ニシテ，P′ ノ運動ヲ式ニ書キ表セ。

問四，問五デ調ベタ P′ ノ運動ヲ　單振動　トイフ。

問六　次ノ式ハ單振動ヲ表スモノトミラレルカ。但シ，t ハ時間(秒)ヲ，y ハ距離(糎)ヲ表スモノトスル。

(一)　$y=3\sin\left(\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$　　(二)　$y=2\sin\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{3}\right)$

(三)　$y=5\cos\left(\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$　　(四)　$y=4\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{4}\right)$

問七　單振動ハ；次ノヤウナ形ノ式デ表スコトガデキル。コレヲ說明セヨ。但シ，r, α, β ハ定數トスル。

$$y=r\sin(\alpha t+\beta)$$

上ノ式デ，r ヲ單振動ノ　振幅　トイフ。

一　間一ノ圖ニ示シタヤウナ構造ノ　カム　デ，P ニ次ノ式デ表サレル單振動ヲサセヨウト思フ。(單位ハ秒，粍)

$$y=25\sin\frac{3}{4}\pi t$$

圓板ノ中心ト圓板ノ回轉ノ中心トノ距離ヲ何程ニスレバヨイカ。又，圓板ヲ每分何回ノ割合デ回轉サセレバヨイカ。

二　單振動ヲスル點ノ速サハ，ドコデ最モ速イカ。又，ドコデ最モ遲イカ。單振動ヲ示ス圖表ニ就イテ調ベヨ。

三　次ノ各式ヲ $y=a\sin(\alpha t+\beta)$ ノ形ニ改メヨ。但シ，α, β ハ正ノ角トスル。

(一)　$y=3\cos\pi t$　　(二)　$y=3\sin(-\pi t)$

中等數學

三

第二類

文部省

(後) ¥ .70

(71)

中等數學

三

第二類

昭和21年4月18日印刷 同日翻刻印刷
昭和21年4月22日發行 同日翻刻發行

〔後〕
定價 70 錢

〔昭和21年4月22日 文部省檢査濟〕

著作權所有

APPROVED BY MINISTRY OF EDUCATION (DATE Apr. 18, 1946)

著作兼發行者 文部省

東京都神田區岩本町三番地
翻刻發行者 中等學校教科書株式會社
代表者 龜井寅雄

東京都牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者 大日本印刷株式會社
代表者 佐久間長吉郎

發行所 中等學校教科書株式會社

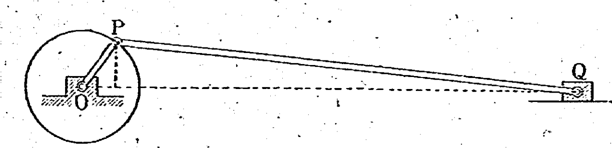
教科書番號 71ノ三

(三) $y=5\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t+\dfrac{\pi}{2}\right)$ (四) $y=5\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t-\dfrac{\pi}{2}\right)$

四 次ノ圖ハ，或ル機械ノ一部ヲ示シタモノデ

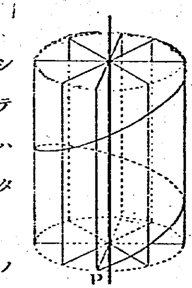
$$OP=4\,cm \quad PQ=40\,cm$$

デアル。P ガ毎秒 π ノ等角速度デ回轉スルト，Q ハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ式ニ書キ表セ。



Q ハ大體單振動ヲシテヰルトミラレル。Q ノ運動ヲ，圖表ニ書イテ調ベヨ。

三 運動ノ合成



直圓筒ガソノ軸ノ周リヲ等角速度デ回轉シテヰル。又，點 P ハソノ一ツノ母線ニ沿ッテ等速度運動ヲスルモノトスル。コノ時，P ハ軸ニ對シテ回轉運動ト直線運動トヲ合ハセタ運動ヲスル。

コノヤウニ，二ツノ運動ヲ合ハセタモノヲ，二ツノ運動ノ合成運動トイフ。

問一 直圓筒ノ半徑ヲ 3 糎トシ，ソノ回轉ノ速サヲ毎分五回ノ割合トスル。又，P ノ速サヲ毎分 30 糎ノ割合トスル。

點 P ハドノヤウナ曲線ニ沿ッテ運動ヲスルカ。ソノ曲線ヲ投

影圖ニ書キ表セ。

上デ書イタ曲線ハ蔓卷線デアル。母線ガ一回轉スル間ニ, 點 P ガ母線上ヲ進ンダ距離ヲ, 蔓卷線ノ　進ミ　トイフ。

進行中ノ列車ノ中ヲ歩ク人ハ, 地面ニ對シテ列車ノ運動ト歩行運動トノ合成運動ヲスル。

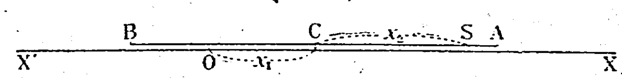
問二　毎秒 12 米ノ速サデ進行シテヰル列車内デ, 毎秒 1 米ノ速サデ歩イテヰル人ガアル。コノ人ガ列車ノ進行方向ニ 30 秒進ンデカラ, 直チニ引キ返シテ元ノ所マデ戻ツタトスル。コノ人ハ地面ニ對シテドノヤウナ運動ヲシタコトニナルカ。コレヲ圖表ニ示セ。

直線 XOX′ 上デ直線 AB ガ單振動ヲシテヰテ, AB ノ中點 C ノ運動ハ, 次ノ式デ表サレルモノトスル。

$$x_1=4\sin\frac{\pi}{6}t$$

又, 點 S ハ AB 上デ單振動ヲシテヰテ, ソノ運動ハ次ノ式デ表サレルモノトスル。但シ, 座標ノ原點ヲ C トスル。

$$x_2=4\cos\frac{\pi}{6}t$$



上ノ式デ, 距離ハ糎, 角度ハ弧度, 時間ハ秒ヲ單位ニシテアル。今後モ, 特ニ斷ラナイ限リ, 單位ハ「糎, 弧度, 秒」トスル。

問三　C ノ XX′ ニ對スル運動ヲ示ス圖表ト, S ノ AB ニ對スル運動ヲ示ス圖表トヲ書ケ。

次ニ, S ノ XX′ ニ對スル運動ヲ示ス圖表ヲ書ケ。

問四　前問デ合成シテ出來タ S ノ運動ハドンナ振動デアルカ。コレヲ圖表ニ就イテ調ベヨ。

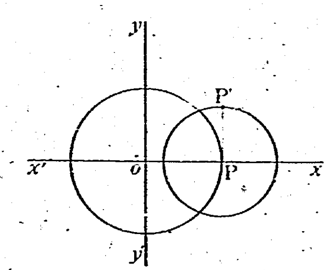
單振動ト推定サレルナラバ, ソノ運動ヲ示ス式ヲ書ケ。又, ソノ式ノ圖表ヲ書キ, 前問デ書イタモノト比ベヨ。

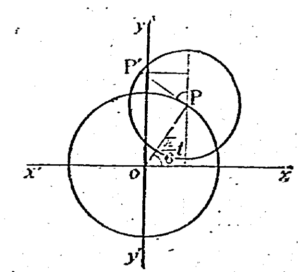
問五　次ノ二ツノ單振動ヲ合成シ, コレヲ圖表ニ示セ。

$$x_1=4\sin\frac{\pi}{6}t,\qquad x_2=3\cos\frac{\pi}{6}t$$

問六　前問ノ合成運動ハ單振動デアルカ。コレヲ圖表ニ就イテ調ベヨ。

問四, 問六デ推定シタコトハ, 基ニナル圓運動ノ合成ニヨッテモ確カメルコトガデキル。ココデハ, 問五ノ二ツノ單振動ニ就イテ考ヘヨウ。





直交軸 xox', yoy' ノ原點ヲ中心トシ, 半徑 4 糎ノ圓 O ヲ書キ, ソノ周上ヲ毎秒 $\frac{\pi}{6}$ ノ等角速度デ回轉スル點 P ヲ考ヘ,

