

(2) 上の計算から，測定値についての乗法や除法で，結果の信用できるけた数について考えよ。

二つの測定値が，上から二けた目まで信頼できる時，それをかけ合わせた値は，上から二けた目まではだいたい信頼できるが，それよりも下のけたの数字は信頼できない。

同様に，上から三けた目まで信頼できる二つの測定値の積は，せいぜい上から三けた目までしか信頼できない。

除法の場合も，だいたいこれと同様である。

したがって，測定値または概数について，乗法や除法をする時，結果のけた数をあまり多く出しても意味がない。次は，このようなことを考えに入れて計算する方法を示したものである。

例えば，38.6×67.6 の結果を上から三けた目まで求める方法について説明しよう。

まず，乗数の首位の数6を被乗数38.6のおのおのの位の数に上から順にかけ，次に，乗数の次の位の数7及び6を始めと同じようにかけて行くのである。この際に，上から五けた目で四捨五入したものを部分積として書く。

```
   38.6
 × 67.6
 ------
  188
   436
   216
    54
    18
     5
 ------
  2609

  2610
```

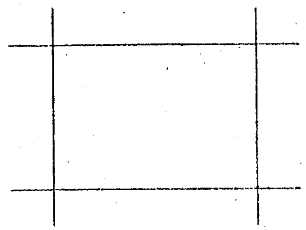


前ページにある計算の方法を説明せよ。

(3) 上の方法で，次の計算の結果を，上から三けた目まで求めよ。

| | | |
|---|---|---|
| 8945×354 | 485.4×156 | 673.86×78.4 |
| 6153×8437 | 274.6×5236 | 32.145×235.4 |
| 7242×3108 | 531.3×4951 | 20.931×526.7 |
| 1025×6913 | 378.2×2345 | 46.258×471.6 |
| 5436×4288 | 623.8×3871 | 54.167×390.2 |
| 9894×5602 | 356.7×1483 | 73.082×642.3 |

(4) 右の図の二組の平行線は直角に交わっている。この平行線で出来る矩形の縦，横の長さをはかり，次の方法でその面積を概算せよ。



(a) 目分量で辺の長さをセンチメートルの位まで読む。

(b) 物指でミリメートルの位まではかる。

(5) 上の矩形と高さや面積が同じくらいの梯形を，なるべく細い線で書き，次の方法でその面積を計算せよ。

(a) 梯形の面積の公式による。

(b) 一つの対角線を引いて梯形を二つの三角形に分け，その対角線を底辺として，おのおのの三角形の面積を求めて加え合わせる。

(6)　半径 5.75 cm の円の面積を計算せよ。但し，円周率として 3.14159……の適当な近似値を用いよ。

(7)　円柱形の水そうの内法の直径を 60cm，深さを 80cm と目測した。この容積はどのくらいか。

また，それを物指ではかったら，直径が 61.5 cm，深さが 79.5 cm であった。これを基にして容積を計算せよ。

## II. 三平方の定理

**1.**　三角形を適当に分割すると，直角三角形が出來る。長さをはかって処理をする場合に，直角三角形の辺の間にある関係が問題となる。

三角形の辺の長さが 3:4:5 の割合になっていると，その三角形が直角三角形になることは，古く，インド・中國・バビロニヤでも知られていた。これは，エジプトやインドで，神をまつる祭壇の位置に嚴格なきまりがあったからだと言われている。例えば，その一辺は正しく南北に，他の一辺は正しく東西にというようなきまりが，神の命令であるとして嚴格に守られていた。このようなきまりを守るためには，直角を作る必要が起ってくる。この時には，長さが 3:4:5 になっている三本の綱をつなぎ合わせ，そのつぎ目で折って直角三角形を作ったということである。

わが國でも，6尺，8尺，10尺に綱を区切って，これで直角を作ることが行われている。これも三辺の長さの割合が



3:4:5 になる。各自にひもを上の割合に区切って三角形を作り，これが直角三角形になることを確かめよ。

また，5:12:13 であってもよいといわれる。各自に図を書いて確かめよ。

これらの場合には，いずれも次の等式が成り立つ。

$$(3a)^2+(4a)^2=(5a)^2$$

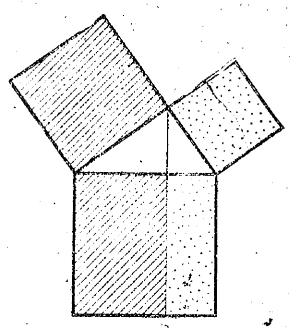
$$(5a)^2+(12a)^2=(13a)^2$$

上のような関係は，どの直角三角形についても成り立つ。

直角三角形で，直角に向かいあっている辺を「斜辺」という。

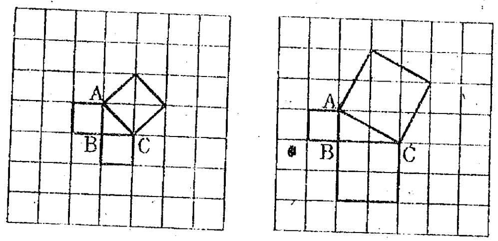
直角三角形の斜辺を一辺とする正方形の面積は，他の二辺をそれぞれ一辺とする二つの正方形の面積の和に等しい。

これを「三平方の定理」または「ピタゴラスの定理」という。



これは，ギリシヤ人のピタゴラスを中心とした学派が，三辺の比が 3:4:5 である三角形は直角三角形になることを，$3^2+4^2=5^2$ という式に結びつけることに氣づいたためであると言われている。このことから，上に述べた直角三角形の性質を，ピタゴラスの定理と呼ぶようになったのである。

(1)　次の図の直角三角形ABCについて，三平方の定理が成り立つかどうかを確かめよ。どんな方法が考えられるか。いろいろな方法を考えよ。また，その理由を述べよ。




(2)　辺の長さはどんなでもよいから，直角三角形を一つ書け。その直角三角形について，三平方の定理が成り立つかどうかを調べよう。

上で考えたいろいろの方法のうち，ここで用いられるような方法はないか。また，次のようにして確かめよ。

(a)　直角三角形の各辺を一辺とする大，中，小の三つの正方形を，おのおの1枚，及びこの直角三角形と同じもの8枚を紙で切り抜く。

(b)　直角三角形4枚と，中，小の正方形とを並べて，一つの正方形を作る。また，直角三角形4枚と大の正方形とを並べて一つの正方形を作る。

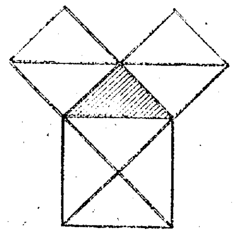
(c)　(b)で作った二つの正方形の辺の長さをくらべよ。また，面積をくらべよ。

(3)　上で調べた仕方を，紙で切り抜かないで図の上で説明する方法を考えよ。



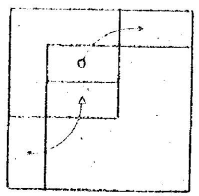
次は，三平方の定理の成り立つことを確かめる，いろいろな方法を示したものである。

(a)　直角二等辺三角形を右の図のように敷きつめたものを考えても，特殊な直角三角形について，三平方の定理の成り立つことを説明することができる。これを説明せよ。



この説明の方法は，寺院などの敷石に二等辺三角形の石を使っていたことから考えついたものであろうと言われている。

(b)　三辺の長さの比が 3:4:5 の直角三角形について考える。まず，一辺の長さ5の正方形を書き，次に，一辺の長さが4と3の二つの正方形に切り抜いた形を，右の図のように重ねる。○印と△印のついた二つの小さな矩形の部分が重なるので，その二つの矩形を一方の正方形の紙から切り抜いて矢じるしのところに移す。これによって，三辺の比が 3:4:5 である直角三角形について，三平方の定理が成り立つことがわかる。

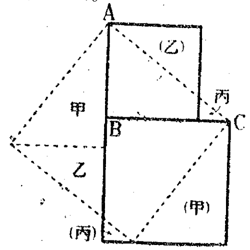


これも，特殊な直角三角形についての説明であるが，中國において，ずっと昔に考えられたものであると言われている。

(c)　わが國でも，今から約250年前に，関孝和という人

が，三平方の定理の成り立つことを説明した。

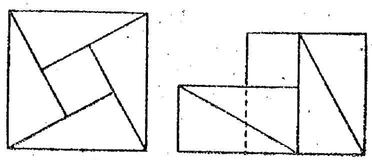
右の図で，三角形 ABC は直角三角形である。実線で囲んだ正方形が，それぞれ直角をはさむ二辺 AB, BC を一辺とする正方形で，点線で囲んだ正方形が，斜辺 AC を一辺とする正方形である。




この図を参考にして，三平方の定理が成り立つことを説明せよ。(甲と (甲)，乙と (乙)，丙と (丙) との三角形をくらべよ)

(d) インドでも，今から約 800 年前に，バスカルという人が三平方の定理の成り立つことを説明した。

まず，直角三角形の斜辺を一辺とする正方形を書き，その正方形をもとの直角三角形四つと，直角をはさむ二辺の差を一辺とする正方形とに分ける。



次に，上の小さな正方形と直角三角形四つとを並べ変えて，二辺をそれぞれ一辺とする二つの正方形を作ることができる。

上の二つの図を参考にして説明してみよ。

2. (1) 直角三角形の斜辺の長さを $c\,cm$ とし，他の二辺の長さをそれぞれ $a\,cm$, $b\,cm$ として，計算によって次の問に答えよ。



(a) $a=3$, $b=4$ の時，$c$ を求めよ。

(b) $a=15$, $c=17$ の時，$b$ を求めよ。

(c) $b=21$, $c=29$ の時，$a$ を求めよ。

(2) 直角三角形の斜辺の長さを $c$，他の二辺の長さを $a$, $b$ とする。

(a) $a$, $b$ の値が與えられた時，$c^2$ はどんな計算で求められるか。それを式に書け。

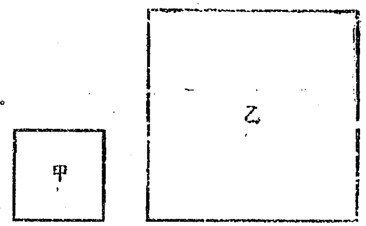
(b) $b$, $c$ の値を知って $a^2$ を求める式を作れ。

(c) $a$, $c$ の値を知って $b^3$ を求める式を作れ。

(3) 次の図にある甲の正方形の 2 倍の面積をもつ正方形を書け。

甲と乙との面積の和に等しい正方形を書け。

また，甲，乙の差に等しい正方形を書け。

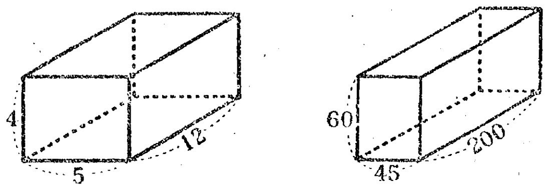



(4) 円の半径を $r$ とすると，その面積 A はどんな式で書き表わされるか。

半径 $r_1$, $r_2$ の円がある。この二つの円の面積の和に等しい面積をもつ円の半径を $r$ とすると，$r_1$, $r_2$, $r$ の間にどんな関係式が成り立つか。

この関係式を基にして，半径が $5\,cm$, $3\,cm$ ある二つの円の面積の和に等しい円の半径を図に書いて求めよ。また，その二つの円の面積の差に等しい円の半径を図に書いて求めよ。

(5)　下の図のような箱がある。この箱の対角線の長さを図に書いて求めよ。(寸法の単位はセンチメートル)




(6)　直方体の三つの稜の長さを $a, b, c$ とする。この対角線の長さを $d$ とすると，$d^2$ は $a, b, c$ について，どんな式で書き表わされるか。

(7)　一辺が 10 $cm$ の正三角形がある。その高さを $h\,cm$ とすると，$h^2$ はどんな式で書き表わされるか。また，一辺を $a\,cm$ とし，高さを $h\,cm$ とすると，$h^2=\frac{3}{4}a^2$ となる。このわけを言え。

(8)　ピタゴラス学派の人たちは，直角三角形の三辺を，次の式で求めた。これでよいわけを考えよ。

直角をはさむ二辺の長さ　$2n+1$　と　$2n^2+2n$

斜辺の長さ　$2n^2+2n+1$

(9)　上の式で，$n$ を 1, 2, 3, …… などとして，直角三角形の辺の組を求めよ。

(10)　三角形の三辺の長さが，次の式で示される時，その三角形は直角三角形である。このわけを考えよ。

$$m^2+n^2,\qquad m^2-n^2,\qquad 2mn$$



(11)　前問の $m, n$ の値をいろいろに変えて，直角三角形の辺の組を求めよ。

3.　以上で，直角三角形の辺の間にある関係がわかった。しかし，これを数の計算にするためには，ある数を平方したり，また，平方してきまった数になるようなものを求めたりすることが必要になる。この二つは，互に逆の操作である。

まず，ある数の平方を計算する方法について考えよう。

(1)　次の数の平方を計算せよ。

8　15　24　30　50　75　100　200　400

0.6　0.9　0.1　0.25　0.64　0.07　0.03　0.001

(2)　次の数の平方を計算し，その結果をくらべよ。

7　70　700　0.7　0.07　0.007

数字の並び方が同じで，小数点の位置が違う数を平方すると，その結果にどんな違いがあるか。数字の並び方についてはどうか。小数点の位置についてはどうか。

数字の並び方が同じである数の平方は，数字の並び方が同じで，小数点の位置だけが違う。

(3)　次の数の平方を言え。

$a$　$10a$　$100a$　$\frac{a}{10}$　$\frac{a}{100}$　$\frac{a}{1000}$

上の計算の結果を基にして，数字の並び方が同じである数

の平方について，小数点の位置の違いを調べよ。

平方をいちいち計算するのは不便であるから，これを表にしておいて，その表を使うのが便利である。

本書の巻末に，1 から 100 までの整数の平方表が立方表と共にのせてある。

(4)　平方表によると，17 の平方は 289 である。これを基にして，次の数の平方を言え。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 170 | 1700 | 17000 | 170000 |
| 1.7 | 0.17 | 0.017 | 0.0017 |

(5)　平方表を用いて，次の数の平方を求めよ。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 67 | 670 | 6700 | 67000 |
| 6.7 | 0.67 | 0.067 | 0.0067 |
| 460 | 3.9 | 8700 | 32000 |
| 0.36 | 0.018 | 0.0024 | 0.000099 |

