中等數學

四

第二類

文部省

(前) ¥ .50

目　錄

圖　法

昭和21年4月1日印刷　同日翻刻印刷
昭和21年4月5日發行　同日翻刻發行
[昭和21年4月5日　文部省檢査濟]

著作權所有　著作兼發行者　文　部　省

APPROVED BY MINISTRY OF EDUCATION (DATE Apr. 1, 1946)

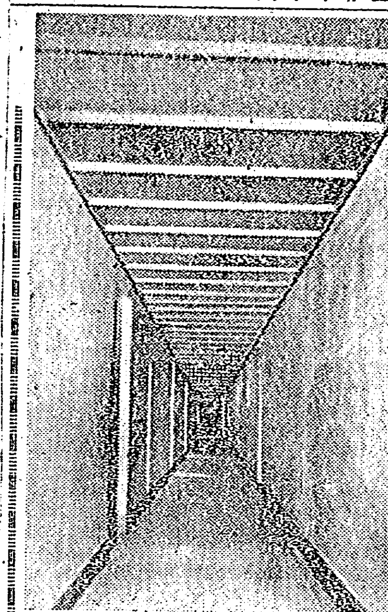
東京都神田區岩本町三番地
翻刻發行者　中等學校教科書株式會社
代表者　龜井寅雄

東京都牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者　大日本印刷株式會社
代表者　佐久間長吉郎

圖

一　平行ナ

和二十年十二月二十七日 (土)



一　直線・平面ノ位置關係

二ツノ平面ノ位置關係ハ，次

二平面ノ位置關係 { (一) (二)

直線ト平面ノ位置關係ハ，次

直線ト平面ノ位置關係 { (一) (二) (三)

二直線ノ位置關係トシテ，ソ

ナイ時ガアル。

二直線ヲ含ム平面ガアル時ハ，

(卽チ，平行ナ場合) トニ分ケラレ

イ時ニハ，ソレラハ交ハリモシナケレバ，平行デモナイ。随ッテ，二直線ノ位置關係ハ，次ノ三ツノ場合ニ分ケラレル。

二直線ノ位置關係
- (一)　交ハル場合
- (二)　平行ナ場合
- (三)　交ハリモシナイシ，又平行デモナイ場合

二直線ガ上ノ(三)ニ述ベタ位置ニアル時，ソレラハ捩レノ位置ニアルトイフ。

二直線ノ位置關係デ(二)ハ，二直線ガ同ジ平面ノ上ニアッテ，

目　錄

圖　法

昭和21年4月1日印刷　同日飜刻印刷
昭和21年4月5日發行　同日飜刻發行
[昭和21年4月5日 文部省檢査濟]

著作權所有　著作兼發行者　文部省

APPROVED BY MINISTRY OF EDUCATION (DATE Apr. 1, 1946)

東京都神田區岩本町三番地
飜刻發行者　中等學校教科書株式會社
代表者　龜井寅雄

東京都牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者　大日本印刷株式會社
代表者　佐久間長吉郎

圖　法

一　平行ナ直線・平面

一　直線・平面ノ位置關係

二ツノ平面ノ位置關係ハ，次ノ二ツノ場合ニ分ケラレル。

二平面ノ位置關係
- (一)　交ハル場合
- (二)　平行ナ場合

直線ト平面ノ位置關係ハ，次ノ三ツノ場合ニ分ケラレル。

直線ト平面ノ位置關係
- (一)　交ハル場合
- (二)　直線ガ平面ニ含マレル場合
- (三)　平行ナ場合

二直線ノ位置關係トシテ，ソノ二直線ヲ含ム平面ガアル時トナイ時ガアル。

二直線ヲ含ム平面ガアル時ハ，交ハル場合ト交ハラナイ場合(卽チ，平行ナ場合)トニ分ケラレル。又，二直線ヲ含ム平面ガナイ時ニハ，ソレラハ交ハリモシナケレバ，平行デモナイ。隨ツテ，二直線ノ位置關係ハ，次ノ三ツノ場合ニ分ケラレル。