又，別ニ半徑3糎ノ圓O′ト，ソノ周上ヲPト同ジ角速度デ回轉スル點P′トヲ考ヘル。中心O′ヲPニ重ネテ圓Oノ周上ヲ回轉サセルト，P′ハ二ツノ圓運動ノ合成運動ヲスル。

問七 前頁ノ左ノ圖ハ，時間ノ測リ初メニ於ケルP, P′ノ位置ヲ示シタモノデアル。コレカラt秒後ニ於ケルP′ノy座標ハ，次ノ式デ表サレル。前頁ノ右ノ圖ヲ參考ニシテ，コレヲ證明セヨ。

$$y=4\sin\frac{\pi}{6}t+3\cos\frac{\pi}{6}t$$

問八 前頁ノ圖デ，PノOニ對スル角速度ト，P′ノO′ニ對スル角速度トガ等シイカラ，角OPP′ノ大キサ及ビOP′ノ長サハ一定デアル。コレヲ證明セヨ。

今ワカツタコトカラ，t秒後ニ於ケルP′ノy座標ハ，前問デ書イタノト異ナツタ形ノ式ニ書キ表スコトガデキル。ソノ式ヲ書キ，問六デ推定シタコトヲ確カメヨ。

問九 前問ト同樣ニシテ問四デ推定シタコトヲ確カメヨ。

二ツノ單振動ノ周期ガ等シクナイト，ソノ合成運動ハドウナルカ。コレヲ調べヨウ。

問十 次ノ二ツノ單振動ヲ合成スルト，ドノヤウナ運動ニナルカ。コレヲ圖表ニ示セ。

合成運動ハ單振動デアルカ。コレヲ圖表ニ就イテ調べヨ。

$$x_1=2\sin\pi t,\qquad x_2=2\cos 2\pi t$$

一　地面ニ垂直ナ柱ヲ軸ニシテ一樣ナ速サデ回轉スル圓板ノ上デ，中心ニ向カツテ一樣ナ速サデ歩ク人ガアル。コノ人ハ地面ニ對シテドノヤウナ運動ヲシタコトニナルカ。コノ合成運動ヲ圖表ニ示セ。

二　次ノ二ツノ單振動ヲ合成シ，振幅ト周期トヲ求メヨ。又，合成運動ヲ振幅ト角速度トヲ用ヒテ式ニ書キ表セ。

(一)　$x_1=2\sin\pi t,\qquad x_2=3\sin\left(\pi t+\dfrac{\pi}{2}\right)$

(二)　$x_1=3\sin\left(\dfrac{\pi}{3}t+\dfrac{\pi}{4}\right),\qquad x_2=4\sin\left(\dfrac{\pi}{3}t-\dfrac{\pi}{4}\right)$

三　次ノ二ツノ單振動ヲ合成シ，コレヲ圖表ニ示セ。

$$x_1=\sin\pi t,\qquad x_2=\cos\frac{\pi}{3}t$$

四　αガドノヤウナ角デモ，次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$$

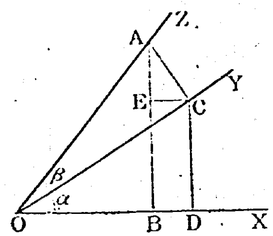
四　加法定理

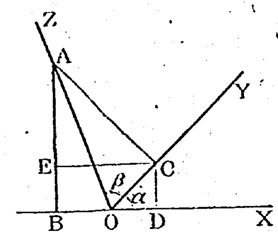
前節デ，次ノ關係ノアルコトガワカツタ。

$$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\alpha+\cos\alpha)$$

一般ニ，$\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$ハ，α, βノ三角函數デドノヤウニ表サレルカヲ調べヨウ。

先ヅ，α, βガ共ニ鋭角ノ場合ニ就イテ考ヘヨウ。直線OX, OY, OZヲ引キ，$\angle XOY=\alpha$, $\angle YOZ=\beta$トスル。





OZ 上ニ A ヲ取リ，OA ヲ 1 ニ等シクシテ，A カラ OX, OY ニ垂線 AB, AC ヲ引クト，AB, AC, OC ノ長サハソレゾレ $\sin(\alpha+\beta)$, $\sin\beta$, $\cos\beta$ ノ値ヲ表ス。

問一　上ノ左ノ圖ヲ參考ニシテ，$\alpha+\beta$ ガ鋭角ノ場合ニ，$\sin(\alpha+\beta)$ ヲ α, β ノ三角函數デ書キ表セ。

又，$\alpha+\beta$ ガ鈍角ノ場合ニ就イテモ考ヘヨ。

問二　$\cos(\alpha+\beta)$ ヲ α, β ノ三角函數デ書キ表セ。

二ツノ角ノ和 $\alpha+\beta$ ノ正弦及ビ餘弦ハ，α, β ノ三角函數デ，次ノヤウニ書キ表スコトガデキル。

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

コレヲ正弦・餘弦ノ　加法定理　トイフ。

α ガ鋭角デ，β ガ鈍角デアルト，$\alpha+\beta$ ハ $\alpha+\beta'+\frac{\pi}{2}$ (β'ハ鋭角) トオクコトガデキル。次ノ二ツノ式ノ値ガ等シケレバ，コノ場合ニモ正弦ノ加法定理ガ成リ立ツコトニナル。

$$\sin\left(\alpha+\beta'+\frac{\pi}{2}\right),\quad \sin\alpha\cos\left(\beta'+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\alpha\sin\left(\beta'+\frac{\pi}{2}\right)$$

問三　前ノ兩式ガ等シイコトヲ證明セヨ。

問四　餘弦ノ加法定理モ，α ガ鋭角デ，β ガ鈍角ノ場合ニ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

問五　正弦及ビ餘弦ノ加法定理ハ，α, β ガ共ニ鈍角ノ場合ニモ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

問二，問三，問四ノ手順ヲ繰リ返スト，加法定理ハ α, β ガ正・負ノドノヤウナ角デモ成リ立ツコトガ證明デキル。

加法定理デ，β ヲ $-\beta$ ニオキカヘルト

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

ガ得ラレル。

コレヲ正弦・餘弦ノ　減法定理　トイフコトガアル。

一　正弦及ビ餘弦ノ加法定理ハ，α, β ガ共ニ負ノ角デ，$-\frac{\pi}{2}$ ヨリ大キイ場合ニモ成リ立ツ。コレヲ確カメヨ。

二　二ツノ角ノ和 $\alpha+\beta$ 及ビ差 $\alpha-\beta$ ノ正接ハ，α, β ノ正接デ，次ノヤウニ書キ表スコトガアル。コレヲ證明セヨ。

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta},\quad \tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta},$$

三　次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

(一)　$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

(二)　$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

四　次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

(一) $$\begin{cases}\sin x+\sin y= \ \ 2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}\\ \sin x-\sin y= \ \ 2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}\end{cases}$$

(二) $$\begin{cases}\cos x+\cos y= \ \ 2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}\\ \cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}\end{cases}$$