また，上の各数が測定値であるとして，その平方の値を適当な位まで言え。

6.78 の平方を計算して 45.9684 をそのままで使うこともあるが，6.78 が測定値であると，その平方を 46.0 あるいは 46 などとして用いるのが適当である。



なお，近似値として 46.0 と 46 とでは，そのくわしさが違う。46.0 は 6.78 の平方 45.9684 を小数第二位で四捨五入したものを示し，46 は小数第一位で四捨五入したものを示す。

測定値についても同様で，46.0 $cm$ と書いたのと，46 $cm$ と書いたのとでは，その測定値のくわしさが違う。前者は，四捨五入して，小数第一位が 0 であることを示しているが，後者は小数第一位がどんな数であるかを示していない。

測定値・近似値のくわしさを表わすのに有効である数字を「有効数字」という。例えば，測定値を 46.0 $cm$ とした時には，その有効数字は 4, 6, 0 の三つである。これに対し，46 $cm$ とした時には，4, 6 の二つだけである。

(6)　測定値に関する乗法・除法において，その結果を定める時の注意を，有効数字という言葉を使ってまとめよ。

4. 測定値を示す時，有効数字が明確に表わされていないと，計算した結果をどの位までとればよいかがわからない。

例えば，二点間の距離が 100 $m$ と言った時に，その数字の 100 について十の位の数字が 0 であることまで確かめられているのか，十の位で四捨五入して 100 になったのかわからない。また，同様に一の位の数字が 0 であることまで確かめられているのか，一の位で四捨五入して 100 になったのかわか

らない。言い換えると，100 $m$ と書いただけでは，有効数字が1だけなのか，1, 0 の二つだけなのか，あるいは 1, 0, 0 の三つであるのか，そのいずれであるかが，はっきりわからない。このようなことをはっきり表わすために，次のような書き表わし方が考えられている。

| | |
|---|---|
| 有効数字が1だけ | $1\times10^2\,m$ |
| 有効数字が1, 0 の二つだけ | $1.0\times10^2\,m$ |
| 有効数字が1, 0, 0 の三つ | $1.00\times10^2\,m$ |

上のように表わすと，測定値や近似値の有効数字がはっきり示され，大きさの程度は 10 の指数の値で示される。

(1)　長さが 10 $m$ であると言った時に，有効数字が1だけである場合には，その測定値をどんなに書き表わしたらよいか。また，有効数字が1, 0 の二つである場合には，どんなに書き表わしたらよいか。

(2)　次の各数は測定値である。この数の平方を求めよ。

$5.73\times10^2$　　$3.16\times10^3$　　$6.76\times10^5$　　$8.410\times10^3$

(3)　次の表の第二行目にある数は，第一行目にある数を，10 の累乗の形に書いたもので，第三行目にある数は，その指数の変化のようすを知るためのものである。

| 10000 | 1000 | 100 | 10 | 1 | 0.1 | 0.01 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $10^4$ | $10^3$ | $10^2$ | | | | | |
| 4 | 3 | 2 | | | | | |

10, 1 はそれぞれ 10 の何乗と言えばよいか。また，0.1, 0.01, 0.001, …… は，それぞれ 10 の何乗と言えばよいか。

これらを調べて表の空欄に書き入れよ。



(4)　摩擦係数が 0.7 である時，小数第二位の 0 までが有効数字であることを示すには，どうすればよいか。

この時，$7.0\times10^a$ と書くには，$a$ を何としたらよいか。

(5)　10000 と $\frac{1}{10000}$, 1000 と $\frac{1}{1000}$, 100 と $\frac{1}{100}$, 10 と $\frac{1}{10}$ などを，10 の累乗の形で表わした時，その指数はどんな関係にあると言えるか。

(6)　次の計算の結果を，10 の累乗の形に書き表わせ。

| | | |
|---|---|---|
| $10^{-2}\times10^{-3}$ | $10^{-1}\times10^{-5}$ | $10^{0}\times10^{-5}$ |
| $10^{-5}\times10^{-4}$ | $10^{-7}\times10^{-3}$ | $10^{-3}\times10^{-5}$ |
| $10^{4}\times10^{-2}$ | $10^{4}\times10^{-3}$ | $10^{4}\times10^{-4}$ |
| $10^{4}\times10^{-5}$ | $10^{4}\times10^{-6}$ | $10^{4}\times10^{-7}$ |

(7)　$m$, $n$ が正の数，負の数，あるいは0であっても，次の等式が成り立つことを確かめてみよ。

$$a^m\times a^n=a^{m+n}$$

$a$ を0でない数とする。また，$a^1$ は $a$，$a^0$ は1とし，$a^{-m}$ ($m$ は正の数) は $\frac{1}{a^m}$ を表わすときめる。このようにきめると，$m$, $n$ が正の数であろうと，負の数であろうと，あるいは0であろうと，次の等式が成り立つ。

$$a^m\times a^n=a^{m+n}$$

(8)　次の各数は測定値である。この各数の平方を求めよ。

$7.5\times10^{-2}$　　$8.35\times10^{-4}$　　$2.72\times10^{-3}$

$6.92\times10^{-5}$　　$3.95\times10^{-3}$　　$5.24\times10^{-4}$

**5.**　平方表には，三けた以上の数の平方は書いてない。そのような数の平方，例えば $66.5^2$ の近似値を，表によって計算する方法を考えよう。

(a)　次の各数の平方を計算せよ。

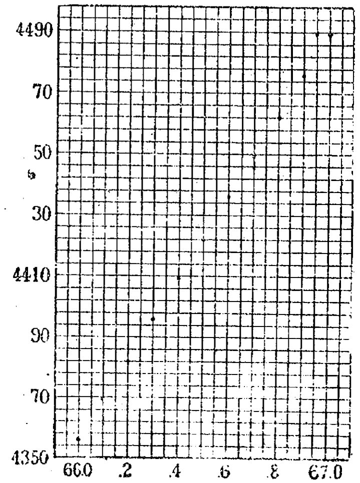
66.0　66.1　66.2　66.3　66.4　66.5

66.6　66.7　66.8　66.9　67.0

(b)　上の計算の結果を小数第一位で四捨五入せよ。

(c)　上で求めた各数の平方の近似値の間には，どんな関係があるか。

(d)　上で調べたことを基にして，上にあげた両端の数 66 と 67 の平方数を知って，その間にある数の平方の近似値を簡便に計算することができる。その方法を考えよ。また，その方法で求めた結果と，(b)で求めた結果とをくらべよ。






$y=x^2$ のグラフについて，$x$ が 66 から 67 まで変わる間の増加は，$x$ の増加と $x^2$ の増加が比例するとみられる。

測定値や近似値を平方する場合に，直接計算するよりも，表によって計算した方が簡単である。

(1)　平方表を用いて，次の数の平方を求めよ。

53.6　67.4　498　8260　0.796

上にある数を測定値として，その平方を求めよ。

(2)　正方形の一辺の測定値が $5.73\times10^2\,mm$ であった。この正方形の面積を計算せよ。

(3)　正方形の形をした土地がある。その一辺が 101 $m$ であった。この土地を正しい正方形とみて，面積を計算せよ。

(4)　直円柱の形をしたものがある。その底面の直径は $1.72\times10^2\,mm$ で，高さは $1.05\times10^3\,mm$ であった。これを正しい直円柱とみて，底面積及び体積を計算せよ。

(5)　次の数は測定値である。その平方を求めよ。

$1.50\times10^3$　　$2.24\times10^3$　　$2.58\times10^1$

$4.49\times10^{-3}$　　$5.37\times10^{-2}$　　$9.57\times10^{-5}$

**6.**　三平方の定理を用いて計算する時，辺の長さの平方を

表で求める方法がわかった。今，こうしてできた数を加減した結果が，次のような式になる場合を考える。

$$x^2=74$$

例えば，直角三角形で，直角をはさむ二辺の長さが 5 $cm$ と 7 $cm$ であったとする。その斜辺の長さを $x$ $cm$ とすると，次の等式が成り立つ。

$$x^2=5^2+7^2=74$$

上の等式に当てはまる $x$ の値は，平方表から求めることができる。その方法を考えよ。

(1)　平方表を使って，次の $x$ の値を上から三けた目まで求めよ。

$x^2=1960$　　$x^2=5480$　　$x^2=9990$

$x^2=614$　　$x^2=803$　　$x^2=999$

平方すると $a$ になる数を，$a$ の「平方根」といい，立方すると $a$ になる数を $a$ の「立方根」という。例えば，8 及び $-8$ を平方すると，どちらも 64 になるから，64 の平方根は 8 と $-8$ である。また，3の立方は 27，$-3$ の立方は $-27$ であるから，27 の立方根は 3，$-27$ の立方根は $-3$ である。

一般に，正の数 $a$ の平方根は二つある。そのうち正の方を $\sqrt{a}$ で表わし，平方根 $a$ と読み，負の方を $-\sqrt{a}$ で表わす。

平方根を求めるのに，平方表を用いてもよいが，平方根表を使うと，一層便利である。



本書の巻末に，1 から 100 までの整数の平方根・立方根の近似値が，平方数・立方数と共にのせてある。

(2)　平方根表を用いて，次の数の平方根を求めよ。

11　19　21　46　70　99

平方根表にない数の平方根の求め方を考えよう。まず，小数点の位置だけが違っている数の平方根について調べる。

$a$ の平方根と，次の数の平方根とをくらべよ。

$10a$　　$100a$　　$1000a$　　$10000a$

$\dfrac{a}{10}$　　$\dfrac{a}{100}$　　$\dfrac{a}{1000}$　　$\dfrac{a}{10000}$

$a$ を 2.6 として，上にあげた数の平方根を言え。小数点の位置がどんなに変わっているかを調べよ。

また，$a$ を 350 として，上と同様なことを調べよ。

上で調べたことから，小数点の位置が偶数けただけ違う数の平方根は，小数点の位置が違うだけで，数字は同じである。

ある数の平方根を求めるには，次の順序によればよい。

(a)　その数の数字を，小数点の位置を基準にして，左または右に二けたずつに区切る。

(b)　0 以外の数字を含む区切りのうち，一番左の区切り

の終りに小数点の位置を移す。

(c)　出來た数の平方根を表から求める。

(d)　その求めた平方根の数字を，小数点の位置をそろえ，且つ，一区切りの内に数字が一つずつ入るように並べる。

(e)　平方根の小数点を，もとの数の小数点のあった位置へもどす。なお，必要があれば0を書き加える。

〔例1〕　99000000 の平方根を求めよ。

$$\frac{99|00|00|00}{9\ 9\ 4\ 9.9}\qquad \sqrt{99000000}=9949.9$$

〔例2〕　0.00000099 の平方根を求めよ。

$$\frac{0.00|00|00|99|}{0.0\ 0\ 0\ 9\ 9\ 4\ 9\ 9}\qquad \sqrt{0.00000099}=0.00099499$$

(3)　平方根表を使って，次の数の平方根を求めよ。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 200 | 2000 | 20000 | 200000 |
| 0.2 | 0.02 | 0.002 | 0.0002 | 0.00002 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 170 | 26000 | 400000 | 4000000 |
| 0.51 | 0.006 | 0.00007 | 0.000088 |

**7.**　平方根表にない数の平方根の求め方を，平方表について調べたことを参考にして考えよう。

平方表について考えた時のグラフで，縦軸と横軸とをとり換えると，平方根表について考える時のグラフができる。これを基にして，表にない数の平方根を求める方法を考える。



$y=\sqrt{x}$ で，$x$ が僅かばかり変化する時，$x$ の増加と $\sqrt{x}$ の増加とは比例する。

$\sqrt{10.2}$ の平方根の求め方を考えよう。

$$\begin{array}{rcl} 11 & \cdots\cdots\cdots & 3.3166 \\ 10 & \cdots\cdots\cdots & 3.1623 \\ 2 & \cdots\cdots & 309 \\ \hline 10.2 & \cdots\cdots & 3.1932 \end{array}\qquad \begin{array}{r} 0.01543 \\ 2 \\ \hline 0.03086 \\ 9 \end{array}$$

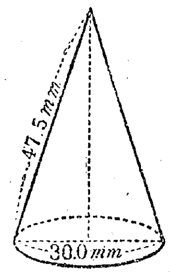
上の計算の仕方を説明せよ。

次の数の平方根を求めよ。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6.7 | 2.2 | 8.9 | 23.7 | 74.7 |
| 43.2 | 0.837 | 0.723 | 0.152 | 564 |
| 5200 | 95400 | 19200 | 0.03007 | 0.00396 |

**8.**　直角三角形の辺についての計算方法がわかったから，これを用いて，図形についての計算の仕方を考えよう。

底面の直径が 30.0 $mm$ で，母線の長さが 47.5 $mm$ の直円錐がある。この直円錐の体積を計算してみよう。




直円錐の体積は，底面積と高さとの積の三分の一に等しい。

(a)　この直円錐を投影図に書き，高さを物指ではかってみよ。また，これを

用いて体積を計算してみよ。

(b) 次に，高さを計算で求めてみよう。高さを $h\,cm$ とすると，$h^2$ はどんな式で書き表わされるか。

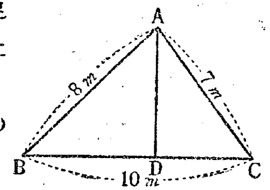
基になる数が測定値であることから，$h^2$ は幾らとすればよいか。これを基にして，$h$ の測定値を定めよ。ここで定めた測定値のくわしさと同じ程度に，高さを図からはかりとることができたかどうか。

次に，この直円錐の体積を計算せよ。

次は，三角形の土地の測量図である．この土地の面積を計算してみよう．

A から BC へおろした垂線の足を D とする。高さ AD を求めるには，BD の長さがわかればよい。

BD の長さを $x\,m$ とすると，CD の長さは $(10-x)\,m$ である。




直角三角形 ABD で

$$AD^2=AB^2-BD^2=8^2-x^2$$

また，直角三角形 ACD で

$$AD^2=AC^2-CD^2=7^2-(10-x)^2$$

したがって　$8^2-x^2=7^2-(10-x)^2$

$$64-x^2=49-(100-20x+x^2)$$

$$=49-100+20x-x^2$$



$$64=49-100+20x$$

$$115=20x$$

$$x=\frac{23}{4}$$

これで，BD の長さを計算することができた。

次に，AD の長さを求めよう。

$$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}$$

であるから，$BD=\frac{23}{4}=5.8$ として，AB, BD の値を入れると

$$AD=\sqrt{64-34}=\sqrt{30}=5.5$$

となる。よって，三角形 ABC の面積は次のように計算される。

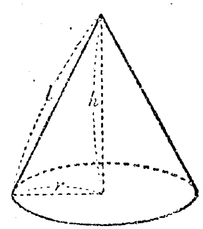
$$\frac{1}{2}\times10\times5.5=27.5\ (m^2)$$