二直線ノ位置關係
- (一)　交ハル場合
- (二)　平行ナ場合
- (三)　交ハリモシナイシ，又平行デモナイ場合

二直線ガ上ノ(三)ニ述ベタ位置ニアル時，ソレラハ捩レノ位置ニアルトイフ。

二直線ノ位置關係デ(二)ハ，二直線ガ同ジ平面ノ上ニアツテ，

且ツ，交ハラナイ場合デアル。故ニ，交ハラナイ二直線ノ位置關係ハ，(二)及ビ(三)ノ二ツノ場合ニ分ケラレル。即チ，交ハラナイ二直線ハ，平行ナ位置ニアルカ，捩レノ位置ニアルカノ何レカデアル。隨ツテ，二直線ガ平行デアルコトヲ主張スルニハ，ソノ二直線ガ同ジ平面ノ上ニアルコトト，ソレガ交ハラナイコトトノ二ツノコトガラヲ證明シナケレバナラナイ。

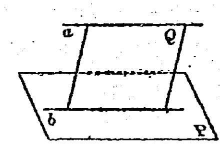
問一　直方體ノ稜デ，捩レノ位置ニアルノハドレカ。コレヲ圖ニ書イテ示セ。

二　平行ナ直線ト平面

平行線 a, b ガアル。b ヲ含ム平面 P ハ a ヲ含ムカ，a ニ平行デアル。

P ガ a ヲ含マナイ場合ニハ，P ハ a ニ平行デアル。コレヲ證明ショウ。

〔證〕 a, b ハ平行デアルカラ，同ジ平面ノ上ニアル。コノ平面ヲ Q トスル。P,Q ニ共通ナ點ハ b ノ上ニアル點ダケデアル。故ニ，a, P ニ共通ナ點ガアルトスレバ，ソレハ b ノ上ニナケレバナラナイ。即チ，ソノ點ハ a, b ニ共通ナ點トナル。然ルニ a, b ハ平行デアルカラ，a, b ニハ共通點ガナイ。故ニ a, P ニ共通ナ點ガナイ。隨ツテ，P ハ a ニ平行デアル。



上デ證明シタコトヲ，定理トシテマトメテ置ク。

定理　二ツノ平行線ガアル時，ソノ一方ダケヲ含ム平面ハ他ノ一方ニ平行デアル。

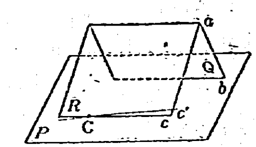
問一　直線 a ト平面 P ガ平行デアル。a ヲ含ンデ P ト交ハル

平面 Q ヲ作ルト，ソノ交線 b ハ a ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

問二　直線 a ト平面 P ガ平行デアル時，P 上ノ點 X ヲ通ツテ a ニ平行ナ直線 p ヲ引クト，p ハ P 上ニアル。コレヲ證明セヨ。a ト X トデ決定スル平面ヲ Q トシ，Q, P ノ交線ヲ作ツテ考ヘヨ。

直線 a ニ平行ナ二直線 b, c ハ平行デアル。コレヲ證明ショウ。

〔證〕 c 上ノ任意ノ點ヲ C トシ，C ト b トデ決定スル平面ヲ P トスル。又，a, b ノ決定スル平面ヲ Q トシ，a, c ノ決定スル平面ヲ R トスル。



先ヅ，b, c ガ同ジ平面ノ上ニアルコトヲ證明スル。a, b ハ平行デアルカラ，b ヲ含ム平面 P ハ a ニ平行デアル。今，P 上ノ點 C ヲ通ツテ a ニ平行ナ直線 c' ヲ引クト，c' ハ P 上ニアル。又，c, c' ハ共ニ一點 C ヲ通ツテ a ニ平行ナ直線デアルカラ，c, c' ハ一致スル。故ニ c ハ P 上ニアル。依ツテ，b, c ハ P ノ上ニアル。

次ニ，b, c ガ出合ハナイコトヲ證明スル。若シ b, c ガ交ハルトスルト，ソノ交點ハ Q ノ上ニモアリ，又，R ノ上ニモアルコトトナル。故ニ Q, R ノ交線 a ノ上ニアルコトトナル。隨ツテ，a, b, c ガ同ジ點デ出合フコトニナリ，不合理デアル。依ツテ，b, c ハ出合ハナイ。