五　次ノ各式ヲ $y=a\sin(x+\alpha)$ ノ形ニ書キ改メヨ。

(一)　$y=\sin x-\cos x$　　(二)　$y=3\sin x+4\cos x$

(三)　$y=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)-3\cos x$

六　同ジ周期ノ二ツノ單振動ヲ合成スルト，元ト同ジ周期ノ單振動ニナル。コレヲ式ノ上カラ證明セヨ。

五　種々ノ問題

一　直線 $y=\dfrac{2}{3}x-2$ ト x 軸トノ作ル角ヲ θ トスルト，x ノ係數ハ θ ノ正接ノ値ニ等シイ。

一般ニ，直線 $y=ax+b$ ニ就イテモ，同樣ノコトガイヘルカドウカヲ調ベヨ。

二　直圓柱ノ上ニ螺旋線ガ書イテアル。直圓柱ヲ一ツノ母線ニ沿ツテ切リ開キ，コレヲ一平面上ニ展開スルト，螺旋線ハドノヤウナ線ニナルカ。

三　直圓柱ノ上ニ螺旋線ガ書イテアル，コノ螺旋線ヲ直圓柱ノ軸ニ平行ナ平面へ投影スルト，一ツノ曲線ガ出來ル，座標軸

ヲ適當ニ選ンデ，コノ曲線ノ式ヲ書ケ。

四　半徑2糎ノ圓周上ノ點 P ガ毎秒 π ノ等角速度デ回轉シテヰル。コノ圓ノ中心ガ毎秒2糎ノ速サデ直線運動ヲスルト，P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ示セ。

又，P ノ運動ヲ式ニ書キ表セ。

五　次ノ函數ヲ α ノ三角函數デ書キ表セ。

(一)　$\sin 3\alpha$　　(二)　$\cos 3\alpha$

三角形ノ解法

一　三角形ノ解法（一）

甲船ハ 18 ノットノ速サ（海面ニ對シテ）デ 北 30° 西 ノ方向ニ航行シテキル。乙船ハ甲船ニ連絡ヲトルタメ，デキルダケ早ク追ヒツキタイト思フ。現在，甲ハ乙ノ東方 3 浬ノ所ニアル。

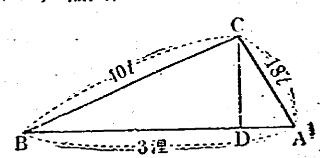
問一　乙ガ 40 ノットノ速サデ進ムモノトシテ，乙ハドノ方向ニ航行スレバヨイカ。コレヲ作圖ニヨツテ求メヨ。

問二　前問デ，乙ハ追ヒツクマデニ何程ノ距離ヲ航行シナケレバナラナイカ。又，コレニ要スル時間ハ凡ソ何程カ。コレヲ前問デ書イタ圖ニヨツテ求メヨ。

問三　高サ 400 米ノ山ノ頂デ，東方ニアル甲驛ト東南方ニアル乙驛トノ俯角ヲ測ツタラ，ソレゾレ 35°，15° デアツタ。コノ兩驛ノ距離ヲ作圖ニヨツテ求メヨ。

問一，問三ノヤウニ，實測シタ長サヤ角ヲ圖ニ移シ，未知ノ長サヤ角ノ大キサヲ圖上デ求メル方法ヲ　縮圖法　トイフ。

未知ノ長サヤ角ヲ求メル方法ニハ，縮圖法ノホカニ，計算ニヨツテ一層精密ナ値ヲ求メル仕方ガアル。



問四　問一デ，甲，乙兩船ノ位置ヲ A, B トシ，追ヒツ

イタ地點ノ位置ヲ C トスル。前頁ノ圖ハソレラノ位置關係ヲ示シタモノデ，D ハ C カラ AB ニオロシタ垂線ノ足デアル。CD ヲ角 A ノ正弦ヲ用ヒテ書キ表セ。又，角 B ノ正弦ヲ用ヒテ書キ表セ。

上デ作ツタ二ツノ式ヲ用ヒテ，角 B ノ正弦ノ値ヲ計算スル式ヲ作レ。次ニ，コレヲ用ヒテ角 B ノ正弦ノ値ヲ計算シ，更ニ，數表ヲ用ヒテ角 B ノ大キサヲ求メヨ。

今求メタ角 B ノ大キサヲ，問一デ求メタモノト比ベヨ。

計算尺ノ内尺ヲ裏返スト S 尺ガアル。コレヲ插入シテ，ソノ端ヲ D 尺ノ端ト一致サセル。S 尺デ角ノ度數ヲ讀ンデ，ソレニ一致スル D 尺ノ目盛ヲ讀ムト，ソノ角ノ正弦ノ値ノ 10 倍ガ求メラレルヤウニナツテキル。

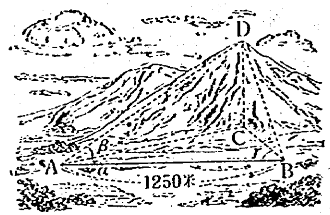
逆ニ，計算尺ヲ使ツテ，正弦ノ値カラソノ角ノ大キサヲ求メルコトモデキル。

問五　計算尺ヲ使ツテ，問四ノ角 B ノ大キサヲ求メヨ。

一　船ニ乘ツテ，8 ノットノ速サデ 北 20° 東 ノ方向ニ 40 浬離レタ島ニ向カツテ直進ショウト思フ。コノ附近デハ 北 60° 東

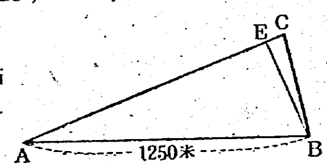
ノ方向ニ1ノットノ速サデ流レテヰル潮流ノアルコトガワカッテヰル。船ノ針路ヲドノ方向ニ向ケレバヨイカ。コレヲ作圖ニヨッテ求メヨ。

二　AB ハ長サ 1250 米ノ基線デアル。A 地點デ B ト山ノ頂 D トヲ觀測シテ，ソノ間ノ水平角 α 及ビ D ノ仰角 β ヲ測リ；又，B 地點デ A ト D トヲ觀測シテ，ソノ間ノ水平角 γ ヲ測ッタラ，ソレゾレ次ノヤウデアッタ。コノ山ノ高サヲ縮圖法デ求メヨ。



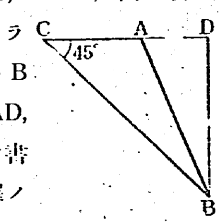
$\alpha=20°$,　　$\beta=28°$,　　$\gamma=83°$

三　前問デ，山ノ頂 D ノ眞下ニ當ル地點ヲ C トスル。A 地點ト山ノ頂トノ水平距離 AC ヲ計算デ求メヨ。



又，計算尺ヲ使ッテコノ距離ヲ求メヨ。

四　問三デ，甲驛ト乙驛トノ位置ヲ A, B トシ，山ノ頂ノ眞下ニ當ル地點ヲ C トスル。右ノ圖ハソレラノ地點ノ位置關係ヲ示シタモノデ，D ハ B カラ AC ニオロシタ垂線ノ足デアル。AD, BD ノ長サヲ，角 C ノ三角函數ヲ用ヒテ書キ表セ。次ニ，コレヲ用ヒテ甲，乙兩驛ノ水平距離ヲ計算デ求メヨ。