これで求める面積は約 $28\,m^2$ であることがわかる。

(1) 一辺の長さが $10\,cm$ の正三角形の高さを計算で求めよ。また，その面積を求めよ。

(2) 三つの稜の長さが $8\,cm$, $9\,cm$, $12\,cm$ の直方体がある。この立体の対角線の長さを求めよ。

(3) 直円錐の底面の半径を $r$，高さを $h$，母線の長さを $l$ とする時，$l$, $h$, $r$ のうちの二つの値を知って，残りを求める公式を作れ。また，次の場合にについて計算せよ。




(単位はセンチメートル)

(a) $r=5.7$, $l=8.4$ の時の $h$ の値

(b) $l=5.3$, $h=5.0$ の時の $r$ の値

(c) $h=4.2,\ r=3.4$ の時の $l$ の値

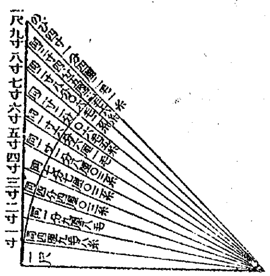
(4) 高いところから重い物を落す時，それが落ち始めてから $t$ 秒間に $\mathrm{S}\,m$ だけ落ちたとすれば，だいたい次の関係式が成り立つ。

$$\mathrm{S}=4.9t^2$$

今，次の高さから物を落した時，それが地面に達するまでに何秒かかるか。上の式を使って計算せよ。

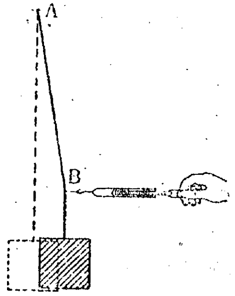
(a) $100\ m$　　(b) $200\ m$　　(c) $500\ m$

(5) 「塵劫記（じんこうき）」という江戸時代の数学の書物に，「勾配ののび」として，右のような図がのせてある。この意味を説明せよ。



次に，「のび」の値が正しいかどうかを確かめよ。

(6) 小包の目方をはかろうとしたが，手頃なはかりがないので，実験用のばねばかりで，右の図のような工夫をした。小包をつるしたひもを，つるした点Aから $30\ cm$ 下の点Bにはかりを掛けて水平に引いた。点BがAの真下から $5\ cm$ 離れた時に，はかりの目盛を見たら $640\ g$ であった。小包の目方は幾らか。




# 計 算 練 習

**1.** 次の計算をせよ。

$(-8)+5-(-9)-4-(-2)$　　$2.35-(-1.92)+(-4.78)$

$-3.4+(-2.1)+5.7-(-8.2)$　　$-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)$

$\frac{1}{3}-\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$　　$-\frac{1}{6}+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{5}-\left(-\frac{5}{12}\right)$

**2.** $x=-1, y=2, z=-3$ として，次の各式の値を計算せよ。

$-2x+3y-4z+(-3x)-5y+7z$

$(3x-4y-5z)-(-7x+5y-z)$

$1.2x+(-3.7y)-4.6z$　　$x^3+y^3+z^3-yz+2zx-3xy$

$xyz-(x+y+z)$

**3.** $x=-1.3, y=2.5$ として，次の各式の値を計算せよ。

$2(2x-y)-3(x-y)$　　$-0.5(x-2y)+2.3(-2x+3y)$

$\frac{1}{4}(x+2y)-\frac{3}{4}(2x-3y)+\frac{1}{2}(-x+5y)$

**4.** 次の括弧の中にある二式の和及び差（第一式から第二式引く）を求めよ。

$(4x+7y-3,\quad -3x+y-5)$

$(0.6x+0.5y-2.4z,\quad 1.5x-2y-0.6z)$

$\left(-\frac{2}{3}l+\frac{1}{5}m-\frac{1}{2},\quad -\frac{1}{4}l+\frac{2}{3}m-\frac{3}{5}\right)$

$(3ab+4bc-9ca,\quad -2ab+5ca-7bc)$

$(3x^2-9x-5,\qquad -2x^2+3x-7)$

$(y-8y^2-13,\qquad 14-y-6y^2)$

**5.** 次の各式を簡単にせよ。

$$15\times\frac{1}{3}(x-2y)-15\times\left(-\frac{2}{5}\right)(2x-3y)$$

$$24\times\left(\frac{-2x+3y}{6}\right)+24\times\left(-\frac{5x-y}{8}\right)$$

$$20\times\frac{3}{4}(5-2x)-20\times\frac{1}{5}(3x+2)-20\times\frac{7}{10}(x-8)$$

**6.** 次の計算に誤があれば正せ。

$3a^2+2a^3=5a^5$ $\qquad (-3a^3)(-2a^3)=6a^9$

$(-m)^5(-m^3)=-m^7$ $\qquad (3x)(-4y^2)=3x-4y^2$

$(3a^2)(-3a^2)=0$ $\qquad (6x^5)(4x^2y^3)\div 2x^2=(3x^3)(2y^3)$

$(-a^{-6})\times(-a)^5=-a$ $\qquad (a+b)^2=a^2+b^2$

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$ $\qquad (a+0.5)^2=a^2+a+2.5$

$(x-0.1)^2=x^2-0.2x+0.2$ $\qquad \left(2x-\frac{1}{4}\right)^2=2x^2-x+\frac{1}{16}$

$(-x+y)(-x-y)=-x^2+y^2$

$(0.3x-0.5y)(0.3x+0.5y)=0.9x^2-0.25y^2$

**7.** 次の式の左辺を右辺の形に直すには，□のところにどんな式を補えばよいか。

$a^2-\square+\frac{1}{16}=\left(a-\frac{1}{4}\right)^2$ $\qquad 4a^2+\square+\frac{1}{4}=\left(2a+\frac{1}{2}\right)^2$

$25x^2+\square+1=(5x+1)^2$ $\qquad n^2-\square+\frac{1}{9}=\left(n-\frac{1}{3}\right)^2$



**8.** 次の各式から，それぞれの右側の括弧内に示した文字を求める式を作れ。

(1) $L=2(a+b)$ $(b)$ $\qquad$ (2) $S=\pi r^2$ $(r)$

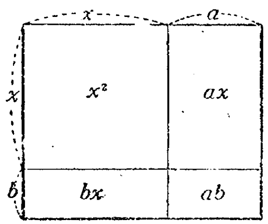
(3) $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ $(r)$ $\qquad$ (4) $S=\frac{h}{2}(a+b)$ $(a)$

(5) $x=\frac{1}{2}(1-y)$ $(y)$ $\qquad$ (6) $t=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g}}$ $(l)$

(7) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $(d)$ $\qquad$ (8) $\frac{W}{W-w}=8$ $(w)$

(9) $\frac{3}{5x}+\frac{1}{4x}=1$ $(x)$ $\qquad$ (10) $\frac{a}{2x}+\frac{b}{3x}=1$ $(x)$

**9.** 右の図を用いて，次の等式が成り立つことを確かめよ。




$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

この式は $x$ や $a$, $b$ が正の数に限らず，どんな数でも成り立つ。

例えば，$(x-2)(x-3)$ は $a=-2$, $b=-3$ の場合と考えて

$$(x-2)(x-3)=x^2+\{(-2)+(-3)\}x+(-2)(-3)$$
$$=x^2+(-5)x+6$$
$$=x^2-5x+6$$

とする。

**10.** 次の式の括弧をはずせ。

$(x+3)(x+2)$ $\qquad (x+4)(x+5)$ $\qquad (x+2.1)(x+3.5)$

$(x+3)(x-2)$ $\qquad (x-5)(x+4)$ $\qquad (x+2.1)(x-3.5)$

$(x-3)(x-2)$　　$(x-4)(x-5)$　　$(x+2.1)(x-3.5)$

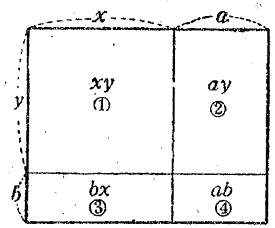
$(a-7)(a+4)$　　$\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a-\frac{1}{3}\right)$　　$(-m+1)(-m-3)$

$(2b+10)(2b+1)$　　$\left(\frac{1}{5}x-2\right)\left(\frac{1}{5}x-4\right)$　　$(x+4y)(x+9y)$

$(2l-9m)(2l+m)$　　$(3a+2b)(3a-5b)$　　$(ab-5)(ab+1)$

**11.**　下の図を用いて，次の等式が成り立つことを確かめよ。

$$(x+a)(y+b)=\overset{①}{xy}+\overset{②}{ay}+\overset{③}{bx}+\overset{④}{ab}$$




この式の右辺は，左辺の矢で示した乗法を行って，その和を求めたものと考えられる。

前問は，$y$ が $x$ に等しい特別な場合である。

なお，文字が正の数に限らず，負の数を表わす場合でも，この形式で計算することができる。いろいろな値でためしてみよ。

**12.**　次の式の括弧をはずせ。結果が簡単になるものは，その計算もせよ。

$(x+3)(y+2)$　　$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(y+\frac{1}{3}\right)$　　$(x+4)\left(y-\frac{1}{2}\right)$

$(x-3)(y-2)$　　$(2x+1)(3x+2)$　　$(2y+1)(5y+3)$

$(2x-1)(3x+2)$　　$(3x-1)(5x-2)$　　$(2x+0.5)(4x-0.5)$

$(3x+5y)(x-y)$　　$(8a+3b)(-a+2b)$　　$(2ab-c)(7ab+3c)$



**13.**　一般に，$a, b$ が正の数であると，次の等式が成り立つ。

$$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b},\qquad \sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab},\qquad \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\frac{b}{a}}$$

これらの式は計算に利用して便利な場合がある。

次の計算の方法を比較して，どれが簡単であるかを考えよ。

(a)　$2\sqrt{6}$ の値の計算

$$2\sqrt{6}=2\times2.4495=4.8990$$

$$2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}=4.8990$$

(b)　$\sqrt{5}\sqrt{7}$ の値の計算

$$\sqrt{5}\sqrt{7}=2.2361\times2.6458=5.9163$$

$$\sqrt{5}\sqrt{7}=\sqrt{5\times7}=\sqrt{35}=5.9161$$

(c)　$\frac{1}{\sqrt{2}}$ の値の計算

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{1.4142}=0.7071$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1.4142}{2}=0.7071$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{0.5}=0.7071$$

**14.**　次の計算をせよ。

$3\sqrt{2}$　　$\frac{1}{2\sqrt{3}}$　　$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　$\sqrt{3}\sqrt{5}$　　$\sqrt{10.3}-\sqrt{5.2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}-1}$　　$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{10}}$　　$\sqrt{21.6}+\sqrt{35.7}$　　$\frac{3.14}{\sqrt{0.000549}}$

**15.**　次の等式に当てはまる $x$ の値を求めよ。

$$3(x+6)-7(2-x)=4 \qquad \frac{1}{7}-\frac{5-2x}{8}=1$$

$$0.8(x+100)=1.4x+26$$

$$0.3(0.7x-3.9)=1.4(3.3x-1.8)$$

$$(x-1)(x-2)-(x+3)(x-4)=10$$

$$(2x-1)(x+3)=2(x-5)^3+3$$

**16.** 半径の差が $2\,cm$ の二円のうちで，面積の差が $100\,cm^2$ となるものを求めたい。このような二円の半径を計算せよ。

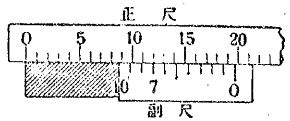
**17.** 正方形の土地を，一辺の長さを短くした分だけ他の辺を長くして矩形の土地に変えると，面積は，その短くした長さを一辺とする正方形の廣さだけせまくなる。このことを式を用いて説明せよ。

**18.** 一辺の長さ $x\,m$ の正三角形の土地と等しい廣さをもつ正方形の一辺の長さを表わす式を作れ。

この土地の周囲にかきを作るとして，正方形の土地の場合と，正三角形の土地の場合との，かきの長さの比を求めよ。

## 種々の問題

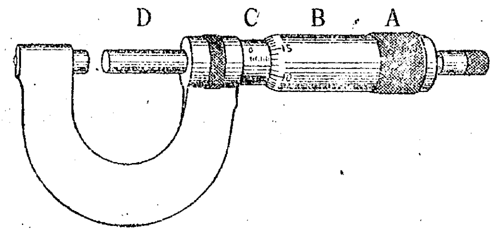
**1.** 右に示した副尺は，正尺の 11 目盛を 10 等分したものを單位として目盛を附けたものである。この時には，




目盛の数字を図のように逆に附けておけばよい。このわけを調べよ。

また，19 ページの副尺とくらべて，都合の良い点，悪い点を調べよ。

**2.** 下の図は，ねぢ測微計といって，薄い板の厚さや，細

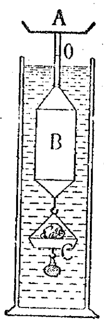



い針金の太さなどを精密にはかる器具である。ダイヤルAによって円筒Bをまわすと，Dの奥に刻んであるおねじは，Cの内側に刻んだ，めねじとかみ合いながら前後に動くが，BはCの外側をそれと同じ距離だけ動く。Cには $1\,mm$ 間隔の目盛線があり，Bが一まわりすると，ちょうどこの1目盛を

進むようになっている。Bの端にそのまわりを 20 等分した目盛が刻んである時には，この器具では，どの程度までくわしくはかることができるか。

また，$\frac{1}{100}\ mm$ まで正確に読むようにするには，どのように工夫すればよいか。

**3.** 山田君は銅塊の比重をはかるのに，右の図のような浮ばかりを用いた。AとCは，物をのせるためのさらで，Bは筒の浮きで，水中で倒れないように工夫されている。




山田君はまず，同種の銅塊５箇のうち，一番大きい銅塊をさらAにのせ，水際になったところにしるしをつけて０点とした。次に，この銅塊を水中のさらCの上にのせたら０点が前より浮き上ったので，さらAに分銅 13.5 $g$ を追加してもとの位置にもどした。次に，第二の銅塊をさら A にのせたが，これは第一の銅塊より小さいので，38 $g$ の分銅をさらにのせた時，０点はちょうど前の位置に來た。次に，分銅だけそのままにして銅塊をCに移すと，0 をもとの位置におくには，さらAに 9.2 $g$ の分銅を追加せねばならなかった。このようにして第五までの銅塊をはかって，次の表のような結果を得た。山田君は，この表からどのようにして銅塊の比重を計算したか。その方法を考えよ。