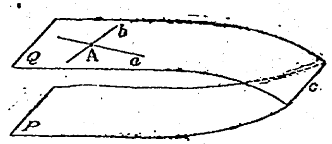
上デ證明シタコトヲ，定理トシテマトメテ置ク。

定理　同一直線ニ平行ナ二直線ハ平行デアル。

三　平行ナ平面

平面 P ト ソノ平面外ニ點 A ガアル。A ヲ通ツテ P ニ平行ナ二直線 a, b ヲ引キ，ソレラガ決定スル平面ヲ Q トスルト，Q ハ

P ニ平行デアル。コレヲ證明シヨウ。



〔證〕 平面 P, Q ガ交ハルトシ，ソノ交線ヲ c トスル。c ハ a, b ノドレニモ平行トナリ，随ツテ，a, b ハ一致スルコトトナル。コレハ不合理デアル。依ツテ，P, Q ハ平行デアル。

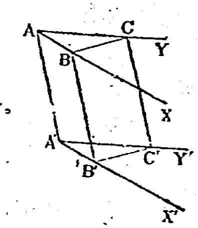
上デ證明シタコトヲ，定理トシテマトメテ置ク。

定理　交ハル二直線ノ各々ガ同一平面ニ平行デアルト，コノ二直線ヲ含ム平面モマタソノ平面ニ平行デアル。

問一　交ハル二直線ガソレゾレ他ノ交ハル二直線ニ平行ナ時，コレヲ含ム二ツノ平面モマタ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二ツノ角 XAY, X'A'Y' デ，AX, A'X'; AY, A'Y' ガソレゾレ同ジ方向デ且ツ平行デアルト，ソノ二ツノ角ノ大キサハ等シイ。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 AX, A'X' 上ニソレゾレ點 B, B' ヲ，AB=A'B' トナルヤウニ取リ，又，AY, A'Y' 上ニソレゾレ點 C, C' ヲ，AC=A'C' トナルヤウニ取ル。



$$AB=A'B' \quad 且ツ \quad AB \parallel A'B'$$

デアルカラ，四邊形 ABB'A' ハ平行四邊形トナル。

故ニ　$BB'=AA',\ BB' \parallel AA'$

上ト同様ニシテ　$CC'=AA',\ CC' \parallel AA'$

故ニ　$BB'=CC',\ BB' \parallel CC'$

随ツテ，四邊形 BB'C'C ハ平行四邊形トナリ，BC=B'C' トナル。

三角形 ABC, A'B'C' デ，三組ノ對應スル邊ガソレゾレ等シイカラ，

ソレラハ合同デアル。

故ニ　$\angle BAC=\angle B'A'C'$

上デ證明シタコトヲ，定理トシテマトメテ置ク。

定理　二ツノ角ノ邊ガソレゾレ同ジ方向デ，且ツ平行デアルト，ソノ二ツノ角ノ大キサハ等シイ。

一　二ツノ平行平面ガ第三ノ平面ト交ハル時，ソノ交線ハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二　三ツノ平面 P, Q, R ガ二ツヅツ交ハッテヰル。P, Q; Q, R; R, P ノ交線ヲソレゾレ a, b, c トスル。a, b, c ノ位置關係ニ就イテ，次ノコトヲ證明セヨ。

(一)　a ガ R ノ上ニアルト，a, b, c ハ一致スル。

(二)　a ガ R ニ平行デアルト，a, b, c ハ平行デアル。

(三)　a ガ R ニ交ハルト，a, b, c ハ一點デ交ハル。

三　平行ナ二直線ノ一ツヅツヲ含ム二平面ガ交ハルト，ソノ交線ハ元ノ平行線ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

四　交ハル二平面ノ各々ガ同ジ直線ニ平行デアルト，ソノ交線モマタソノ直線ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

五　空間ニアル四點ヲ A, B, C, D トスル。AB, BC, CD, DA ノ中點ヲソレゾレ P, Q, R, S トスルト，四邊形 PQRS ハ平行四邊形デアル。コレヲ證明セヨ。

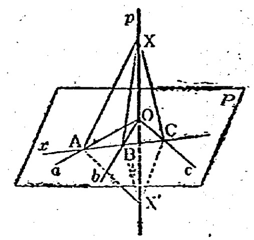
四點 A, B, C, D ガ同ジ平面ノ上ニナイ場合ニ，AB. BC, CD. DA デ作ル圖形ヲ捩レ四邊形　トイフ。