二　三角形ノ解法（二）

三角形ノ幾ツカノ邊ノ長サト角ノ大キサトガワカッテヰル時，ソレカラ殘リノ邊ノ長サヤ角ノ大キサヲ求メルコトヲ　三角形ヲ解クトイフ。

前節デ考ヘタ問題ハ，總ベテ三角形ノ解法ノ問題ニ歸着サセルコトガデキル。ココデ，計算ニヨッテ三角形ヲ解ク方法ヲマトメテオカウ。

三角形デハ，次ニ擧ゲタヤウナ邊ヤ角ガ定マレバ，ソノ形ト大キサガ定マル。

（一）　二角ト一邊　（二）　二邊ト夾角　（三）　三邊

ココデ，上ノ三ツノ場合ニ就イテ，ソノ解法ヲ調ベヨウ。

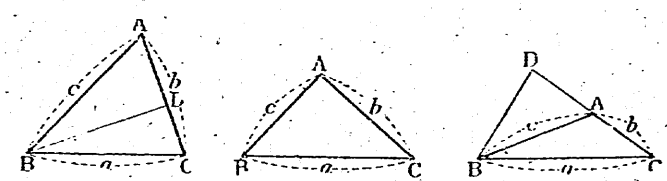
尚，今後ハ三角形ノ三ツノ角ノ大キサヲ A, B, C デ表シ，ソレニ對スル邊ノ長サヲソレゾレ a, b, c デ表スコトニスル。

問一　三角形 ABC デ，角ト邊トガ次ノヤウデアル時，コノ三角形ヲ解ケ。

（一）　A＝64°,　B＝72°,　c＝25 cm

（二）　A＝105°,　B＝33°,　c＝25 cm

問二　三角形 ABC デ，A, B, c カラ C, a, b ヲ求メル式ヲ作レ。



問三　三角形 ABC デ，角ト邊トガ次ノヤウデアル時，コノ三角形ヲ解ケ。

(一)　$a=35\,cm,\quad b=25\,cm,\quad C=31°$

(二)　$a=25\,cm,\quad b=15\,cm,\quad C=105°$

問四　三角形 ABC デ，a, b, C カラ c ヲ求メル式ヲ作レ。又，A, B ヲ求メル式ヲ作レ。

三角形 ABC デ，次ノ等式ガ成リ立ツ。

(一)　$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

(二)　$$\begin{cases} a^2=b^2+c^2-2bc\cos A \\ b^2=c^2+a^2-2ca\cos B \\ c^2=a^2+b^2-2ab\cos C \end{cases}$$

上ニ書イタ(一)ヲ三角形ノ　正弦定理　トイヒ，(二)ヲ　餘弦定理　トイフ。

問五　三角形 ABC デ，三邊ノ長サガ次ノヤウデアル時，コノ三角形ヲ解ケ。

$$a=62\,cm,\quad b=41\,cm,\quad c=55\,cm$$

一　小山ノ麓デ，ソノ頂ノ仰角ヲ測ツタラ 23°30′ デアツタ。ソコカラ 12°24′ ノ傾斜ノ坂ヲ頂ニ向カツテ 156 米登リ，再ビ頂ノ仰角ヲ測ツタラ 30°59′ デアツタ。コノ小山ノ麓カラノ高サハ何程カ。

二　汽船ガ港ヲ出テカラ 21 ノットノ速サデ東ニ向カツテ航行シ，1 時間 20 分後ニ針路ヲ　南 68°30′ 東　ニ變ヘタ。ソレカラ 3 時間タツタ時ニ，コノ船ハ港カラドレクラヰ離レタ所ニ居ルカ。

又，ソノ時ニ船ハ港カラドノ方向ニ居ルカ。

三　一點ニ二ツノ力ガ働イテヰル。ソノ大キサヲ a, b トシ，ソノ方向ガ作ル角ヲ θ トスルト，合力ノ大キサハ何程カ。コレヲ式ニ書キ表セ。

四　三角形 ABC ノ外接圓ノ半徑ヲ R トスルト，$\dfrac{a}{\sin A}$ ハ 2R ニ等シイ。コレヲ證明セヨ。

又，前述ノコトカラ正弦定理ヲ證明セヨ。

五　三角形 ABC デ，邊ト角トガ次ノヤウデアル時，コノ三角形ノ外接圓ノ直徑ヲ求メヨ。

(一)　$a=7.56\,cm,\quad A=130°20′$

(二)　$a=48\,cm,\quad B=65°,\quad C=78°$

六　三角形 ABC デ，次ノ關係式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$a=b\cos C+c\cos B$$

七　三角形ノ面積ヲ，二邊トソノ夾角トデ表ス式ヲ作レ。

八　三角形ノ三邊ノ長サガ次ノヤウデアルト，ソノ三角形ハ銳角三角形デアルカ。或ハ鈍角三角形デアルカ。餘弦定理ヲ用ヒテ調ベヨ。

(一)　$4\,cm,\quad 5\,cm,\quad 7\,cm$

(二)　$5\,cm,\quad 12\,cm,\quad 13\,cm$

(三)　$15\,cm,\quad 16\,cm,\quad 18\,cm$

九　三角形 ABC デ，邊ト角トガ次ノヤウデアル時，コノ三角形ヲ解ケ。

(一)　$c=125.3\,m$,　$A=70°19'$,　$B=30°10'$

(二)　$b=42.8\,m$,　$A=130°12'$,　$C=20°42'$

(三)　$a=872\,m$,　$b=1035\,m$,　$C=65°12'$

(四)　$a=12.5\,cm$,　$b=8.3\,cm$,　$c=7.7\,cm$

三　三角形ノ面積

三角形 ABC ノ面積ヲ M トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$M=\frac{1}{2}ab\sin C$$

$$=\frac{1}{2}bc\sin A$$

$$=\frac{1}{2}ca\sin B$$

コレハ三角形ノ二邊トソノ夾角トガワカツテヰル時，ソノ面積ヲ求メルノニ用ヒラレル式デアル。コノホカノ場合ニ就イテ考ヘヨウ。

問一　三角形 ABC デ，邊ト角トガ次ノヤウデアル。

$a=32$,　$B=48°$,　$C=73°$

邊 AB ノ長サヲ求メル式ヲ書ケ。次ニ，コレヲ用ヒテ三角形 ABC ノ面積ヲ求メヨ。

又，邊 AC ノ長サヲ求メテカラ，コノ三角形ノ面積ヲ求メテミヨ。

問二　三角形ノ面積ヲ，ソノ二角ト一邊トヲ用ヒテ計算スル式ヲ作レ。

次ニ，三角形ノ三邊ノ長サガワカツテヰル時，ソノ面積ヲ求メル方法ヲ考ヘヨウ。

餘弦定理ヲ用ヒレバ，三角形ノ三邊ノ長サカラ角ノ餘弦ノ値ガ求メラレル。餘弦ノ値ガワカレバ，ソノ角ノ正弦ノ値ガ計算デ求メラレル。

問三　三角形ノ三邊ガ 5 糎, 6 糎, 8 糎デアル時，上ニ述ベタ順序ニ從ツテ，一ツノ角ノ正弦ノ値ヲ計算セヨ。

次ニ，コノ三角形ノ面積ヲ計算セヨ。

問四　三角形 ABC デ，次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ確カメヨ。

$$\sin^2 A=\frac{(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)}{4b^2c^2}$$

問五　三角形 ABC ノ三邊ノ長サノ和ヲ $2s$ トオクト，ソノ面積 M ハ，次ノ式デ書キ表サレル。コレヲ證明セヨ。

$$M=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

一　三角形 ABC デ，次ノ邊ヤ角ガワカツテヰル時，コノ三角形ノ面積ヲ求メヨ。

(一)　$a=34.5$,　$b=28.3$,　$C=57°36'$

(二)　$a=24.8$,　$B=59°10'$,　$C=82°30'$

(三)　$a=32.7$,　$A=30°15'$,　$B=115°20$

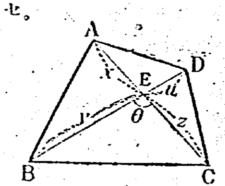
(四)　$a=147.6$,　$b=203.9$,　$c=86.7$

二　三角形ノ土地ガアル。コノ三邊ノ長サヲ步測シテ, 125米, 78米, 96米ヲ得タ。コノ土地ノ面積ヲ, 計算尺ヲ使ッテ計算セヨ。

三　三角形 ABC ノ面積ヲ M, 内接圓ノ半徑ヲ r, 三邊ノ長サノ和ヲ $2s$ トスルト, 次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$M=sr$$