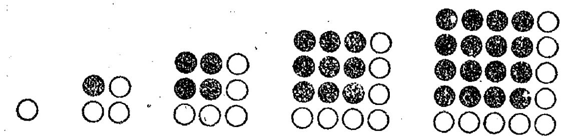
また，それから銅の比重を求めよ。



| 銅塊の番号 | 銅塊をさらAにのせた時，0点の位置を保つために，さらAにのせた分銅の目方 ($g$) | 銅塊をさらCの上に移したために，さらAに追加した分銅の目方 ($g$) |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 13.5 |
| 2 | 38 | 9.2 |
| 3 | 26.5 | 10.5 |
| 4 | 16 | 11.7 |
| 5 | 23 | 10.9 |

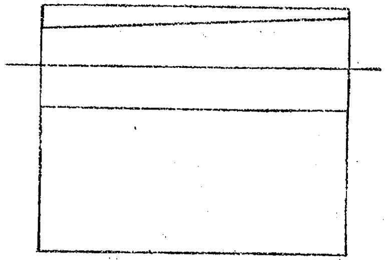
**4.** 下の図は，白と黒の碁石を並べたものである。各組の石の数は，すぐ左の組の石の数とどんな関係にあるか。この関係を式に書け。

また，それを用いて 20 から 40 までの整数の平方数を計算せよ。



**5.** 汽車に乗って，その速さをはかるには，汽車がレールのつぎ目に來るごとに，がたんがたんとたてる音を数えればよい。この時，何秒かの間に汽車が通るレールのつぎ目の音を数えて，その音の数がそのまま汽車の時速をキロメートル数で表わしたものになるようにするには，何秒間数えればよいか。レールの長さを，最初 $a\,m$ として公式を作れ。次に $a$ が 10, 20, 25 などの時について計算せよ。

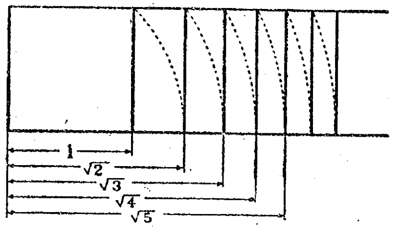
6. 右の図は，ある学校のプールの投影図である。このプールの容積を計算せよ。



1 : 500

また，学校では毎年六月中旬から十月中旬までプールを使用する。この時，水を1週間に1回ずつ取り換えるものとすれば，約何トンの水が使用されることになるか。

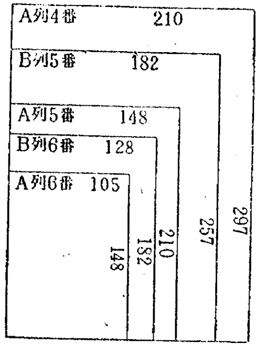
7. 右の図は，長さ1の直線から，長さ$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, …の線を書く方法を示をしたものである。このわけを説明せよ。

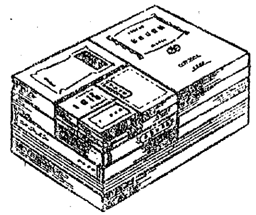



8. 紙の標準規格判には，A列とB列の二種がある。この各列は，更に，0番から12番まであって，A列0番を半分にしたものが，A列1番，これを更に半分にしたものが，A列2番というように，番号が切った回数を示すように定めてある。

次ページの表は，標準規格判の紙の寸法を示す。この表で，例えば，縦，横が 52 *mm*，74 *mm* あることを 52×74 と表わしてある。





| 番号＼列 | A | B |
|---|---|---|
| 0 | 841×1189 | 1030×1456 |
| 1 | 594×841 | 728×1030 |
| 2 | 420×594 | 515×728 |
| 3 | 297×420 | 364×515 |
| 4 | 210×297 | 257×364 |
| 5 | 148×210 | 182×257 |
| 6 | 105×148 | 128×182 |
| 7 | 74×105 | 91×128 |
| 8 | 52×74 | 64×91 |
| 9 | 37×52 | 45×64 |
| 10 | 26×37 | 32×45 |
| 11 | 18×26 | 22×32 |
| 12 | 13×18 | 16×22 |

(1) 各番号について，縦，横の長さの比を求めよ。

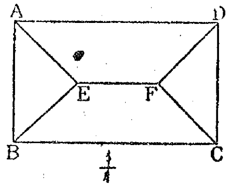
(2) 新聞紙の形は規格判何列何番か。

また，教科書「中等数学」の形は何列何番か。

(3) 印刷用西洋紙の量を表わすのに，0番の紙500枚を1組とし，これを1連という。

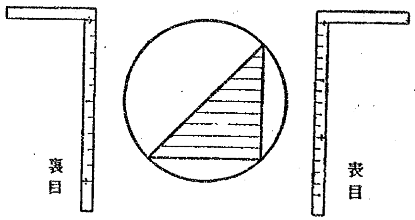
この教科書「中等数学」第二学年用(2)を，各自の学校に必要なだけ作るには，約何連の紙が必要であるか。

9. 右の図は，ある家の屋根の平面図で，AD=5間，AB=3間，EF=2間で，屋根は四寸勾配である．この屋根をかわらでふくには，全体で幾坪分のかわらがいるか．




10. だいたい円柱形の丸太がある．この丸太からとれる正四角柱(角材ともいう)の断面の寸法を言え．但し，丸太の直径を $d\,cm$ として考えよ．

11. 大工は丸太から角材をとるのに，一々計算しないで，曲尺の裏目を丸太の直径に当てて，直ちに角材の辺の長さを知るという．曲尺の裏目は，この目的に適するように目盛ってある．




右の図を見て，裏目の目盛り方を考えよ．また，センチメートル尺に対する裏目を作って調べてみよ．

12. 立木の場合は，その直径を直接はかることはむずかしいから，そのまわりの長さをはかって，角材の寸法を計算しなければならない．この計算に使う式を作れ．また，次のことを考えよ．

(1) まわりが 120 $cm$ の樹からとれる角材の大きさはだいたいどれだけか．

(2) 一辺 10 $cm$ の角材をとるには，少くともまわりが何センチメートルある樹を選ばねばならないか．

(3) とりたいと思う角材の寸法を知って，それをとるに必要な丸太のまわりを出す式を作れ．



13. 材木屋は立木からとる角材の寸法を出すのに，次のようにするという．これを前問の結果と比較せよ．

(1) 丸太のまわりに糸を巻きつけ，その糸を三つ折りにしたものの7割を角材の寸法とする．

(2) 丸太のまわりをはかり，その1割を引いた残りの $\frac{1}{4}$ を角材の寸法とする．

14. 12 問の (3) の結果を利用して，立木のまわりをはかれば，とれる角材の寸法がそのまま読める物指を工夫せよ．

# 式とグラフ

## I. 座　標

**1.** われわれは，今までに物の位置や点の位置を表わすいろいろな方法を調べた。どんな方法があったか。

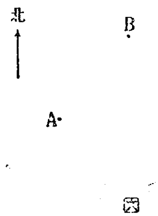
物の位置を表わすには，まず，基準になる点や線をきめる。

(a)　一つの線上に並んでいるものの位置を表わすには，どうするか。実際の例について，その方法を説明せよ。

(b)　一つの平面，または，球面上にあるものの位置を表わすにはどうするか。実際の例について，その方法を説明せよ。

物の位置の表わし方を考える時に，表わし方が不備であって，その方法で表わした場合，二つ以上の点を指したり，あるいは，逆に，一つの点に対して二つ以上の表わし方があったりしてはならない。

(c)　今までに調べた表わし方について，その表わし方が不備でないようにするために，どのような点に注意がはらわれているかを考えよ。

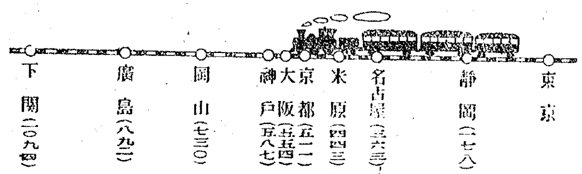



(1)　右の図は，三軒の家 A, B, C の位置を示したものである。それらの家の位置を言い表わすには，どのような方法が考えられるか。また，その時に基準にするものを言え。

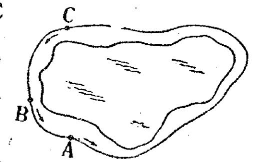


(2)　下の図を見て，次の駅の位置を，東京駅を基準にして言え。また，下関及び京都を基準にして言え。但し，駅名の下にある数は，東京駅からの道程(單位はキロメートル)を示す。

静岡　名古屋　米原　大阪　岡山　廣島

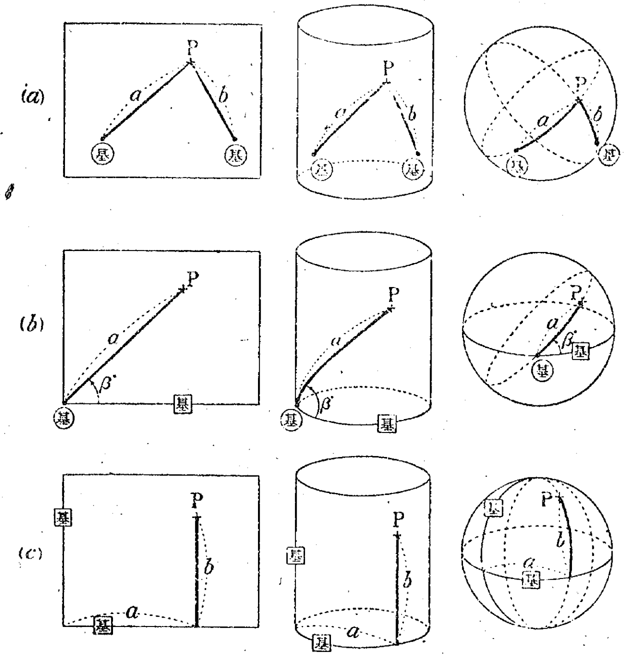



(3)　ある池のまわりを，A, B, C の三人が同じ方向に等しい速さで，この順に走っている。A, B の距離は 10 $m$，B, C の距離は 15 $m$ である。C を基準として A, B の位置を言え。また，A 及び B を基準とし，B, C 及び A, C の位置を言え。




(4)　平面や円筒面や球面などのような面の上で，点の位置を表わすのに，いろいろな方法が考えられる。

次ページの図は，山田君が考えた結果を，略図に示したものである。図に書いてある点Pの位置をきめるのに，基及び基は基準にとったものを示す略記号である。この図について，位置のきめ方を説明せよ。

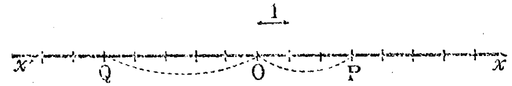



(5) 線の上にある点の位置は，基準の点一つと，それからの方向と距離とで表わすことができる。

面の上で，点の位置を表わすには，どのようなものが必要か。

**2.** 直線上にある点の位置は，次ページの図のように表わすことができる。



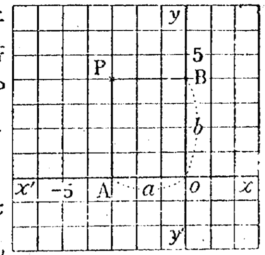



Oは基準の点で，$Ox$の向きを正とし，その長さでOからの距離をいい表わすことにする。このようにきめると，点P, Qの位置は，それぞれ +3, −5 で表わされる。

---

このやうな点の位置を表わす数を，その点の「座標」といい，基準の点Oを座標の「原点」という。

平面上の点の位置は，次のようにして表わすことができる。直角に交わる直線 $xox'$, $yoy'$ を引き，この二つの直線を基準にして表わす。即ち，平面上の点からこの直線に下した垂線の足の座標の組で表わす。この時には，$o$ を原点とし，$ox$, $oy$ の方向を正としてはかる。

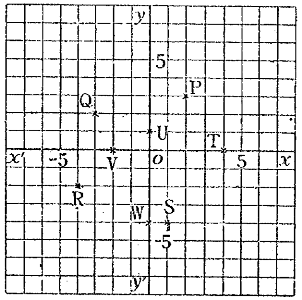



例えば，右の図に示した平面上の点Pの位置は，(−3, +4) と書き表わす。この二数の組を，点Pの「座標」といい，−3, +4 をそれぞれ「$x$ 座標」,「$y$ 座標」という。

また，$xox'$, $yoy'$ をそれぞれ「$x$ 軸」,「$y$ 軸」または，「横軸」,「縦軸」ともいい，この二つの軸をまとめて「座標軸」という。座標軸が設けられた平面を「座標平面」と呼ぶことがある。

---

(1)　右の図に示した各点の座標を言え。




(2)　右の座標平面の上に次の各点をとれ。

但し，K(−3,5) は，点Kの座標が (−3,5) であることを示す。

K(−3,5),　L(0,2)

M$\left(3,-\frac{1}{2}\right)$,　N$\left(-2\frac{1}{3},0\right)$,　E(−4.2, −3.5)

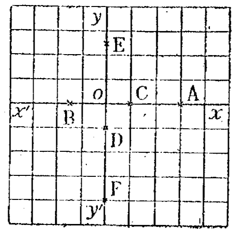
(3)　座標平面上に，二点 A (3,2), B(−1, −2) を通る直線と，二点 C (0,3), D (4, −1) を通る直線とを書き入れよ。また，その交点の座標を読め。

(4)　座標が次のような点を，座標平面上にとれ。

(2,0)　(4.5,0)　(−3,0)　(−1.2,0)

(0,2)　$\left(0,3\frac{1}{3}\right)$　(0, −2.5)　(0, −5)

(5)　右の図に示した各点の座標を言え。




(6)　座標平面について，次のことがらを調べよ。

(a)　座標が共に正である点はどこにあるか。また，共に負である点はどこにあるか。



(b)　座標の符号が異なる点はどこにあるか。

(c)　$x$ 座標が 0 になる点はどこにあるか。また，$y$ 座標が 0 になる点はどこにあるか。

(7)　座標平面上の点 $(a,b)$ で，$x$ 座標 $a$ が変わらないで，$y$ 座標 $b$ だけが変わると，その点はどんな道を通るか。

また，$y$ 座標 $b$ が変わらないで，$x$ 座標 $a$ だけが変わると，その点はどんな道を通るか。

(8)　座標平面上で，次の各組の点はどんな位置関係にあるか。また，わかったことを，まとめて言え。

(a)　A(3,4)　B(3, −4)　(b)　C(−3,4)　D(−3, −4)
(c)　E(0,4)　F(0, −4)　(d)　G($a,b$)　H($a,-b$)
(e)　I($-a,b$)　J($-a,-b$)