二　垂直ナ直線・平面

一　垂直ナ直線ト平面

平面ト交ハル直線ガ，ソノ交點ヲ通ツテコノ平面上デ引イタドノ直線ニモ垂直デアル時，コノ直線ヲ平面ノ　垂線　トイヒ，ソノ交點ヲ　垂線ノ足　トイフ。

平面Pニ交ハル直線 p ガアル。ソノ交點Oヲ通リ，P上デ引イタ二直線 a, b ガ，イヅレモ p ニ垂直デアルト，p ハPニ垂直デアル。コレヲ證明シヨウ。



〔證〕 P上デ,Oヲ通リ，a, b ト異ナル直線ヲ引キ，コレヲ c トスル。又，a, b, c ニ交ハル直線 x ヲ引キ，交點ヲソレゾレ A, B, C トスル。今，直線 p 上ニ二點 X, X′ ヲ取ツテ，XO=OX′ トナルヤウニスルト，p ハ a, b ニ垂直デ，XO=OX′ デアルカラ

$$\triangle AOX \equiv \triangle AOX', \qquad \triangle BOX \equiv \triangle BOX'$$

故ニ　　$AX = AX' \qquad BX = BX'$

三角形 ABX，ABX′ デ，三組ノ對應スル邊ノ長サガソレゾレ等シイカラ

$$\triangle ABX \equiv \triangle ABX' \quad 故ニ \quad \angle XBC = \angle X'BC$$

又，三角形 BCX，BCX′ デ，二組ノ對應スル邊ノ長サトソノ夾ム角トガソレゾレ等シイカラ

$$\triangle BCX \equiv \triangle BCX' \quad 故ニ \quad CX = CX'$$

三角形COX, COX′ デ，三組ノ對應スル邊ノ長サガソレゾレ等シイカラ

$$\triangle COX \equiv \triangle COX' \quad 故ニ \quad \angle COX = \angle COX'$$

$\angle COX + \angle COX' = 2\angle R$ デアルカラ　$\angle COX = \angle R$

随ツテ　　　$p \perp c$

上デ證明シタコトヲ，定理トシテマトメテ置ク。

定理　交ハル二直線ノ交點ニ於イテ，ソノ兩方ニ垂直ナ直線ヲ引クト，ソノ直線ハ元ノ二直線ヲ含ム平面ニ垂直デアル。

上ノ定理ニヨツテ，平面ニ垂線ノアルコトガ明確ニワカツタ。

問一　平行ナ二平面ノ一方ニ垂直ナ直線ハ，他ノ一方ニモ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

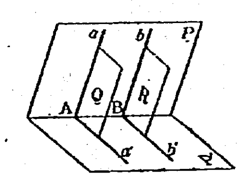
平行ナ平面ニ垂直ナ直線ヲ，ソレラノ　共通垂線　トイフ。

問二　一直線上ノ定點デ垂線ヲ作ルト，ソレラハスベテ同ジ平面ノ上ニアル。コレヲ證明セヨ。

問三　一直線ニ垂直ナ二平面ハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二　垂直ナ二平面

交ハル二平面ヲ P, P′ トスル。交線上ノ二點A, B デ，交線ニ垂直ナ平面Q, R ヲ作ル。P, P′ ガ Q ト交ハツテ出來ル直線ヲソレゾレ a, a' トシ，R ト交ハツテ出來ル直線ヲソレゾレ b, b' トスル。



明ラカニ Q, R ハ平行デアルカラ

$$a \parallel b, \qquad a' \parallel b'$$

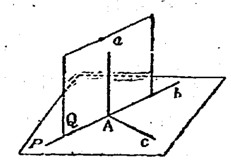
トナル。随ツテ，a, a' ノナス角ト b, b' ノナス角ガ等シイ。

上ノコトカラ，二平面ノ交線ニ垂直ナ平面ガ，ソノ二平面ト交ハツテ出來ル直線ノ作ル角ハ，一定デアルコトガワカル。

コノ一定ノ角ヲ　交ハル二平面ノナス角　トイフ。特ニ，二平面ノナス角ガ直角デアル時，ソノ二平面ハ　垂直デアル　トイフ。

直線 a ガ平面 P ニ垂直デアル時, a ヲ含ム平面 Q ハ P ニ垂直デアル。コレヲ證明ショウ。

〔證〕 a, P ノ交點ヲ A トシ, P, Q ノ交線ヲ b トスル。



A ヲ通リ P 上デ引イタ b ノ垂線ヲ c トスレバ, a, c ハイヅレモ b ニ垂直デアルカラ a, c ヲ含ム平面ハ b ニ垂直トナル。故ニ, 二平面 P, Q ノナス角ハ二直線 a, c ノナス角トナル。然ルニ, a ハ P ニ垂直デアルカラ, a ト P 上ノ直線 c トノナス角モ直角デアル。故ニ, P, Q ハ垂直デアル。