次ニ, 内接圓ノ半徑ヲ a, b, c デ書キ表セ。



四　四邊形 ABCD ノ對角線ノ交點ヲ E トシ, ソノ交角ヲ θ トスル。

$AE=x$, $BE=y$, $CE=z$, $DE=u$

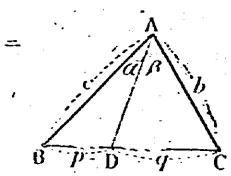
トシテ, 四邊形 ABCD ノ面積ヲ書キ表セ。

次ニ, 今求メタ式ヲ基ニシテ, 四邊形ノ面積ヲ二ツノ對角線ノ長サトソノ交角トデ書キ表セ。

五　三邊ガ 4.2 粍, 5.3 粍, 7.9 粍ノ三角形ガアル。コノ三角形ノ三ツノ高サヲ求メヨ。

四　三角函數ノ圖形ヘノ應用

三角函數ハ, 周期運動ヤ測量ナドニ限ラズ, 圖形ノ性質ヲ調ベル場合ニモ用ヒラレル。



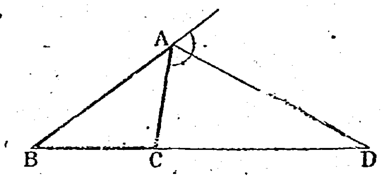
問一　三角形 ABC ノ底邊 BC ノ上ニ點 D ヲ取ッテ

$BD=p$,　$DC=q$

$\angle BAD=\alpha$,　$\angle DAC=\beta$

トスル。p ト q トノ比ヲ, b, c, α, β デ書キ表セ。

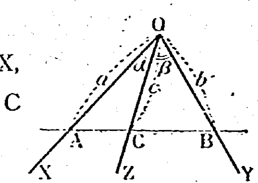
問二　前問デ, $\alpha=\beta$ トスルト, 上ノ關係式ハドウナルカ。ソノ結果ハ, 三角形ノドノヤウナ性質ヲ示スカ。



問三　三角形 ABC デ, 角 A ノ外角ノ二等分線ガ BC ト交ハル點ヲ D トスル。BD, CD, AB, AC ノ間ニ, ドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書キ表セ。

問四　問二, 問三ノ結果ヲマトメテ述ベヨ。

一　問四デマトメタコトノ逆ヲ述ベヨ。次ニ, ソレガ成リ立ツカドウカヲ調ベヨ。



二　右ノ圖デ, $\angle XOZ=\alpha$, $\angle ZOY=\beta$ トスル。又, 一直線ガ OX, OY, OZ ト交ハル點ヲソレゾレ A, B, C トシ,

$OA=a$,　$OB=b$,　$OC=c$

トスル。三ツノ三角形 AOC, COB, AOB ノ面積ノ間ニ, ドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書キ表セ。

コノ關係式カラ, c ヲ a, b, α, β デ書キ表シタ式ヲ導ケ。

三　前問デ, α, β ガ共ニ $60°$ ノ場合ニハ, c, a, b ノ間ニアル關係ハドウナルカ。コレヲ式ニ書キ表セ。

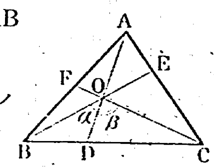
四 三ツノ數 a, b, c ノ間ニ次ノ關係ガアル時, a, b, c ノウチノ二ツヲ知ツテ, 殘リノ一ツヲ讀ミ取ルコトノデキル計算圖ヲ作レ。前問ノ結果ヲ參考ニシテ考ヘヨ。

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{c}$$

又, 次ノヤウナ關係ニアル三ツノ數ニ就イテハドウカ。

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$$

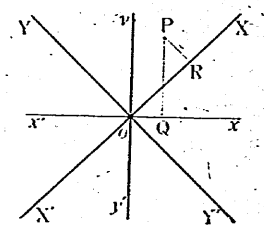
五 三角形 ABC ノ邊 BC, CA, AB ノ上ニソレゾレ點 D, E, F ガアツテ, AD, BE, CF ガ一點 O ニ集ルト, 次ノ關係式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。



$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}\cdot\frac{AF}{FB}=1$$

六 直交軸 xox', yoy' ガアル。コレヲ原點ノ周リニ 45° 回轉シテ出來ル新シイ直交軸ヲ XoX', YoY' トスル。

點Pノ初メノ軸ニ關スル座標ヲ (x,y) トシ, 新シイ軸ニ關スル座標ヲ (X, Y) トスルト, ソレラノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

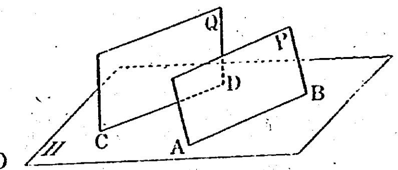


五 種々ノ問題

一 汽船ガ眞東ニアル地點ニ向カツテ航行ショウトシテ, 16ノットノ速サデ出帆シタ。ソレカラ3時間後ニ針路ガ南ヘ5°ダケ誤ツテキタコトニ氣ヅイタ。直チニ針路ヲ變ヘテ1時間後ニ

豫定ノ航路ニ達ショウト思フ。針路ヲドノ方向ニ向ケレバヨイカ。計算ニヨツテ定メヨ。

二 飛行機ノ高度ヲ測ラウトシテ, 右ノ圖ニ示シタヤウナ裝置ヲ工夫シタ。



二ツノ矩形ノ板 P, Q ヲ用意シ, ソノ一邊 AB, CD ガ水平ナ板 H ノ上デ平行ニナルヤウニ固定スル。AB, CD ヲ軸トシテ P, Q ヲ回轉シ, 飛行機ガ P, Q ノ延長上ニ同時ニ來ルヤウニスル。

飛行機ノ高度ヲ知ルニハ, ドノ長サトドノ角ノ大キサトヲ測レバヨイカ。

又, コノ裝置ヲ用ヒテ觀測シ, 高度ヲ求メルニハドウスルカ。コレヲ式ニ書キ表セ。

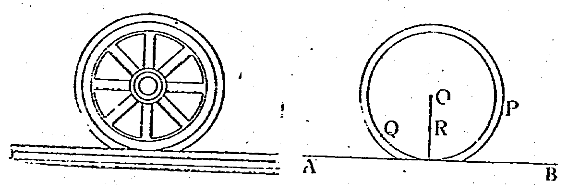
三 梯形ガアツテ, ソノ兩底ハ 7.3 糎, 12.6 糎デ, 他ノ二邊ハ 6.8 糎, 4.2 糎デアル。コノ面積ヲ求メヨ。