(f)　A(3,4)　C(−3,4)　(g)　B(3, −4)　D(−3, −4)
(h)　K(4,0)　L(−4,0)　(i)　G($a,b$)　I($-a,b$)
(j)　H($a,-b$)　J($-a,-b$)

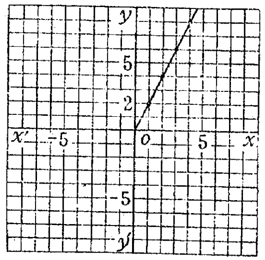
(k)　A(3,4)　D(−3, −4)　(l)　B(3, −4)　C(−3,4)
(m)　G($a,b$)　J($-a,-b$)　(n)　H($a,-b$)　I($-a,b$)

## II.　一次函数とグラフ

**1.**　座標平面を使って，いろいろな数的な関係をグラフに表わすことを考えよう。

われわれが知っている最も簡単な数的な関係の一つは比例

である。二つの量$x, y$が比例する時，その二つの量の間にある関係は，$y=ax$ で書き表わすことができる。この時，$a$ は比例定数といわれるもので，この二つの関係を調べる時に，一定と考えられるものである。比例関係をグラフに表わすと，どんな図形が出來るか。また，これと逆に，二つの量の間にある関係をグラフに書いた時，どんな図形になった場合に，その二つの量は比例関係にあると言えるか。




右の図は，比例関係 $y=2x$ をグラフに示したものである。このグラフについて，次のことを調べよ。

(a) グラフの線上にいろいろな点をとり，どの点の座標も $y=2x$ の関係を満足しているかどうかを確かめよ。

(b) $x$ や $y$ が負の数であっても，上の等式で示される関係があるとすれば，その関係を示すグラフはどんな線になるか。これを座標平面に書き加えよ。

二つの量 $x, y$ の間にある関係が，$x, y$ についての等式で示された時，その関係をグラフに示すと，出來た図形上の各点の$x$座標と$y$座標とは，その等式に当てはまる。

また，二つの量 $a, b$ の間にある関係が，$a, b$ についての等式で示された時にも，一方を$x$座標，他方を$y$座標にとって，その関係をグラフに示すと，その図形上の点の座標は，



すべて $a, b$ についての等式に当てはまる。

式で表わされた関係を図に示した時，その図形を，その「式のグラフ」という。

一般に，等式 $y=ax$ のグラフは，比例について考えた場合と同じように，原点を通る直線となる。この時は，一般に，$x$ や$y$が負の数である範囲も考えられるから，原点の両方へ延びた直線になる。

ここで，$y=ax$ のグラフが，必ず原点を通る直線となることを説明しよう。

$y=ax$ で，$x=0$ とすれば $y=0$ となるから，グラフは明らかに原点を通る。次に，二点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ も $y=ax$ に適する点であるとし，P, Q から $Ox$ へ垂線 $PA_1$, $QA_2$ をおろすと

$OA_1=x_1,\quad A_1P=y_1$

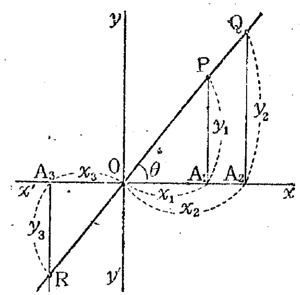
$OA_2=x_2,\quad A_2Q=y_2$

$y_1=ax_1,\quad y_2=ax_2$

であるから

$$\frac{A_1P}{OA_1}=\frac{y_1}{x_1}=a,\quad \frac{A_2Q}{OA_2}=\frac{y_2}{x_2}=a$$

それ故 $\dfrac{A_1P}{OA_1}=\dfrac{A_2Q}{OA_2}$




上の等式により，二つの直角三角形 $A_1OP$, $A_2OQ$ は，直

角をはさむ二辺の比が等しいから相似であると言える。したがって，角 $A_1OP$, $A_2OQ$ は等しくなる。P, Q が前ページの図のような位置にあると，OP, OQ は重なるから，P, Q は O と共に一直線上にあることがわかる。

前ページの図で，R$(x_3, y_3)$ の座標も $y=ax$ に適するとして，R は直線 OP 上にあることを説明せよ。

上で調べたことから，点の座標が等式 $y=ax$ で示されている時，その関係を示すグラフは，原点を通る直線になることがわかった。

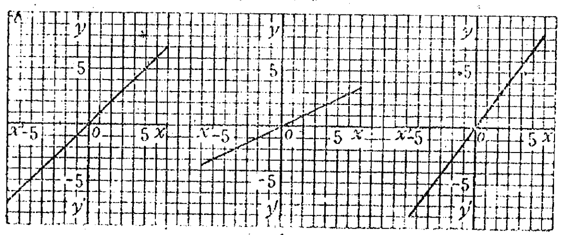
(1) $y=ax$ のグラフを，できるだけ簡単に書くには，どうすればよいか。

また，グラフが原点を通る直線である時，その等式 $y=ax$ を作るには，定数 $a$ をきめればよい。その $a$ をきめるにはどうすればよいか。その方法を言え。

(2) 次の式のグラフを作れ。

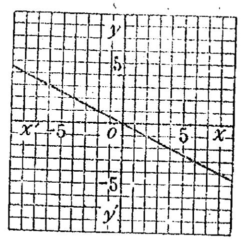
$y=0.5x$　　$y=\frac{1}{3}x$　　$y=1.2x$　　$y=4.5x$

(3) 次の各グラフの式を作れ。






2. 等式 $y=ax$ で，$a$ が負の数である場合について考えよう。次の図は，等式 $y=-0.5x$ のグラフを示したものである。この場合にも，グラフは原点を通る直線になる。これを前のような方法で確かめてみよ。




等式 $y=ax$ が比例関係を示すものとみる時に，$a$ は比例定数といわれるが，その等式を式としてみた時に，$a$ を $x$ の「係数」ともいう。

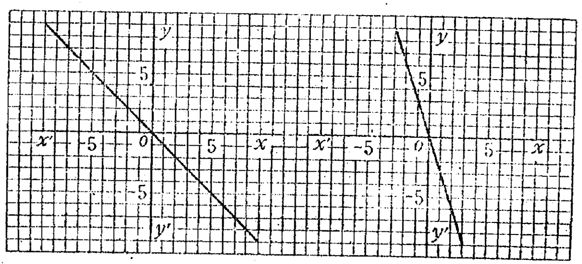
(1) $y=x$, $y=-x$ も等式 $y=ax$ の特殊なものとみられる。各場合に，$a$ をそれぞれ幾らと言えばよいか。

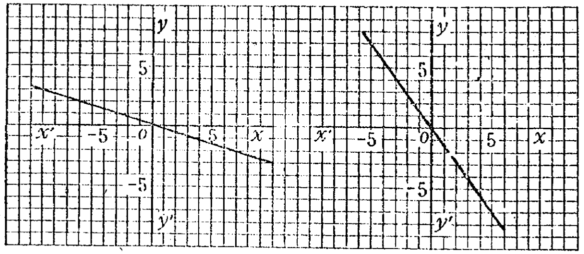
(2) 次の式のグラフを書け。

$y=-x$　　$y=-4x$　　$y=-2.5x$

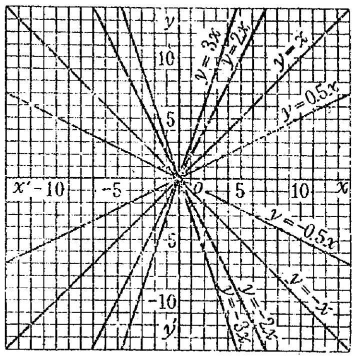
$y=-\frac{1}{2}x$　　$y=-0.2x$　　$y=-\frac{3}{5}x$

(3) 次の各グラフの式を作れ。






(4)　右の図は，等式 $y=ax$ のグラフで，係数 $a$ のいろいろな場合について，グラフがどのようになるかを示している。




右の図を参考にして，次のことがらを調べよ。

(a)　係数が正の数で，次第に大きくなると，グラフはどのように変化するか。また，どんな線に近づくと言えるか。その線の式を $x=0$ と書くことがある。このように書いてよいわけを言え。

(b)　係数が負の数で，絶対値が次第に大きくなると，グラフはどう変わるか。また，それはどんな線に近づくか。

(c)　係数が正あるいは負の数で，絶対値が次第に小さくなって，限りなく0に近づくと，直線はどんな直線に近づくか。また，その線の式を $y=0$ と書くことがある。このように書いてよいわけを考えよ。



今までに調べたことから，二つの量A, Bについて，対應する数の割合 $\frac{y}{x}$ が一定である時や，その関係をグラフに表わした時，原点を通る直線になる時に，その二つの量の間に，等式 $y=ax$ が成り立つ。このような場合に，$a$ の正，負に関係なく $x, y$ は比例するという。

(5)　ろうそくが1分間に 2.5 $cm$ の割で減っている。この場合に，ろうそくの減る量と時間との関係を式に書け。また，そのグラフを書け。

(6)　上空へ行くにしたがって，1000 $m$ について，だいたい 6° の割合で氣温が低くなる。この関係を式に書け。また，グラフに書け。

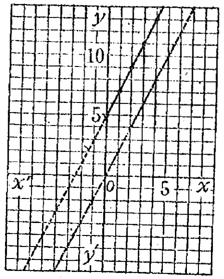
3.　今までに，等式 $y=ax$ で示される関係のグラフについて調べた。次に，もう少し複雑な関係について考えよう。

例えば，長さ 5 $cm$ のぜんまいがある。このぜんまいに分銅をかけると，1 $kg$ について 2 $cm$ の割合で延びるという。今，このぜんまいに $x$ $kg$ の分銅をかけた時の長さを $y$ $cm$ とすると，$x$ と $y$ との関係は，次の等式で表わされる。

$$y=2x+5$$

(1)　各自に，この式が成り立つわけを考えよ。また，この関係をグラフに示すと，どんな図形が出來るか。

右の図は，等式 $y=2x+5$ について，$x$ の値を変えた時，それに對應する $y$ の値を計算し，その各組の値を座標とする点をとって書いたものである。また，ぜんまいでは，$x$ の値があまり大きくなると，ぜんまいは使えないし，$x$ の値は負となることもない。これを考えて，$x$ の負の値に対する部分は点線にしてある。この図から，$y=2x+5$ の對應する値の組を座標とする点は，一つの直線上に並ぶことが推定される。




また，等式 $y=2x+5$ のグラフが直線になることは，次のようにして確かめることができる。

(a)　等式 $y=2x+5$ のグラフが直線であるならば，原点を通り，これに平行な直線が引けるわけである。

また，その直線の式は，$y=2x$ であると言える。このわけを言え。

(b)　等式 $y=2x$ と，$y=2x+5$ で，$x$ の同じ値に対する $y$ の値はどんな関係にあるか。

(c)　(b) でわかったことと，等式 $y=2x$ のグラフが直線であることから，等式 $y=2x+5$ のグラフは直線であると言える。このわけを考えよ。

(2)　次の等式のグラフはいずれも直線であることを，上のようにして確かめよ。



$y=4x-6$　　　$y=-3x+2$　　　$y=-x-2$

$ax+b$ (但し，$a$, $b$ は定数) の形の式を「一次式」という。この一次式で，$a$ を $x$ の「係数」，$b$ を「定数項」という。

二つの量 $x$, $y$ があって，$y$ が $x$ の一次式，卽ち，$y=ax+b$ で書き表わされる時，$y$ は $x$ の「一次函数」であるという。

等式 $y=ax$ で示される比例関係は，一次式 $y=ax+b$ で示される関係の特別なもので，$b=0$ の場合である。

一次函数で示される関係を表わすグラフは直線である。

(3)　次の一次函数によって示される関係をグラフに書け。

$y=x+1$　　　$y=3x-2$　　　$y=0.25x-1.5$

$y=-3x+5$　　　$y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$　　　$y=2x-5$

(4)　次の式のグラフを作れ。これらの式は，一次式 $y=ax+b$ のどんな特別な場合であると言えるか。

$y=3$　　　$y=0$　　　$y=-2$　　　$x=0$

**4.**　上で調べたことから，二つの量の間にある関係が一次式で書き表わされる時には，その関係を示すグラフは直線であることがわかった。次に，そのグラフから式を作るには，一次式 $y=ax+b$ で，$x$ の係数や定数項をきめればよい。これをきめるには，次のようなことを調べればよい。

(a)　$y=ax$ は $y=ax+b$ に平行であることから，$a$ を計算

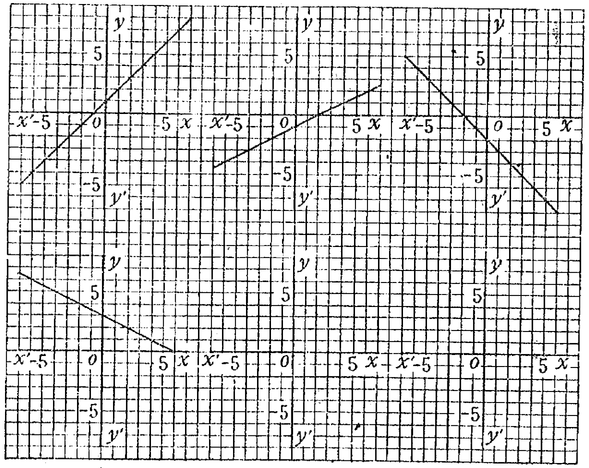
することができる。また，$x$の増加に対する$y$の増加の比として計算することもできる。このわけを言え。

(b) 定数項$b$の値は，$y=ax$のグラフを$y=ax+b$のグラフに重ねるために，平行移動する時，$y$軸の正の方向に移動した時を正とし，移動の方向にはかった距離を示すと言える。また，その距離は，$y$軸上で知ることができる。このわけを言え。