上デ證明シタコトヲ, 定理トシテマトメテ置ク。

定理 一平面ニ垂直ナ直線ヲ含ム平面ハ, ソノ平面ニ垂直デアル。

上ノ定理ニヨッテ, 平面ニ垂直ナ平面ノアルコトガ明確ニワカッタ。

垂直ナ平面ニ就イテ, 次ノ定理ガ成リ立ツ。

定理 (一) 垂直ナ二平面ノ交線上デ, ソノ交線ニ垂直ニ一方ノ平面上ニ引イタ直線ハ, 他ノ一方ノ平面ニ垂直デアル。

(二) 垂直ナ二平面ガアル時, 交線上ノ點ヲ通リ, 一方ノ平面ニ垂直ニ引イタ直線ハ, 他ノ一方ノ平面ニ含マレル。

問一 上ノ定理ヲ證明セヨ。

一 交ハル二平面ガ共ニ他ノ第三ノ平面ニ垂直デアルト, 二平面ノ交線モマタ第三ノ平面ニ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

二 三平面ガ互ニ垂直デアルト, ソレラノ交線モマタ互ニ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三 交ハル二直線ガソレゾレ交ハル二平面ニ垂直デアルト, ソノ二平面ノ交線ト二直線ヲ含ム平面トハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

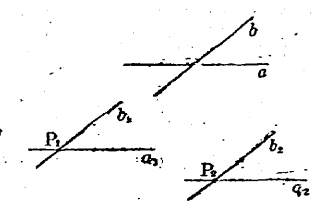
四 同ジ直線ニ垂直ナ直線ト平面トハ一般ニ平行デアル。又, 同ジ平面ニ垂直ナ直線ト平面トハ一般ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

五 同ジ直線ニ平行ナ平面ト垂直ナ平面トハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三 一般ノ位置ニアル直線・平面

一 捩レノ位置ニアル直線

捩レノ位置ニアル二直線ヲ a, b トスル。二點 P_1, P_2 ヲ取リ, P_1 ヲ通ッテ a, b ニ平行ナ直線ヲ引キ, ソレゾレ a_1, b_1 トシ, 又, P_2 ヲ通ッテ a, b ニ平行ナ直線ヲ引キ, ソレゾレ a_2, b_2 トスル。



明ラカニ, a_1, b_1 ノ作ル角ト, a_2, b_2 ノ作ル角トガ等シイ。隨ッテ, 捩レノ位置ニアル二直線ガアル時, 點 P ヲ通ッテソノ二直線ニ平行ナ直線ヲ引クト, ソノナス角ハ P ノ位置ニ關係ナク一定デアル。

上ノヤウニシテ定マル一定ノ角ヲ 二直線ノナス角 トイフ。特ニ, 二直線ノナ

ス角ガ直角デアル時，ソレラハ　垂直デアル　トイフ。

上ノヤウニ二直線ノナス角ヲ定メルト，直線ト平面トノ垂直關係ハ，次ノヤウニ述ベルコトガデキル。

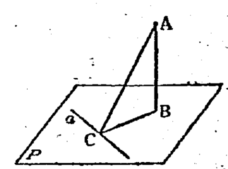
定理　直線ガ平面上ノ交ハル二直線ニ垂直デアルト，ソノ直線ト平面トハ垂直デアル。又，直線ガ平面ニ垂直デアルト，直線ハソノ平面上ニアルドノ直線ニモ垂直デアル。

問一　捩レノ位置ニアル二直線ニ平行ナ平面ハ無數ニ多ク，且ツ，ソレラハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

問二　捩レノ位置ニアル二直線ニ垂直ナ直線ハ無數ニ多ク，且ツ，ソレラハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二　三垂線ノ定理

平面 P ノ上ノ一ツノ直線ヲ a トスル。P 外ノ點 A カラ P ニ垂線ヲオロシテ，ソノ足ヲ B トシ，又，B カラ a ニ垂線ヲオロシテ，ソノ足ヲ C トスル。AC ハ a ニ垂直デアルコトヲ證明ショウ。