四 正弦定理ト四十一頁六ノ結果トヲ用ヒテ, 正弦ノ加法定理ヲ導ケ。

軌　跡

一　點ノ運動

列車ガ走ツテヰル時，ソノ車輪ノ上ノ點ハドノヤウナ運動ヲスルカヲ調ベヨウ。



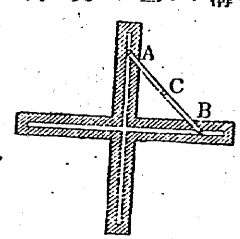
問一　列車ガ走ツテヰル時，次ノ各點ハドノヤウナ線ノ上ヲ動クカ。コレヲ圖ニ示セ。

（一）　車輪ノ外輪ノ周上ノ點 P

（二）　車輪ノ内輪ノ周上ノ點 Q

（三）　車輪ノ輻ノ上ニアル點 R

問二　右ノ圖ハ，棒ノ兩端 A, B ガ直角ニ交ハル二ツノ溝ニ沿ツテ滑ルヤウニナツテヰル裝置ヲ示シタモノデアル。

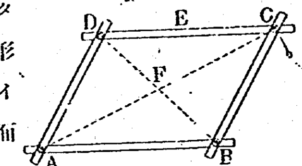


A, B ヲ溝ニ沿ツテ動カス時，ソノ中點 C ハドノヤウナ線ニ沿ツテ動クカ。

棒ノ長サヲ 3 糎トシテ，コノ線ヲ書ケ。

今書イタ線ハ何カ。又，ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

問三　四本ノ棒ガ右ノ圖ニ示シタヤウニ連絡サレテヰテ，平行四邊形ヲ作ツテヰル。コレヲ平面上ニ置イテ，邊 AB ヲ固定シ，他ノ邊ヲ平面上デ動カシテ平行四邊形ヲイロイロニ變ヘルト，邊 CD ノ中點 E ハドノヤウナ線ニ沿ツテ動クカ。



又，對角線ノ交點 F ハドウカ。

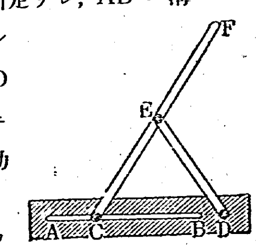
問一，問二，問三ノヤウニ，點ガ或ル條件ニ從ツテ動ク時，ソノ點ノ書ク圖形ヲ，コノ條件ニ從フ點ノ軌跡（キセキ）トイフ。

問四　三角形ノ三頂點カラ等距離ニアル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

一　ゴム絲ノ一端ヲ固定シ，他端ヲ引ツ張リナガラ一ツノ圓周上ヲ動カスト，ゴム絲ノ中點ハドノヤウナ線ニ沿ツテ動クカ。ソノ線ヲ書ケ。

今書イタ線ハ何カ。又，ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

二　右ノ圖ニ示シタ裝置デ，D ハ固定サレ，AB ハ溝ニナツテヰテ，C ハコレニ沿ツテ往復デキルヤウニナツテヰル。又，CE, EF, ED ノ長サハ總ベテ等シイ。F ヲ下ノ方ニ押スト，F ハドノヤウナ道ヲ通ツテ動クカ。ソノ線ヲ書ケ。

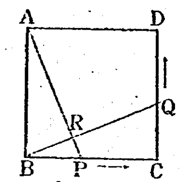


今書イタ線ハ何カ。又，ソノ理由ヲ

明ラカニセヨ。

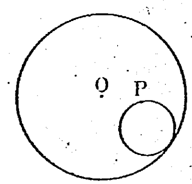
三　圓周ハ點ガ或ル條件ニ從ッテ動ク時ニ出來ル軌跡ト考ヘラレル。ソノ條件ヲ擧ゲヨ。

四　正方形 ABCD ガアル。點 P ハ B ヲ出發シテ邊 BC 上ヲ動キ，點 Q ハコレト同時ニ C ヲ出發シテ邊 CD 上ヲ P ト同ジ速サデ動クモノトスル。直線 AP, BQ ノ交點 R ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。ソレヲ圖ニ示セ。



今書イタ線ハ何カ。又，ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

五　圓 O ガアル。ソノ直徑ノ $\frac{1}{3}$ ヲ直徑トスル小圓ガ，圓 O ノ内部ニアッテ，コレニ接シナガラ滑ラナイヤウニ轉ガル時，小圓ノ周上ノ點 P ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。ソレヲ圖ニ示セ。



六　正三角形ガ一ツノ直線ニ沿ッテ滑ラナイヤウニ回轉スル時，コノ三角形ノ頂點ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。ソレヲ圖ニ示セ。

二　軌　跡（一）

直線 AB ヲ弦トシテ角 α ヲ含ム弓形ノ弧 ACB ガアル。點 P ガコノ弧ノ上ヲ動クト，ソレニツレテ三角形 APB ノ内心 Q モ動ク。内心 Q ノ軌跡ヲ求メヨウ。

問一　α ヲ 60° トシテ，Q ノ軌跡ヲ圖ニ示セ。

問二　前問ノ軌跡ハ圓弧デアル。コレヲ證明セヨ。

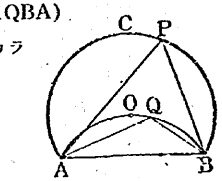
問二ノ證明ハ，次ノヤウニ書クトヨイ。

（解）弧 ACB ノ上ニ任意ノ一點 P ヲ取リ，三角形 APB ノ内心ヲ Q トスル。三角形 AQB デ

$$\angle AQB = 180^\circ - (\angle QAB + \angle QBA)$$

又，三角形 APB デ，Q ハソノ内心デアルカラ

$$\angle QAB + \angle QBA = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$$
$$= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle APB)$$



$\angle APB = 60^\circ$ デアルカラ

$\frac{1}{2}(180^\circ - \angle APB) = 60^\circ$　故ニ　$\angle AQB = 120^\circ$

ソレ故，Q ハ常ニ AB ヲ弦トシテ，120° ノ角ヲ含ム弓形ノ弧 AOB ノ上ニアル。尚，P ガ弧 ACB ノ上ヲ A カラ B マデ動クニツレテ，Q ハ弧 AOB ノ上ヲ A カラ B マデ動ク。

故ニ，Q ノ軌跡ハ，AB ヲ弦トシテ，120° ノ角ヲ含ム弓形ノ弧 AOB デアル。

問三　問一デ，弓形 ACB ノ角ヲ α トスルト，Q ノ軌跡ハドウナルカヲ調ベヨ。

問四　點 A ト直線 l ガアル。A ト l 上ノ點 B トヲ結ブ直線 AB ヲ 2:3 ニ内分スル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

問五　二點 A, B ト直線 l ガアル。A, B ト l 上ノ點 C ヲ結ンデ出來ル三角形ノ重心ノ軌跡ヲ求メヨ。

一　圓 O ト直線 l ガアル。l ニ平行ナ圓 O ノ弦ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ。

二　交ハル二直線 AOB, COD ガアル。コノ二直線ニ接スル

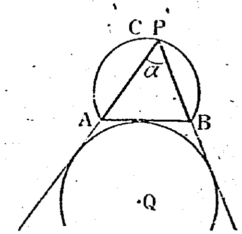
圓ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ。

三　圓Oガアル。ソノ周上ノ點Aヲ通ル弦ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ。

Aガ圓Oノ內部ニアルト，軌跡ハドウナルカ。又，外部ニアルトドウカ。

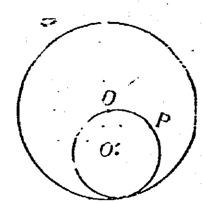
四　點Pガ定マツタ圓弧ACBノ上ヲ動ク時，APノ延長上ニQヲ取ツテPQ＝BPニスルト，Qノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。又，QヲAP上デ前ト反對方向ニ取ルトドウカ。

五　ABヲ弦トシテ角αヲ含ム弓形ノ弧ACBガアル。點Pガコノ弧ノ上ヲ動クト，三角形APBノ邊ABト二邊PA, PBノ延長トニ接スル圓ノ中心Qノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。