(c) グラフが$x$軸または，$y$軸と平行な時はどうなるか。

上のことから，直線によって表わされた関係を，式に書き表わす方法をまとめて言え。

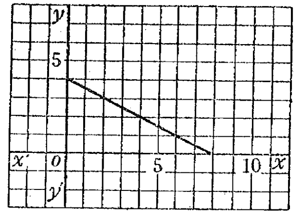
次のグラフによって示される関係を式に書け






## III. 一次方程式とグラフ

**1.** 今まで，一次函数で示される関係をグラフに表わす方法を調べた。しかも，一次函数$y=ax+b$で，$x$に対する$y$の値を計算した。ここでは，$y$に対する$x$の値の求め方について考えよう。




右の図は，ろうそくの長さ($y$ cm)と燃え始めてからの時間($x$分)との関係を示したものである。この関係は，

$y=-0.5x+4$ と表わすことができる。このグラフや式を基にして，次のことを調べよ。

(a) 時間をはかり始めた時のろうそくの長さ。

(b) ろうそくが燃え終るのは，何分後か。

(1) 函数 $y=2x+4$ のグラフを書け。

(2) 前問のグラフを用いて，等式 $2x+4=2$, $2x+4=0$, $2x+4=-4$ に適する$x$の値を求めよ。

(3) 函数 $y=-2x+4$ のグラフを書け。

(4) 前問のグラフを用いて，等式 $-2x+4=2$, $-2x+4=0$, $-2x+4=-4$ に適する$x$の値を求めよ。

(5) 次の等式に適する$x$の値を求めよ。

$2x+4=6$　　　　$2x+4=-6$

$-2x+4=6$　　　　$-2x+4=-6$

**2.** 等式 $2x+4=2$ に適する $x$ の値は，次のように考えて，計算で求めることができる。

$2x$ に 4 を加えて 2 になったのであるから

$$2x=2-4$$
$$2x=-2$$

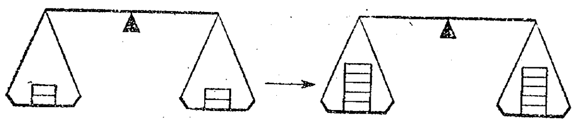
$x$ の 2 倍が $-2$ であるから

$$x=(-2)\div 2$$
$$x=-1$$

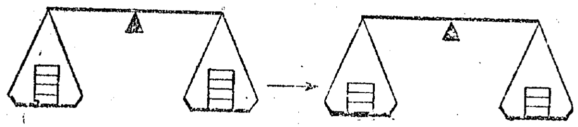
(1)　上と同じようにして，等式　$2x+4=0$，$2x+4=-4$ に適する $x$ の値を計算せよ。また，等式　$-2x+4=2$，$-2x+4=0$，$-2x+4=-4$ に適する $x$ の値を計算せよ。

等式 $2x+4=10$ に適する $x$ の値は，次のような等式の性質を用いても解くことができる。

(a)　等式の両辺に同じ数を加えても，等式ができる。

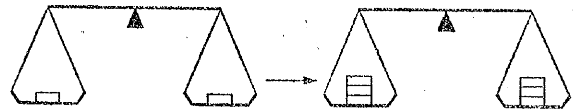


(b)　等式の両辺から同じ数を引いても，等式ができる。

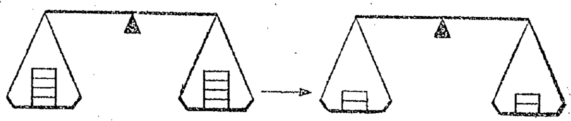




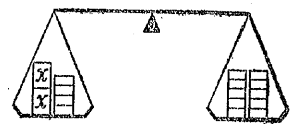
(c)　等式の両辺に，同じ数をかけても，等式ができる。



(d)　等式の両辺を，0 でない同じ数で割っても等式ができる。



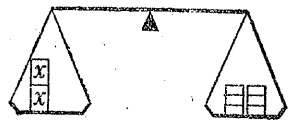
上の等式の性質を用いて，等式 $2x+4=10$ に適する $x$ の値を求めてみよう。




$$2x+4=10$$

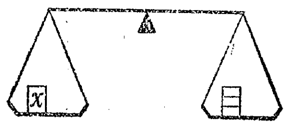
の両辺から 4 を引くと

$$\begin{array}{r} 2x+4=10 \\ 4=\ 4 \\ \hline 2x\quad=\ 6 \end{array}$$




両辺を 2 で割って

$$x=3$$




(2)　次の等式に適する $x$ の値を求めよ。

$3x+4=10$　　　$2x-9=1$　　　$7x-5=30$

等式 $2x+7=-1$ などのように，まだきまっていない値を含んだ等式を「方程式」といい，きまっていない値を「未知数」という。方程式の未知数を求めることを，「方程式を解く」といい，その未知数の値を方程式の「根」という。上のように，一次式で表わされる方程式を「一次方程式」という。

(3)　次の一次方程式を解け。

| | | |
|---|---|---|
| $2x+6=4$ | $3x-8=7$ | $5x+4=3$ |
| $7-4x=-5$ | $12-3x=21$ | $8-4x=2$ |
| $-20x-5=35$ | $7x+5=-23$ | $-3x+4=16$ |
| $17=3x-5$ | $-3=8-11x$ | $12=15x-24$ |

方程式を解く例として，次の方程式を解いてみよう。

$$\frac{1}{2}x-3=\frac{4}{3}x+1$$

両辺を６倍すると

$$\frac{1}{2}x\times6-3\times6=\frac{4}{3}x\times6+1\times6$$

$$3x-18=8x+6$$

両辺に 18 を加えると

$$3x=8x+6+18$$

即ち　$3x=8x+24$

両辺から $8x$ を引くと

$$3x-8x=24$$



$$-5x=24$$

両辺を $-5$ で割ると

$$x=-4.8$$

この計算で，等式の左辺にあった「$-18$」を右辺に，右辺にあった「$8x$」を左辺に移している。このように等号の一方にあるものを他方に移すことを「移項」という。移項する場合には，項の符号を変える（移項の法則）。また，一次方程式を解くには，未知数を含む項は左辺に，定数項は右辺に移項して，まとめるとよい。

$3x$ と $-8x$ のように，同じ文字を含む項を「同類項」という。同類項は一つの項にまとめて簡単にすることができる。

例えば　$3x+(-8x)=-5x$

$$\frac{3}{2}a^2b-\frac{1}{3}a^2b+\left(-\frac{5}{4}a^2b\right)=\left(\frac{18}{12}-\frac{4}{12}-\frac{15}{12}\right)a^2b=-\frac{1}{12}a^2b$$

(4)　次の各方程式を解け。

| | |
|---|---|
| $1.2x-4.8=2.4$ | $102-45x=-83$ |
| $\frac{1}{2}x+3\frac{1}{4}=9\frac{1}{4}$ | $11x+6\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}$ |
| $25-x=3x+10$ | $x-\frac{7}{5}x=20-\frac{1}{4}x$ |
| $\frac{2}{3}x=\frac{1}{6}x+2$ | $\frac{2}{5}x-2=3-\frac{13}{5}x$ |
| $2(1+13x)-28(x-9)=0$ | $2.4(x-1)=1.5(x-2)$ |

$$\frac{3(x-4)}{5}+\frac{5-3x}{4}=\frac{x-8}{2}-\frac{2(6-x)}{5}$$

$x-2a=2a-x$　　　　$x+4m=3x-2n$

$$\frac{3}{4}(x-2p)-\frac{1}{2}(2x-q)=x-\frac{1}{4}(p+q)$$

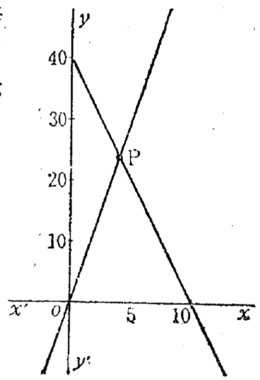
(5)　方程式を用いて，次の問題を解け。

(a)　ある人が 12 $km$ の山道を行くのに，始めは上りで，これを毎時 2 $km$ の速さで歩き，次は下りで，これを毎時 6 $km$ の速さで歩いて，結局 2 時間 40 分かかった。上りの道程を求めよ。

(b)　直角三角形で，斜辺と他の一辺の長さの差が 1 $cm$ で，残りの辺は 5$cm$ であるという。斜辺の長さを求めよ。

## IV.　連立方程式とグラフ

**1.**　甲，乙両人がそれぞれ，毎時 6 $km$，4 $km$ の速さで相向って歩いている。今，この甲，乙両人が同時に 40 $km$ 離れた A，B 両地を通過した。今から $x$ 時間後における A 地からの距離を $y$ $km$ とすると，甲については $y=6x$，乙については $y=40-4x$ となる。これらの関係をグラフに示すと，右の図のように二本の直線が出来る。






この二直線の交点を P とすると，この点 P の横座標は時間を示すが，それはどんな時間を示すか。また，この点の縦座標は距離を示すが，それはどんな距離を示すか。

$y=6x$ と $y=40-4x$ とのグラフの交点の横座標と縦座標は，それぞれ

$$\begin{cases} y=6x \\ y=40-4x \end{cases}$$

の両方の等式を同時に満足する $x, y$ の値である。

上のような方程式の組を「連立方程式」といい，連立方程式に適する値の組を，その連立方程式の「根」という。また，連立方程式の根を求めることを，その「連立方程式を解く」という。

未知数の箇数が二つであるような連立一次方程式を，「二元一次連立方程式」という。

次の各連立方程式の根を，グラフによって求めよ。

$$\begin{cases} y=x-7 \\ 2x+3y=9 \end{cases}\qquad\qquad \begin{cases} y-5x=17 \\ 4x+3y=22 \end{cases}$$

**2.**　二元連立方程式は，計算によっても解くことができる。このためには，まず，二つの方程式から，未知数の一方だけを含む方程式を導くようにすればよい。

例えば，連立方程式

$$\begin{cases} y=x-7 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$$

については，第二の式の$y$と，第一の式の$y$とが同じ値のものを求めるのであるから，第二の式の$y$に，第一の式の関係を入れる。

$$2x+3(x-7)=9$$

この式をまとめると　$5x=30$

故に　$x=6$

この$x$の値6を方程式のどれかに入れて，$y$の値を求める。簡単に計算ができる方を選んで，第一の式に入れると

$$y=6-7=-1$$

言うまでもなく，第二の式で，$x$を6とすると，$y$の値は$-1$となるはずである。これを確かめよ。

上の計算はためしてみるだけで，必要のないことは言うまでもない。しかし，$x=6,\ y=-1$が根であるかどうかを確かめるのに用いるがよい。

また，第一の式の両辺を3倍したものの両辺から，第二の式の両辺を引いても，やはり$y$だけを含む式が出来る。即ち

$$\begin{array}{rl} 3y= & 3x-21 \\ 2x+3y= & 9 \\ \hline -2x\quad = & 3x-30 \\ -5x= & -30 \\ x= & 6 \end{array}$$



上のような考え方で計算する場合には，次のような方法によるがよい。

$$\left.\begin{array}{ll} y=x-7 & (1) \\ 2x+3y=9 & (2) \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} -x+y=-7 & (1') \\ 2x+3y=9 & (2') \end{array}\right\}$$

$(1')\times3-(2')$

$$\begin{array}{rl} -3x+3y= & -21 \\ 2x+3y= & 9 \\ \hline -5x\quad = & -30 \\ x= & 6 \end{array}$$

$x=6$を(1)に代入すると

$$y=6-7$$
$$y=-1$$

連立方程式から未知数をなくすることを，その未知数を「消去する」という。

(1)　次の連立方程式から，一つの未知数を消去する方法を考えよ。どの未知数を消去するのが簡単であるか。また，これらの方程式を解け。

$$\begin{cases} y=x+4 \\ 2x+4y=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y=-5 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases}2x+3y=21\\7x-3y=6\end{cases}\qquad\begin{cases}-3x+11y=9\\-3x+4y=-12\end{cases}$$

(2)　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases}x+y=10\\x-y=5\end{cases}\qquad\begin{cases}3x+4y=18\\2x-y=1\end{cases}\qquad\begin{cases}3x+2y=-9\\9x-8y=15\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x+8y=-1\\7x+6y=9\end{cases}\qquad\begin{cases}2x-y=4\\\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=3\end{cases}\qquad\begin{cases}\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{7}y=8\\\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{7}y=2\end{cases}$$

(3)　連立方程式を用いて，次の問題を解け。

大小二数がある。小さい方の数の8割と，大きい方の数の6割の和は 72 である。その割合をとり違えて計算したため，結果は正しいものより 10 だけ大きくなったという。この二数を求めよ。

## V.　一次不等式とグラフ

**1.**　前節の始めに作った甲，乙二人の進行グラフを基にして，両人の位置関係を調べてみよう。

(a)　甲と乙とが出会う前では，次の二式の値はどちらが大きいか。これはグラフのどのようなことからわかるか。

$$6x,\qquad 40-4x$$

(b)　両人が出会った時はどうか。

(c)　両人が出会ってから後ではどうか。



$40-4x$ が $6x$ よりも大きいことを $40-4x>6x$ と書き，$40-4x$ が $6x$ よりも小さいことを $40-4x<6x$ と書く。このような式を「不等式」といい，記号 $>$，$<$ を「不等号」という。

不等式 $40-4x>6x$ に適する $x$ の値は，4 より小さい数である。このように $40-4x>6x$ に適する $x$ の値の範囲を求めることを，この「不等式を解く」という。また，その範囲を不等式の「解」といい，$x<4$ のように書き表わす。

(1)　次のことがらを，不等号を使って表わせ。

(a)　4 は 3 より大である。3 は 4 より小である。

(b)　$a$ は $b$ より大である。$a$ は $b$ より小である。

(c)　$a$ は正の数である。$b$ は負の数である。

(d)　$x$ に 3 を加えたものは，$x$ の 2 倍よりも小である。

(2)　$y=2x-1$ 及び $y=-x+5$ のグラフによって，次の不等式を解け。

$$2x-1<-x+5\qquad 2x-1>-x+5$$

また，方程式 $2x-1=-x+5$ を解け。この根と，上で求めた二つの範囲との間には，どんな関係があるか。

(3)　次の不等式をグラフによって解け。また，その不等号を等号にとりかえてできる方程式を解け。その方程式の根と，不等式の解との間にある関係を調べよ。

$$x-1>2\qquad 4-2x<-x\qquad \frac{1}{2}x-4<5-\frac{1}{2}x$$

2. 不等式は，計算によっても解くことができる。

次は，不等式と方程式とを解く計算をくらべたものである。

| | |
|---|---|
| $x-4>3x+2$ | $x-4=3x+2$ |
| $x-3x>2+4$ | $x-3x=2+4$ |
| $-2x>6$ | $-2x=6$ |
| $x<\dfrac{6}{-2}$ | $x=\dfrac{6}{-2}$ |
| $x<-3$ | $x=-3$ |