〔證〕　AB ハ P ヘオロシタ垂線デアルカラ

$AB \perp a$

又　$BC \perp a$

依ツテ，a ハ平面 ABC ニ垂直デアル。

故ニ　$AC \perp a$

上デ證明シタコトヲ，定理トシテマトメテ置ク。

定理　平面外ノ點カラコレヘ垂線ヲオロシ，ソノ足カラコノ平面上ニアル直線ニ垂線ヲオロスト，後者ノ垂線ノ足ト始メノ點トヲ結ブ直線ハ，平面上ノ直線ニ垂直デアル。

上ノ定理ヲ　三垂線ノ定理　トイフ。

上ノ定理ノ逆モ成リ立ツ。卽チ，

定理　平面外ノ點カラコノ平面及ビ平面上ノ直線ヘ垂線ヲオロスト，ソノ二ツノ垂線ノ足ヲ結ブ直線ハ，平面上ノ直線ニ垂直デアル。

問一　上ノ定理ヲ證明セヨ。

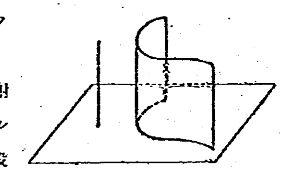
問二　一點カラ交ハル二平面ノ各々ニ垂線ヲオロシ，ソレラノ足カラ二平面ノ交線ニ垂線ヲオロスト，ソレラハ二平面ノ交線上デ出會フ。コレヲ證明セヨ。

問三　投影圖デ，同ジ點ノ平面圖ト立面圖トヲ結ブ直線ハ基線ニ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三　正射影

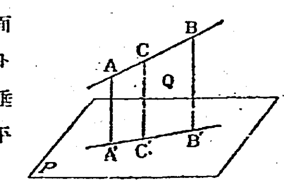
一點カラ一平面ヘオロシタ垂線ノ足ヲ，ソノ點ノ平面上ニ投ズル正射影　トイフ。

又，或ル圖形上ノ點ノ一平面上ニ投ズル正射影ガ作ル圖形ヲ，ソノ圖形ノ平面上ニ投ズル正射影　トイフ。又，正射影ヲ作ル平面ヲ　投影面　トイフ。



直線ガ投影面ニ垂直デアル場合ニ，正射影ハ明ラカニ點デアル。然シ，垂直デナイ場合ニハ，正射影ハ直線デアル。コレヲ證明ショウ。

〔證〕　直線 AB 上ノ二點 A, B ノ平面 P 上ニ投ズル正射影ヲソレゾレ A′, B′ トスル。二直線 AA′, BB′ ハ共ニ P ニ垂直デアルカラ平行デアル。隨ツテ同ジ平面上ニアル。ソノ平面ヲ Q トスル。

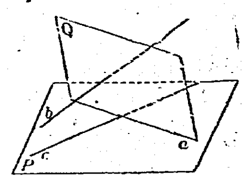


今，AB 上ノ任意ノ點ヲ C トスル。C カラ P ヘオロシタ垂線ノ足ヲ C' トスルト，AA', CC' ハ平行デアリ，又，AA' 及ビ C ハ Q ノ上ニアルカラ，CC' モ Q ノ上ニアル。故ニ，C' ハ Q ノ上ノ點デアル。隨ツテ，C' ハ P, Q ノ交線 $A'B'$ 上ノ點デアル。依ツテ，C ノ正射影ハ $A'B'$ 上ニアル。

逆ニ，直線 $A'B'$ 上ノ任意ノ點ヲ C' トスル。C' デ P ニ立テタ垂線ヲ c トスルト，P, Q ハ垂直デアルカラ，c ハ Q ノ上ニアル。二直線 AA', c ハ平行デ，AA' ガ AB ト A デ交ハツテヰルカラ，c モマタ AB ト交ハル。ソノ交點ヲ C トスルト，C' ハ C ノ正射影デアル。

故ニ $A'B'$ ハ AB ノ平面 P 上ニ投ズル正射影デアル。

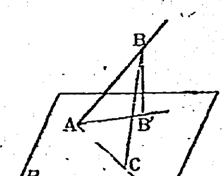
問一　交ハル平面ヲ P, Q トシ，ソノ交線ヲ a トスル。Q ニ垂直ナ直線 b ノ P 上ニ投ズル正射影ヲ c トスルト，a, c ハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。



四　交ハル直線ト平面

平面 P トソレニ交ハル直線 AB ガアル。ソノ交點ヲ A トシ，點 B ノ P 上ニ投ズル正射影ヲ B' トスル。

A ヲ一端トスル直線 AB ノ部分(コレヲ A ヲ一端トスル半直線 AB トイフ) ト，P 上デ A ヲ一端トスル半直線トデ作ル角ノウチ，半直線 AB ノ正射影 AB' トデ作ル角ガ最モ小サイ。コレヲ證明シヨウ。