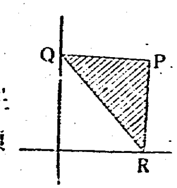


コノ軌跡ハ，問三デ求メタモノトドノヤウナ關係ニアルカ。コレヲ調ベヨ。

六　圓Oガアル。ソノ半徑ニ等シイ直徑ヲモツ小圓O′ガ，圓Oノ內部ニアツテ，コレニ接シナガラ滑ラナイヤウニ轉ガル時，小圓O′ノ周上ノ點Pノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。



七　直角二等邊三角形ノ板PQRガアル。コノ斜邊ノ兩端Q, Rヲ直交スル二直線ノ上ニアルヤウニシテ板ヲ滑ラセルト，直角ノ頂點Pノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。



八　前問デ，直角二等邊三角形ノ板ノ代リニ，一ツノ角ガ60°デアル直角三角形ノ板ヲ用ヒルト，軌跡ハドウナルカ。

三　軌跡（二）

平面M上ニ二點A, Bガアツテ，ソノ距離ハ6糎デアル。M上ニアツテ，次ノ條件ニ適スル點Pノ軌跡ハ，ドノヤウナ圖形ニナルカ。コレヲ調ベヨウ。

$$AP^2+BP^2=100\ cm^2$$

問一　APノ長サヲキメルト，ソレニ應ジテBPノ長サガキマル。BPノ長サヲ作圖ニヨツテ求メル方法ヲ考ヘヨ。

問二　前問ノ方法デAP, BPノ長サヲ求メ，條件ニ適スル種種ノ三角形APBヲ書イテミヨ。點Pノ軌跡ハドノヤウナ線ト推定サレルカ。

問二デワカツタコトハ，種々ノ方法デ證明スルコトガデキル。ココデハ，座標軸ヲ設ケテ，軌跡ノ上ニアル點ノ座標ノ間ニアル關係ヲ示ス式ヲ作リ，コレニヨツテ證明シヨウ。

問三　座標軸トシテドノヤウナ直線ヲ選ブノガ適當デアルカ。次ニ，今選ンダ座標軸ニ就イテA, Bノ座標ヲ言ヘ。

問四　前問デキメタ座標軸ヲ用ヒテ，軌跡ノ上ニアル點Pノ座標x, yノ間ノ關係ヲ式ニ書キ表セ。

コノ式ニヨツテ，問二デ推定シタコトガ正シイコトヲ證明セヨ。

問五　問三デキメタ以外ノ座標軸ヲ選ビ，前問ト同樣ノ方法

デ問二デ推定シタコトガ正シイコトヲ證明セヨ。

問四，問五デ作ツタ式ノヤウニ，軌跡ノ上ニアル點ノ座標ノ關係ヲ表シタモノヲ軌跡ヲ表ス式 トイフ。

座標軸トシテ適當ナ直線ヲ選バナイト，軌跡ヲ表ス式ガ複雜ニナツタリ，軌跡ガドノヤウナ線デアルカヲ判定スルノガ困難ニナツタリスル。隨ツテ，軌跡ヲ表ス式ヲ求メルニハ，座標軸ノ選擇ニ留意スルガヨイ。

問六 平面 M 上ニ二點 A, B ガアツテ，ソノ距離ハ 6 糎デアル。M上ニアツテ，次ノ條件ニ適スル點 P ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。

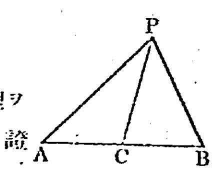
$$AP:BP=2:1$$

先ヅ，多クノ點ヲ取ツテ軌跡ヲ推定シ，次ニ，軌跡ヲ表ス式ヲ作ツテ考ヘヨ。

問四，問六デ ソカツタコトハ，圖形ノ性質ヲ用ヒテモ證明スルコトガデキル。

問七 三角形 APB ノ二邊 AP, BP 及ビ中線 CP ノ長サノ間ニ次ノ關係ガアル。

$$AP^2+BP^2=2(CP^2+AC^2)$$



二ツノ三角形 ACP, BCP ニ餘弦定理ヲ適用シテ AP^2, BP^2 ヲ求メ，上ノ等式ヲ證明セヨ。

問八 前問ノ結果ヲ用ヒテ，問二デ推定シタコトガ正シイコトヲ證明セヨ。

トヲ證明セヨ。

問九 四十五頁問四デマトメタ內角及ビ外角ノ二等分線ノ性質ヲ用ヒテ，問六ノ軌跡ノ證明ヲセヨ。

問十 問四，問六デ，P ガ平面 M 上ニアルト限定シナケレバ，軌跡ハソレゾレドノヤウナ圖形ニナルカ。

軌跡ガ特殊ナ圖形デアルト推定サレタ場合ニハ，上ノヤウニ圖形ノ性質ヲ用ヒタリ，或ハ式ヲ用ヒタリナドシテ，ソノ推定ガ正シイコトヲ證明スルガヨイ。コノヤウニスレバ，軌跡ノ性質ヲ明確ニ知ルコトガデキ，又，軌跡ヲ正シク簡單ニ書クコトガデキル。

一 平面 M 上ニ二點 A, B ガアツテ，ソノ距離ハ 6 糎デアル。M 上ニアツテ，次ノ條件ニ適スル點 P ノ軌跡ハ，ドノヤウナ圖形ニナルカ。

$$AP^2-BP^2=12\,cm^2$$

二 二點 (a, b), (a', b') ノ距離ハ，$\sqrt{(a-a')^2+(b-b')^2}$ ト書キ表スコトガデキル。コレヲ證明セヨ。

三 點 (a, b) ヲ中心トスル半徑 r ノ圓周上ノ點ノ座標ノ間ニ次ノ關係ガアル。コレヲ證明セヨ。

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

上ノ等式ヲ 圓ノ式 トイフ。

四 次ノ等式ハ圓ノ式ト考ヘラレル。各圓ノ中心ト半徑トヲ

求メヨ。

又，各圓ト座標軸トノ位置關係ヲ示ス略圖ヲ書ケ。

（一）　$x^2+y^2-2x=0,\qquad x^2+y^2+2x=0$

（二）　$x^2+y^2-2y=0,\qquad x^2+y^2+2y=0$

（三）　$x^2+y^2+2x+2y+1=0$

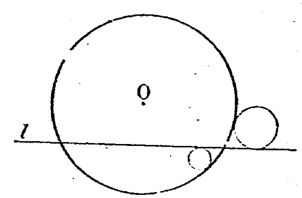
五　三角形 ABC ガアッテ，BC ヲ x 軸ニ取リ，BC ノ垂直二等分線ヲ y 軸ニ取ルト，各頂點ノ座標ハ次ノ通リデアル。

$$A(1,\ 3),\qquad B(-2,\ 0),\qquad C(2,\ 0)$$

次ノ條件ニ適スル點 P ノ軌跡ヲ求メヨ。又，コノ軌跡ヲ圖ニ示セ。

$$AP^2+BP^2+CP^2=15$$

六　圓 O トソレニ交ハル直線 l ガアル。コノ圓ト直線トニ同時ニ接スル圓ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ。

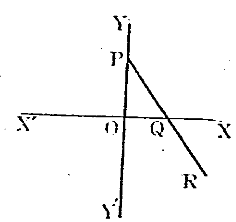


七　點 A ト直線 l ガアッテ，ソノ距離ハ 2 糎デアル。A ト l トカラ等距離ニアル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