計算によって方程式を解くのと，不等式を解くのとでは，どんなところが同じであるか。また，どんなところが違うか。

不等式については，次のことがらが成り立つ。

(a)　不等式の両辺に同じ数を加えても，不等号の向きは変わらない。

(b)　不等式の両辺から同じ数を引いても，不等号の向きは変わらない。

(c)　不等式の両辺に，0 でない同じ数をかける時，その数が正の数である場合には，不等号の向きは変わらない。負の数である場合には，不等号の向きは反対になる。

(d)　不等式の両辺を，0 でない同じ数で割る時，その数が正の数である場合には，不等号の向きは変わらない。負の数である場合には，不等号の向きは反対になる。

不等式について，上の関係が成り立つことを確かめよ。また，この関係を用いて，上の不等式を解く計算を説明せよ。

不等式を取り扱う場合に，注意すべきことがらをあげよ。



(1)　次の不等式や，方程式を解く時に，その計算の順序を対應させて書き，解き方の間にある関係をくらべよ。

(a)　$2x-5>x+8$,　　$2x-5=x+8$

(b)　$3x+4<7x-8$,　　$3x+4=7x-8$

(2)　次の不等式を解け。

$-2x>x+6$　　$-2x+3<x+1$

$2x>3+6x$　　$0.2x+5>x-3$

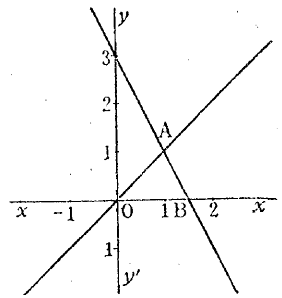
(3)　$a$ が $b$ より大きいと，$-a$ と $-b$ とでは，どちらが大きいか。

(4)　$a>b,\ c>d$ であると，次の不等式は正しいか。もしも，正しくない場合には，上の條件に当てはまり，しかも，不等式を成り立たせないような $a,b,c,d$ の値の組を定めよ。

$a+c>b+d$　　$a-c>b-d$

$ac>bd$　　$\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{d}$

3. 右の図は，$y=x$ と，$y=3-2x$ とのグラフを示したものである。このグラフについて，次のことがらを調べよ。




(a)　$y>x$ になるのは，どんなところか。そこに適当なしるしを附けよ。また，$y<x$ についても調べよ。

(b) $y>3-2x$ や $y<3-2x$ になるところについても調べて，それぞれに適当なしるしを附けよ。

(c) 今調べたことから，$y>x$ で，$y>3-2x$ になるところを言え。また，$y<x$ で，$y>3-2x$ になるところを言え。

不等式の成り立つ範囲が，図形となる場合もある。

前ページの図で，三角形 OAB は，次の三つの不等式によって示された範囲にある。このわけを説明せよ。

$$y>0, \qquad y<x, \qquad y<3-2x$$

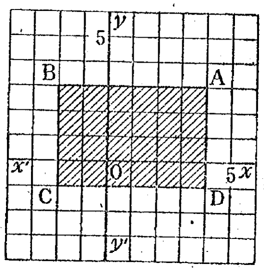
(1) 次の不等式によって示される範囲を図に書け。

(a) $x>0$ (b) $y<-1$

(c) $x>0,\ y>1$ (d) $x<1,\ y>2$

(2) 座標平面の上で，直線 $y=2$ から，距離が5より小さい範囲にある点の座標を，不等式で表わせ。

(3) 座標平面上で，右の図に示したような位置に，矩形 ABCD がある。適当に不等式などを使って，次のことがらを考えよ。




(a) 矩形の内部の点の座標を書き表わせ。

(b) 矩形の外部の点の座標を書き表わせ。

# 計算練習

1. 次の結果を暗算で答えよ。（但し，ここでは，差を特に前の式から後の式を引いた残りの意味に使う）

(a) $2a$ と $-5a$ との和から，$-3a$ と $+8a$ との差を引け。

(b) $-18$ を $-2$ で割った商に，$-3$ と $+5$ との積を加えよ。

(c) $-6b$ と $+11b$ との差から，$-8b$ と $+5b$ との和を引け。

(d) $-21$ を $+3$ で割った商に，$-8$ と $+7$ との積を加えよ。

(e) $-8$ と $+9$ との積に，$-33$ を $+3$ で割った商を加えよ。

(f) $-8$ と $+9$ との積を，$-40$ を $-5$ で割った商から引け。

(g) $-11t$ と $7t$ との和を，$-9t$ と $+10t$ との差から引け。

2. 次の括弧の中にある各組の数の和及び積を計算せよ。

$\left(-8,\quad +3,\quad -1,\quad -2,\quad +10,\quad -\frac{1}{2}\right)$

$\left(+\frac{1}{3},\quad -1,\quad -1,\quad +5,\quad -9,\quad -7\right)$

$(-4a,\quad 5a,\quad -2a,\quad -3a)$

$(-x,\quad +2y,\quad -3x,\quad -5y,\quad +7x)$

$(2x,\quad -5x^2,\quad -4x,\quad -3x^2,\quad -x)$

3. 次の計算を一つの分数の形にまとめて書き，次に，計算せよ。

$(-28)\div 12\times(-9)\div 7$ $\qquad(-5)\div(-0.5)\times(-9)\div 6$

$72\div(-2)\div(-6)\times(-4)\div(-8)$ $\qquad 18\times\left(-\frac{2}{5}\right)\div\left(-\frac{27}{5}\right)$

$\left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{7}\right)\div\left(-\frac{14}{57}\right)$　　$(-15)\times\frac{3}{2}\div\left(-\frac{25}{3}\right)\left(-\frac{3}{10}\right)$

**4.** $a=-3,\ b=-2,\ c=4,\ d=0$ として，次の式の値を計算せよ。

$a(a+b)(a+b+c)-a(a-b)(a-b-c)$

$(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)+abc$

$ab+2bc+3ca+4ad$　　$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{d}{a}+\frac{a+d}{b+c}$

**5.** 次の括弧の中にある各組の式の和を求めよ。

$(4x-2y+1,\quad -3x+2-y,\quad x-5y-7)$

$(a-2b+3c,\quad -2a+3b-4c,\quad 3a-4b+5c,\quad -4a+5b-4c)$

$(2x^2+3x-4,\quad -3x^2-3x-5,\quad -8x^2+x+7)$

**6.** 次の括弧の中にある各組の式の差を求めよ。(但し，前の式から後の式を引け)

$(4x-3y+2z,\quad -7x+5y-3z)$

$(-3x+2y-3,\quad 2x-7y-1)$

$(7x^2-8x-1,\quad -5x^2-6x+3)$

$(-3yz+5x+3,\quad -8x+5yz-2)$

**7.** 次の各式を，括弧をはずして簡単にせよ。

$x-(x-y+2z)-(3z-y+4)+(x-6)$

$7(x^2-3x+2)-2(x^2-5)$

$3(x-y)-2(y-z)+5(z-x)$

$\frac{3}{5}(2x-9)-\frac{2}{3}(8-x)$　　$5x-2\{x-3(2-x)\}$



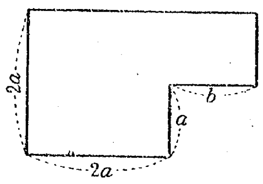
**8.** 次の各式について，□内に適当な正の整数を入れよ。

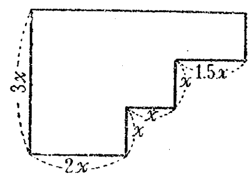
$a^5\cdot a^3=a^{\square}$　　$a^4\cdot a^{\square}=a^{13}$　　$a^m\cdot a^{\square}=a^{m+n}$

$(a^3)^4=a^{\square}$　　$(a^{\square})^4=a^8$　　$(2xy^3)^{\square}=32x^{\square}y^{\square}$

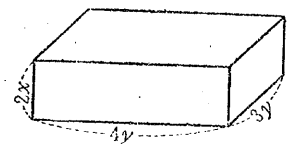
$(-xy^3)^{\square}=-x^{\square}y^6$　　$-\frac{5}{6}a^{\square}b^6=\frac{25}{18}a^2b^{\square}\times\left(-\frac{3}{5}a^3b^3\right)$

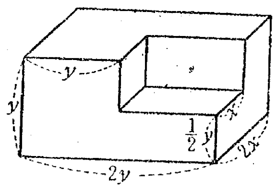
**9.** 次の各図形の周及び面積を式に書き表わせ。




**10.** 次の立体の表面積及び体積を式に書き表わせ。




**11.** 次の各式が成り立つように，□の場所に適当な式または数を補え。

$(x+2)(x+3)=x^2+5x+\square$　　$(y+4)(y-\square)=y^2-16$

$(x-6)(x+4)=x^2+\square x+\square$　　$(m-3)(m+5)=m^2+\square m+\square$

$(t+5)(t-8)=t^2+\square t+\square$　　$(x-\square)(x+1)=x^2-2x-3$

$(\square-1)(\square+2)=x^2+x-2$　　$(x-2)(x+\square)=x^2-\square-2$

**12.** 次の方程式を解け。

$2x-5=8$　　$0.5x-1.2x=2.4$

$-\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$　　$x-4=7-3x$

$12.5-48.2x=36.8x-64.2$

$15(x-1)-4(x-3)=2(7+x)$

$8(x-3)-(6-2x)=2(x+2)-5(5-x)$

$5y-6(y-5)=2(y+5)+5(y-4)$

$2x-\frac{x}{3}-\frac{2x-15}{5}=41$　　$\frac{3x-4}{2}-\frac{4x-3}{3}=x-6$

$\frac{7x+3}{5}-(x-2)=\frac{2x+17}{10}$　　$3+\frac{x}{0.5}=7-\frac{x}{0.2}$

$(x-8)(x+12)=(x+1)(x-6)-90$

$(2x-1)(x+3)=2(x-7)(x-3)$

$(x-5)(3x+1)-6=x(3x-7)$

$(x+1)^2-(x-3)^2=7(7x-9)$

**13.** 次の連立方程式を解け。

$\begin{cases}2x+y=8\\x-y=1\end{cases}$　$\begin{cases}5x-2y=11\\x-3y=-3\end{cases}$　$\begin{cases}5x+8y=2\\10x-12y=32\end{cases}$

$\begin{cases}2x+3y=8\\3x+7y=7\end{cases}$　$\begin{cases}2y-x=6\\3x+5y=37\end{cases}$　$\begin{cases}8x+3y=24\\2x+y=6\end{cases}$

$\begin{cases}2x+3y=22\\5x-7y=-3\end{cases}$　$\begin{cases}3x-4y=-5\\4x-5y=1\end{cases}$　$\begin{cases}4x+9y=3\\3x+7y=2\end{cases}$



$\begin{cases}2a-3b+14=0\\-4a+5b=26\end{cases}$　$\begin{cases}6x-y+2=4x+2y-6\\x+5y-5=5x+21\end{cases}$

$\begin{cases}2x-\frac{1}{5}(y-3)=4\\3y+\frac{1}{3}(x-2)=9\end{cases}$　$\begin{cases}\frac{2}{3}x-(y-4)-\frac{4x-1}{5}=0\\x-\frac{1}{6}(y-5)=9-y\end{cases}$

**14.** $\frac{x-1}{6}+y$ は 6 に等しく，$\frac{y-1}{4}+x$ は 8 に等しいように $x$ と $y$ の値を定めよ。

**15.** 次の不等式を解け。

$-x+8<3x+14$　　$3(x-2)+(5-x)>16$

$3x-4>3(x+5)-(12-x)$　　$\frac{x-3}{4}+5x<2$

$\frac{3}{2}(5-a)+\frac{3}{5}(a-4)>-3$　　$\frac{1}{3}x-6<\frac{1}{7}x-2$

$-\frac{3(m-1)}{4}+3>-\frac{m}{4}+\frac{3-m}{8}$　　$x-\frac{2}{3}<3(x-1)+\frac{1}{2}$

# 種々の問題

1. 次の各文章の中に表わされている，いろいろなものの運動は，どこを基準にして観察したものと考えるべきか。

(a) 太陽は，東から出て西に沈む。

(b) 地球は，楕円軌道をえがいて運動している。

(c) 車は非常な速さで走っていた。雨はますますはげしく，横なぐりに窓にたたきつけた。

(d) 船はにぶい，太い，出帆のドラを悲しげに吹きならしていたかと思ううちに，もう岸を離れていた。エンジンの音が船底をふるわしてひびいて来る。と思うまに，船は次第に速力を増した。岸辺の人も家も後ずさりして，次第に小さくなって行く。やがてそれが豆粒大になって視界の彼方に姿を消した。

(e) 機上から見た下界の景色は美しかった。青だたみを敷きつめた田，濃い淡いしま模様の畑，白く一線を引いている海岸線，これらが静かに後へ後へと流れて行った。その間をぬうように，黒い煙をあわのように残しながらのろのろと汽車が進んでいた。

2. 蓄音機の回轉している円盤の世界Aに住んで，そのふちを歩いている生物と，この蓄音機のおいてあるAの外の世界Bに住んでこれを眺めている生物とがいる。この二つの生



物が通信によって，次のような会話をした。この会話のどちらの言い分が正しいと思うか。

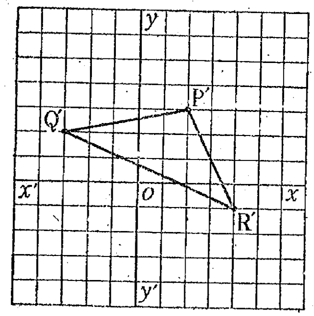
Bの生物「君は何故そんなにいそがしそうに，ぐるぐるまわっているのか。目がまわるだろう。」

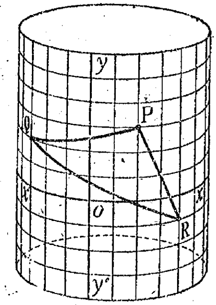
Aの生物「君こそいそがしそうにまわっているではないか。僕はただ僕の世界を静かに同じ足取りで散歩しているだけだよ。目がまわるのは君の方だ。」

Bの生物「君は同じ足取りで静かに散歩してるって？とんでもないことを言うね。君はいつでもあっちへ行ったり，こっちへ行ったりしているよ。そしておまけに左へ走る時は，ものすごく速いね。」

Aの生物「君の言うことは，僕の言いたいことだ。ただ，君は同じ方向へばかりいつも走っているよ。君は少しどうかしてるね。」

3. 下の円筒面上の図形PQRは，方眼紙の上に書いた三角



形 P′Q′R′ を，$y$ 軸が円筒の母線に一致するようにして，円筒面にはりつけて出來たものである。この時，PQ, PR, QR は，つる巻線である。そのわけを説明せよ。