〔證〕　A ヲ一端トシ，P 上デ引イタ半直線ヲ AC トスル。ソノ上ニ點 C ヲ取リ，$AB'=AC$ トスル。明ラカニ $BB'<BC$ デアル。

三角形 ABB', ABC ハ，角 BAB', BAC ヲ夾ム二邊ノ長サガソレゾレ等シク，對邊ノ長サガ等シクナイカラ，邊ノ長イ方ニ對スル角ノ方ガ大キイ。隨ツテ

$$\angle BAB' < \angle BAC$$

直線ト平面トガ交ハル時，ソノ直線トソノ平面上ヘノ正射影トノナス角ヲ，直線ト平面トノナス角　トイフ。

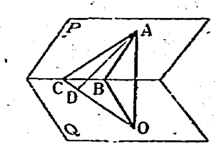
問一　直線 AB ト平面 P ガアル。AB ノ P 上ニ投ズル正射影ヲ $A'B'$ トシ，AB ト P トノナス角ヲ α トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$A'B' = AB\cos\alpha$$

問二　直線 p ト平面 P ガ交ハル時，P ノ垂線ヲ p' トスルト，p, P ノナス角ト p, p' ノナス角トノ和ハ直角デアル。コレヲ證明セヨ。

五　交ハル二平面

交ハル二平面ノ一方ノ上ニアル直線ガ他ノ平面トナス角ノウチ，ソノ交線ニ垂直ナモノガ最モ大キイ。コレヲ證明シヨウ。



〔證〕　交ハル二平面ヲ P, Q トシ，P 上ノ點 A カラ交線ニオロシタ垂線ノ足ヲ B，斜線ノ足ヲ C トスル。又，A カラ Q ニオロシタ垂線ノ足ヲ O トスル。明ラカニ，直線 AB, AC ノ Q 上ニ投ズル正射影ハソレゾレ OB, OC デアル。

AO ハ Q ニ垂直デ，AB ハ BC ニ垂直デアルカラ，OB ハ BC ニ垂直デアル。依ツテ $OB<OC$ トナル。

今，OC 上ニ點 D ヲ取リ，$OD=OB$ トナルヤウニスル。直角三角形 AOB ト AOD ハ，直角ヲ夾ム二邊ガソレゾレ等シイカラ合同トナル。

故ニ

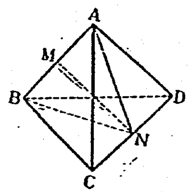
$$\angle ABO = \angle ADO$$

又，明ラカニ　　$\angle ADO > \angle ACO$

隨ツテ　　$\angle ABO > \angle ACO$

前頁ノ圖デ，角 ABO ハ明ラカニ二平面 P, Q ノナス角デアル。

問一　交ハル二平面ヲP, Qトシ，P, Q ニ垂直ナ直線ヲソレゾレp, qトスル。P, Q ノナス角ト p, q ノナス角トノ關係ヲ調ベヨ。



一　正四面體ノ向カヒ合ツテヰル稜ノ中點ヲ結ブ直線ハ，ソノ二ツノ稜ニ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

二　正四面體ノ向カヒ合ツテヰル稜ハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三　捩レ位置ニアル二直線ヲ p, p' トシ，p 上ノ二點 A,B カラ p' ニオロシタ垂線ノ足ヲソレゾレ A', B' トスル。p, p' ノナス角ヲ α トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$A'B' = AB\cos\alpha$$

四　捩レノ位置ニアル二ツノ直線ノドチラニモ直角ニ交ハル直線ガアル。又，ソノヤウナ直線ハ唯一ツニ限ル。コレヲ證明セヨ。

捩レノ位置ニアル二直線ニ平行ナ平面ヲ作リ，ソノ上ヘ二直線ノ正射影ヲ作ツテ考ヘヨ。

五　三角形 ABC ト平面 P ガアル。三角形 ABC ノ P 上ニ投ズル正射影ヲ A'B'C' トシ，平面 ABC ト P トノナス角ヲ α トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。次ノ圖ヲ參考ニシテコレヲ證明セヨ。

中等數學

四

第二類

文部省

(中) ¥.25

(71)