八　直線 PQR ガアッテ，

$$PQ=QR=2\ cm$$

デアル。P, Q ガソレゾレ直交スル直線 YOY′, XOX′ 上ヲ動ク時，點 R ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。



九　次ノ各式デ，t ノ値ヲイロイロニ變ヘルト，ソレニ應ジテ x, y ノ値ガ定マル。各組ノ値ヲソレゾレ x 座標，y 座標トスル點ハドノヤウナ線ノ上ニアルカ。但シ，a, b ハ定マッタ數デアル。

（一）　$x=a\cos t,\qquad y=a\sin t$

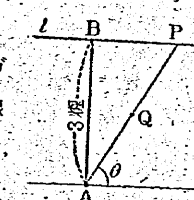
（二）　$x=a\cos t,\qquad y=b\sin t$

（三）　$x=\dfrac{a}{\cos t},\qquad y=b\tan t$

（四）　$x=\dfrac{2t^2}{1+t^2},\qquad y=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

十　點 A ト直線 l ガアッテ，ソノ距離ハ 3 糎デアル。P ヲ l 上ノ點トシ，Q ヲ AP 上ニ取ッテ，

AP·AQ$=6\ cm^2$ トナルヤウニスル。P ガ l 上ヲ動クト，Q ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。右ノ圖ニ示シタ角 θ ヲ用ヒテ，Q ノ座標ヲ書キ表セ。



十一　正方形 ABCD ガアル。BC, CD 上ニソレゾレ點 P, Q ヲ取リ，BP : CQ＝2 : 1 トスル。直線 AP, BQ ノ交點 R ノ軌跡ヲ求メヨ。

十二　半徑十糎ノ地球儀ガアル。北極ヲ中心トシテ球面ニ沿ッタ距離ガ 5 糎デアル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

四　軌跡ト作圖

船 P カラ燈臺 A, B, C ノ方位ヲ測ッテ，次ノ結果ヲ得タ。

$$\angle APB=20^\circ,\qquad \angle BPC=35^\circ$$

地圖上デ，A, B, C ノ位置ガワカッテヰル。

問一　地圖上デ，次ノ條件ニ適スル點 P ハドノヤウナ範圍ニ

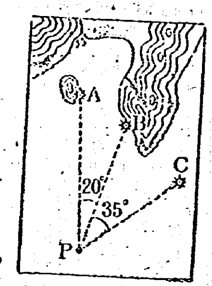
アルカ。

$$\angle APB=20^\circ$$

又，次ノ條件ニ適スル點ハドツカ。

$$\angle BPC=35^\circ$$

次ニ，船Pノ位置ヲ，地圖上デ定メル方法ヲ考ヘヨ。



問二　圓Oト直線lガアル。l上ニ點Pヲ求メテ，Pカラ圓Oニ引イタ接線ノ長サヲ3糎ニセヨ。

一　直徑ガ4糎ト8糎ノ二ツノ圓ガアッテ，ソノ中心距離ハ7糎デアル。コノ兩圓ニ接スル直徑6糎ノ圓ヲ書ケ。

二　二點A, Bト直線lガアル。l上ニ點Pヲ求メテ，$\angle APB=30^\circ$ニショウト思フ。Pノ位置ヲドノヤウニシテ定メレバヨイカ。

三　角XOYノ内部ニ點Aガアル。Aヲ通ッテ直線PAQヲ引キ，OX, OYト交ハル點ヲソレゾレP, Qトスル時，PA=AQトナルヤウニセヨ。

四　三角形ABCノ内部ニ點Pヲ取ッテ，三ツノ三角形PAB, PBC, PCAガ等積トナルヤウニセヨ。

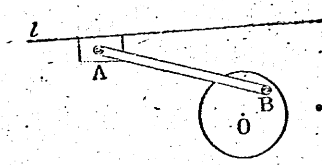
五　平面X上ニ二點A, Bガアッテ，ABノ長サヲ2糎トスル。平面X上デ，AP, BPノ差ガ1.5糎トナルヤウナ點Pノ軌跡ハドノヤウナ曲線デアルカ。コレヲ作圖スル方法ヲ工夫セヨ。

又，ソノ曲線ヲ式ニ書キ表セ。

上ノ軌跡ニ現レタ曲線ヲ用ヒテ，平面上ノ點ノ位置ヲ定メル方法ヲ工夫セヨ。

六　四面體ノ總ベテノ頂點ハ一ツノ球面上ニアルトイヘル。コノ球面ノ中心ノ定メ方ヲ考ヘヨ。又，ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

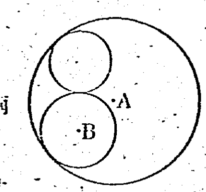
五　種々ノ問題



一　右ノ圖ニ示シタノハ，印刷機ナドニ用ヒラレル機構デ，Aハ直線lニ沿ッテ左右ニ滑ルヤウニナッテヰル。車ヲ一様ノ速サデ回轉サセルト，Aハドノヤウナ運動ヲスルカ。

二　角AOBハ直角デアル。P, QハソレゾレOA, OB上ヲ次ノ條件ニ從ッテ動クモノトスル時，PQノ中點Rノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。

$$OP+OQ=10$$



三　圓Aノ内部ニ小圓Bガアル。コノ兩圓ニ接スル圓ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ。

四　直線OAガアル。初メOAニ重ナッテヰタ直線ガOヲ中心トシテ回轉シ，又，ソノ直線上ヲ點Pガ運動スル。直線ガθダケ回轉シタ時，$OP=\sin\theta$デアルトスルト，Pノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。コレヲ圖ニ示セ。

又，ソノ線ヲ表ス式ヲ書ケ。

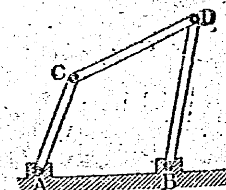
五　圓Oト二定點A, Bガアル。圓Oノ直徑PQヲ引イテ，

AP=BQ トナルヤウニセヨ。

六 平行ナ二直線 a, b ガアル。a ヲ含ム平面 M ト，b ヲ含ム平面 N トガ，ソレゾレ a, b ヲ軸トシテ，イツモ直交シナガラ回轉スルモノトスレバ，ソノ交線ハドノヤウナ面ノ上ヲ動クカ。

七 二平面 M, N カラ等距離ニアル點ハドンナヤウナ範圍ニアルカ。

八 棒 AC, CD, DB ヲ，右ノ圖ニ示シタヤウニ連結シ，AC, BD ヲソレゾレ A, B ノ周リニ回轉デキルヤウニシタトスル。C ガ A ノ周リヲ回轉スル時，D ガ中心角 60° ノ弧ノ上ヲ往復運動スルヤウニ作ルニハ，BD, CD ノ長サヲドノヤウニ定メレバヨイカ。ソノ方法ヲ考ヘヨ。

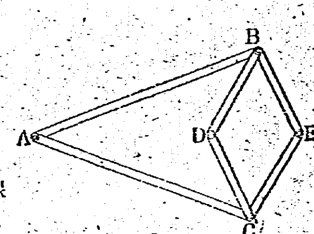


九 右ノ圖デ，

$AB=AC=p$

$BD=DC=CE=EB=q$

デアル。A ヲ固定シテ D ヲ一直線 l 上デ動カス時，E ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。先ヅ，A, D, E ハ一直線上ニアルコトヲ證明セヨ。



十 座標ガ次ノ不等式ニ適スルヤウナ點 (x, y) ハ，ドノヤウナ範圍ニアルカ。

(一) $y>x^2-4x$　　(二) $y>x^2-4x$, $y<2x-7$

(三) $x^2+y^2<25$