**4.** 前問の図で，円筒上の P, Q, R の座標を，次のような場合について言え。どんなことがらに氣をつけたらよいか。

(a) 円筒の周が，方眼紙の 20 目盛に当たる時。

(b) 円筒の周が，方眼紙の 10 目盛に当たる時。

**5.** 直線上に二つの点があって，その座標は $-5$ と $+3$ である。この二点を両端とする直線の中点の座標を求めよ。また，この中点と，もとの点との中点を求めよ。一般に，座標が $a$ と $b$ であると，その中点の座標は幾らになるか。

**6.** 東西に通ずる街道がある。この街道を甲は毎時 1 里の速さで東へ向って歩き，乙は毎時 1.2 里の速さで西へ向って歩いている。甲がある地点 A を通った時，乙は A の東 10 里のところを通った。

(1) 甲が A を通ってから $x$ 時間後の両人の位置を，A からの距離によって表わせ。

(2) 前問で作った式で，$x$ を

$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$

とした時の値を計算せよ。$x$ の負の値は何を表わすと考えられるか。また，式の値が負の数になった場合は，どんなことを表わすと考えられるか。

(3) 甲，乙二人の進行をグラフに示し，次のことを調べよ。



(a) 甲は A 地を通ってから何時間後に乙に出会うか。

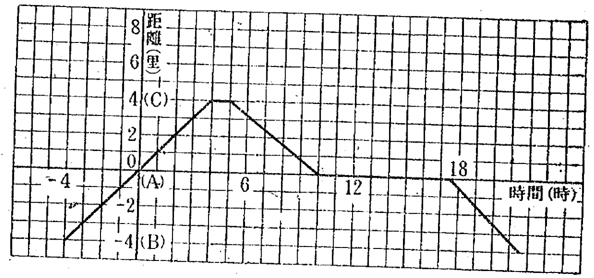
(b) 乙が甲の東 6 里のところにいるのはいつか。

(c) 甲が乙の東 5 里のところにいるのはいつか。

(4) 甲が A 地の東 3 里のところに達するのはいつか。また，その時，乙はどこにいるか。

(5) 甲と乙とが出会ってから，3 里半以上離れるのはいつからか。

**7.** 次の図は，B 町から 8 里離れた C 町に行ってもどった人の進行を示したもので，距離は BC の中間にある A 町を基準にし，時間は，B 町を出た日の正午を基準にしてある。このグラフについて，次のことがらを調べよ。




(1) B 町を出たのはいつか。また，もどったのはいつか。この人の旅行の日程をグラフから読みとれ。

(2) 各行程における速さはどれほどか。

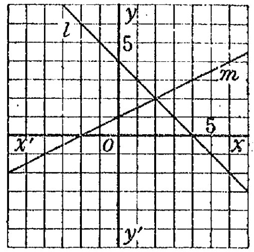
**8.** 次の條件に当てはまる直線 $y=ax+b$ をグラフに示せ。また，その直線の式を完成せよ。

(1) $a$が2で，点 $(0,4)$ を通るもの。

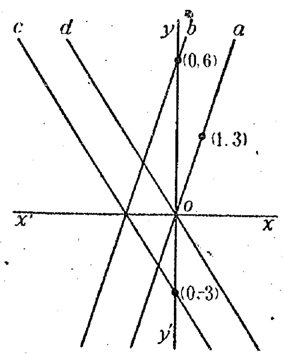
(2) $a$が $-2$ で，点 $(0,3)$ を通るもの。

(3) $a$が $-1$ で，点 $(0,5)$ を通るもの。

**9.** 右の図は，二つの函数のグラフである。この二つの函数を式に書き表わせ。




**10.** 下の図に示した各直線の式を求めよ。




**11.** 温度をはかる目盛には，攝氏(C)と華氏(F)とがある。同じ温度を，攝氏では $x°$，華氏では $y°$ とすると，$x$ の $\frac{9}{5}$ 倍に32を加えたものが$y$に等しくなる。この関係を式に書け。

また，$y$ は $x$ に比例すると言えるか。

**12.** 次のことがらで，比例するものを言え。

(1) 円の半径を $r$，周を $l$，面積をSとすると　$S=\pi r^2$,　$l=2\pi r$

(2) 氣温 $x$°C の空氣中を走る音の速さを $y$ m/秒 とすれば，$x, y$ の間に，次の等式が成り立つ。

$$y=0.6x+331$$



(3) 一辺の長さ $a$ が一定である矩形の他の辺を $x$，周を $l$ とすると

$$l=2(x+a)$$

(4) 長さ $a$ cm のつる巻ばねに，$x$ g の重さのおもりをつるした時，ばねの長さを $y$ cm とすると

$$y=4.5x+a$$

**13.** 0°C の時，長さ 1 m の鉄線を $x$°C まで熱した時，その長さを $y$ m とすれば，次の関係がある。

$$y=1+0.000012x$$

(1) 温度が1°昇れば，鉄線の長さはどれだけ伸びるか。

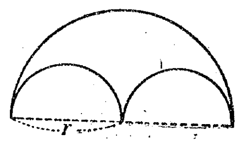
(2) このことから，長さ 25 m のレールは，夏と冬とではどれくらいの伸び縮みがあるか。

**14.** $x$ g の力を加えた時に，長さが $(a+bx)$ cm の形の式で表わされる弾性の糸がある。但し，$a, b$ はある定数である。

この糸に 8 g のおもりをかけると，長さが 13.6 cm となり，20 g をかけると 18.4 cm となる。15 g をかける時，及び，おもりを取り去った時の糸の長さを求めよ。

**15.** 金と銅との混合物がある。金は全量の半分より 34 g 多く，銅は全量の $\frac{4}{5}$ より 83.5 g 少いという。金と銅の量を求めよ。

**16.** 右の図のように，一つの半円の直径の上に，2箇の半円を書いた図形がある。この三つの半円周で囲まれた範囲の中に，なるべく大きい



円を入れよ。その半径はどれだけになるか。大きな半円の半径を $r$ として表わせ。

**17.** 部落が二つあるある村で，昨年は 1200 石の米がとれた。今年は二部落とも増産につとめたため，それぞれ同額の増収があったが，これは甲部落では 4%，乙部落では 6% の増収に当たる。今年の各部落の収穫高を求めよ。

**18.** 長さが幅よりも 10 $m$ 長い矩形の地所に，その外側に幅一様の道路を設けると，その道路の外側のまわりが 460 $m$ である。また，この道路を地所の内側に設けると，その道路の内側のまわりが，300 $m$ であるという。道路の幅を求めよ。

**19.** 黄銅は，銅と亜鉛との合金である。黄銅の比重を 8 より大きくするには，銅と亜鉛とをどのような割合に混ぜるとよいか。但し，銅と亜鉛の比重はそれぞれ 8.9, 7.1 である。

平方・立方・平方根・立方根の表

| 数 | 平方 | 立方 | 平方根 | 立方根 | 数 | 平方 | 立方 | 平方根 | 立方根 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 1 | 1.0000 | 1.0000 | **51** | 2601 | 132651 | 7.1414 | 3.7084 |
| **2** | 4 | 8 | 1.4142 | 1.2599 | **52** | 2704 | 140608 | 7.2111 | 3.7325 |
| **3** | 9 | 27 | 1.7321 | 1.4422 | **53** | 2809 | 148877 | 7.2801 | 3.7563 |
| **4** | 16 | 64 | 2.0000 | 1.5874 | **54** | 2916 | 157464 | 7.3485 | 3.7798 |
| **5** | 25 | 125 | 2.2361 | 1.7100 | **55** | 3025 | 166375 | 7.4162 | 3.8030 |
| **6** | 36 | 216 | 2.4495 | 1.8171 | **56** | 3136 | 175616 | 7.4833 | 3.8259 |
| **7** | 49 | 343 | 2.6458 | 1.9129 | **57** | 3249 | 185193 | 7.5498 | 3.8485 |
| **8** | 64 | 512 | 2.8284 | 2.0000 | **58** | 3364 | 195112 | 7.6158 | 3.8709 |
| **9** | 81 | 729 | 3.0000 | 2.0801 | **59** | 3481 | 205379 | 7.6811 | 3.8930 |
| **10** | 100 | 1000 | 3.1623 | 2.1544 | **60** | 3600 | 216000 | 7.7460 | 3.9149 |
| **11** | 121 | 1331 | 3.3166 | 2.2240 | **61** | 3721 | 226981 | 7.8102 | 3.9365 |
| **12** | 144 | 1728 | 3.4641 | 2.2894 | **62** | 3844 | 238328 | 7.8740 | 3.9579 |
| **13** | 169 | 2197 | 3.6056 | 2.3513 | **63** | 3969 | 250047 | 7.9373 | 3.9791 |
| **14** | 196 | 2744 | 3.7417 | 2.4101 | **64** | 4096 | 262144 | 8.0000 | 4.0000 |
| **15** | 225 | 3375 | 3.8730 | 2.4662 | **65** | 4225 | 274625 | 8.0623 | 4.0207 |
| **16** | 256 | 4096 | 4.0000 | 2.5198 | **66** | 4356 | 287496 | 8.1240 | 4.0412 |
| **17** | 289 | 4913 | 4.1231 | 2.5713 | **67** | 4489 | 300763 | 8.1854 | 4.0615 |
| **18** | 324 | 5832 | 4.2426 | 2.6207 | **68** | 4624 | 314432 | 8.2462 | 4.0817 |
| **19** | 361 | 6859 | 4.3589 | 2.6684 | **69** | 4761 | 328509 | 8.3066 | 4.1016 |
| **20** | 400 | 8000 | 4.4721 | 2.7144 | **70** | 4900 | 343000 | 8.3666 | 4.1213 |
| **21** | 441 | 9261 | 4.5826 | 2.7589 | **71** | 5041 | 357911 | 8.4261 | 4.1408 |
| **22** | 484 | 10648 | 4.6904 | 2.8020 | **72** | 5184 | 373248 | 8.4853 | 4.1602 |
| **23** | 529 | 12167 | 4.7958 | 2.8439 | **73** | 5329 | 389017 | 8.5440 | 4.1793 |
| **24** | 576 | 13824 | 4.8990 | 2.8845 | **74** | 5476 | 405224 | 8.6023 | 4.1983 |
| **25** | 625 | 15625 | 5.0000 | 2.9240 | **75** | 5625 | 421875 | 8.6603 | 4.2172 |
| **26** | 676 | 17576 | 5.0990 | 2.9625 | **76** | 5776 | 438976 | 8.7178 | 4.2358 |
| **27** | 729 | 19683 | 5.1962 | 3.0000 | **77** | 5929 | 456533 | 8.7750 | 4.2543 |
| **28** | 784 | 21952 | 5.2915 | 3.0366 | **78** | 6084 | 474552 | 8.8318 | 4.2727 |
| **29** | 841 | 24389 | 5.3852 | 3.0723 | **79** | 6241 | 493039 | 8.8882 | 4.2908 |
| **30** | 900 | 27000 | 5.4772 | 3.1072 | **80** | 6400 | 512000 | 8.9443 | 4.3089 |
| **31** | 961 | 29791 | 5.5678 | 3.1414 | **81** | 6561 | 531441 | 9.0000 | 4.3267 |
| **32** | 1024 | 32768 | 5.6569 | 3.1748 | **82** | 6724 | 551368 | 9.0554 | 4.3445 |
| **33** | 1089 | 35937 | 5.7446 | 3.2075 | **83** | 6889 | 571787 | 9.1104 | 4.3621 |
| **34** | 1156 | 39304 | 5.8310 | 3.2396 | **84** | 7056 | 592704 | 9.1652 | 4.3795 |
| **35** | 1225 | 42875 | 5.9161 | 3.2711 | **85** | 7225 | 614125 | 9.2195 | 4.3968 |
| **36** | 1296 | 46656 | 6.0000 | 3.3019 | **86** | 7396 | 636056 | 9.2736 | 4.4140 |
| **37** | 1369 | 50653 | 6.0828 | 3.3322 | **87** | 7569 | 658503 | 9.3274 | 4.4310 |
| **38** | 1444 | 54872 | 6.1644 | 3.3620 | **88** | 7744 | 681472 | 9.3808 | 4.4480 |
| **39** | 1521 | 59319 | 6.2450 | 3.3912 | **89** | 7921 | 704969 | 9.4340 | 4.4647 |
| **40** | 1600 | 64000 | 6.3246 | 3.4200 | **90** | 8100 | 729000 | 9.4868 | 4.4814 |
| **41** | 1681 | 68921 | 6.4031 | 3.4482 | **91** | 8281 | 753571 | 9.5394 | 4.4979 |
| **42** | 1764 | 74088 | 6.4807 | 3.4760 | **92** | 8464 | 778688 | 9.5917 | 4.5144 |
| **43** | 1849 | 79507 | 6.5574 | 3.5034 | **93** | 8649 | 804357 | 9.6437 | 4.5307 |
| **44** | 1936 | 85184 | 6.6332 | 3.5303 | **94** | 8836 | 830584 | 9.6954 | 4.5468 |
| **45** | 2025 | 91125 | 6.7082 | 3.5569 | **95** | 9025 | 857375 | 9.7468 | 4.5629 |
| **46** | 2116 | 97336 | 6.7823 | 3.5830 | **96** | 9216 | 884736 | 9.7980 | 4.5789 |
| **47** | 2209 | 103823 | 6.8557 | 3.6088 | **97** | 9409 | 912673 | 9.8489 | 4.5947 |
| **48** | 2304 | 110592 | 6.9282 | 3.6342 | **98** | 9604 | 941192 | 9.8995 | 4.6104 |
| **49** | 2401 | 117649 | 7.0000 | 3.6593 | **99** | 9801 | 970299 | 9.9499 | 4.6261 |
| **50** | 2500 | 125000 | 7.0711 | 3.6840 | **100** | 10000 | 1000000 | 10.0000 | 4.6416 |

# 中等数学

第二学年用

(2)


昭和22年11月6日印刷　同日飜刻印刷
昭和22年11月10日発行　同日飜刻発行
〔昭和22年11月10日　文部省検査済〕

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(DATE Nov. 6, 1947)

著作権所有
著作兼発行者　文部省

東京都千代田区神田岩本町三番地
飜刻発行者　中等學校教科書株式會社
代表者　阿部眞之助

東京都新宿区市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者　大日本印刷株式會社
代表者　佐久間長吉郎

発行所　中等學校教科書株式會社

永野