

五 指數定理

正ノ數ノ累乗ノ指數ニ關スル計算規則ヲ調べコウ。

問一 m, n ノ正ノ整數トスルト、次ノ等式ガ成リ立ツ。コノ理由ヲ明ラカニセヨ。

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}, \quad (ab)^n = a^n b^n$$

コレヲ 指數定理 トイフ。

前節デ調べタコトカラ、 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ガ擴張サレタ指數ニ就イデモ成リ立ツコトハ明ラカデアアル。

問二 m, n ガ分數デアツテモ、 $(a^m)^n = a^{mn}$ ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

問三 m, n ガ分數デアツテモ、 $(ab)^n = a^n b^n$ ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

上ノヤツナ手順ヲ繰リ返スト、指數定理ハ擴張サレタ指數ニ就イテモ、ソノママ成リ立ツコトガ證明サレル。隨ツテ、指數ニ關スル計算規則ハ、指數ガ正ノ整數ノ場合ト同ジデアアルコトガワカル。

a ガ正ノ數デアツテ、二數 x, y ノ間ニ $y = a^x$ ノ關係ガアル時、 x ヲ a ノ底トスル y ノ對數 トイヒ、コレヲ $\log_a y$ ト書キ表ス。特ニ、10 ノ底トスル對數ヲ常用對數 トイヒ、 $\log y$ ト書キ表ス。

ワレワレノ用ヒル數ハ十進法デ表サレテキルカラ、數ノ乗除

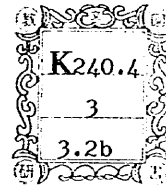
國立教育研究所

教育圖書館蔵書

中等數學

三

第二類



文部省

(中) ¥ .25

(71)

中等數學

三
第二類

昭和21年4月18日印刷 同日翻刻印刷
昭和21年4月22日發行 同日翻刻發行

【中】
定價 25錢

〔昭和21年4月22日 文部省検査済〕

著作権所有

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(DATE Apr. 18, 1946)

著者
發行者

文 部 省

翻刻者
發行

東京都神田區岩本町三番地
中等學校教科書株式會社
代表者 龜井寅雄

印刷者

東京都牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
大日本印刷株式會社
代表者 佐久間長吉郎

發行所 中等學校教科書株式會社

教科書番號 71ノ三

六	計算圖	15
七	種々ノ問題	17

周 期 運 動

一	圓運動ト三角函數	19
二	單振動	23
三	運動ノ合成	27
四	加法定理	31
五	種々ノ問題	34

三 角 形 ノ 解 法

一	三角形ノ解法〔一〕	36
二	三角形ノ解法〔二〕	39
三	三角形ノ面積	42
四	三角函數ノ圖形へノ應用	44
五	種々ノ問題	46

軌 跡

一	點ノ運動	48
二	軌跡〔一〕	50
三	軌跡〔二〕	53
四	軌跡ト作圖	57
五	種々ノ問題	59

計算ヲ行ナフタメニハ常用對數ガ最モ都合ガヨイ。

問四 M, N ガ正ノ數デアル時, 次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N, \quad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

一 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(一) (a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}})^6 \quad (二) a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{3}} b^{-1}$$

二 次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

三 $\log_2 5$ ハ, $\log 5 \div \log 2$ ト計算シテ求メルコトガデキル。コレヲ證明セヨ。

四 昭和十五年頃ノワガ國ノ内地人口ハ約七千五百萬デアツタ。一年ゴトニ千人ニ就イテ十四人ノ割合デ増加スルモノトスレバ, 人口ガ二億ニナルノハ凡ソ何年ノ後カ。

六 計算圖

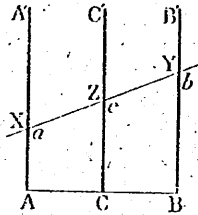
本節デハ, 圖ヲ用ヒテ種々ノ計算ヲ簡單ニスルコトヲ工夫シヨウ。

問一 長サノ等シイ三ツノ直線 AA', CC', BB' ヲ次頁ノ圖ノヤウニ等シイ間隔デ平行ニ引ク。コレヲト交ハル一直接線ヲ引イテ, 交點ヲソレゾレ X, Z, Y トスルト, AX, CZ, BY ノ長サ

ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

又、AA', CC', BB' ニ、計算尺ト同様な等シイ對數目盛ガ附ケテアルトスル。

一直線上ニアル AA', CC', BB' ノ目盛ヲソレゾレ a, c, b トスルト、コレラノ間ニハドノヤウナ關係ガアルカ。



問二 前問デ、目盛 a, b ノ積ガ CC' 上デ讀メルヤウニスルニハ、CC' ニドノヤウナ目盛ヲ附ケレバヨイカ。

又、本問デ調べタヤウナ圖ヲ作り、コレニ定木ヲ當テテデキル計算ヲ考ヘヨ。

コノヤウナ圖ヲ 計算圖 トイフ。

問三 胸圍ニ身長×100 ヲ比胸圍トイフ、身長ト胸圍トカラ比胸圍ヲ求メル計算圖ヲ作レ、但シ、身長ハ 90 種カラ 2 米マデ、胸圍ハ 40 種カラ 1 米マデノ範圍トスル。

問四 三數 x, y, z ノ間ニ $x^2 + y^2 = z^2$ ノ關係ガアル。z ヲ 1 トスルト、x, y ノ關係ヲ示ス圖表ハドノヤウニナルカ。

又、コレニ z ヲ 2, 3, 4, …… トシテ出來ル圖表ヲ書キ加ヘヨ。コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立ツカ。

一 問一ノ圖デ、AC:CB=2:1 トスルト、AX, BY, CZ ノ長サノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

又、コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立ツカ。

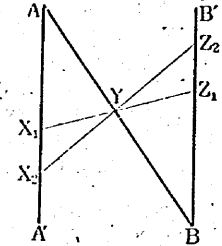
二 前問デ、三ツノ直線ニ目盛ヲ適當ニ附ケルト、a, b ヲ知

ツテ ab' ヲ求メル計算圖ガ作ラレル、三ツノ直線ニドノヤウナ目盛ヲ附ケレバヨイカ。

三 二點 A, B ヲ通ツテ反對ノ方向ニ平行ナ直線 AA', BB' ヲ引ク。

AB 上ノ一點 Y ヲ通ツテ幾ツカノ直線ヲ引キ、AA', BB' トノ交點ヲソレゾレ X₁, Z₁; X₂, Z₂; …… トスル。

AX₁, BZ₁; AX₂, BZ₂; …… ノ長サノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

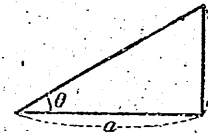


次ニ、AA', BB', AB ニ目盛ヲ適當ニ附ケテ、AA' ノ目盛ヲ BB' ノ目盛デ割ツタ商ガ、AB ノ目盛ニナルヤウニセヨ。

四 水平距離 a ト仰角 θ トヲ知レバ、ソノ高サ h ガ求メラレル。

a ハ 100 米カラ 200 米マデ、θ ハ 0°

カラ 15° マデノ範圍ニアルモノトシテ、a, θ カラ h ヲ讀ミ取ルコトノデキル計算圖ヲ作レ。



五 三數 x, y, z ノ間ニ $z = xy$ ノ關係ガアル。z ヲ 1 トスルト、x, y ノ關係ヲ示ス圖表ハドノヤウニナルカ。

又、コレニ z ヲ 2, 3, 4, …… トシテ出來ル圖表ヲ書キ加ヘヨ。コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立ツカ。

七 種々ノ問題

一 單振子ノ長サヲ l 種トシ、ソノ周期ヲ T 秒トスルト、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{980}}$$

ノ關係ガアル、周期ガ 1 秒及ビ 2 秒ノ單振子ヲ

作ルニハ、ソノ長サヲソレゾレ何程ニスレバヨイカ。

二 元金850圓ヲ年利3分、半年ゴトノ複利デ預ケ入レルト、十年後ニハ元利合計凡ソ何程ニナルカ。

三 計算尺ノA尺トD尺ヲ用ヒルト、數ノ二乗及ビ二乗根ヲ求メルアトガデキル。コノ方法ヲ述ベヨ。

又、對數ヲ用ヒテ、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

四 直方體ノ三稜ノ長サカラ、ソノ體積ヲ求メルコトノデキル計算圖ヲ考案セヨ。

五 方程式 $x^2+bx+q=0$ デ、 x ヲ1, 2, 3, …… , -1, -2, -3, …… トスルト、 b, q ノ關係ヲ示ス圖表ハソレゾレドノヤウニナルカ。

又、コノヤウナ圖表ヲ作ツテオクト、ドノヤウナ計算ニ役立つカ。

六 直角ニ交ハル座標軸ノ兩方ニ、原點ヲ1トシテ對數目盛ヲ附ケテオク。コノ軸ヲ用ヒテ $y=x^2$ ノ圖表ヲ書クト、ドノヤウナ線ニナルカ。

又、 $y=3x^2$ ノ圖表ヲ書クトドウカ。

周期運動

一 圓運動ト三角函數

柱時計ノ振子ヤ時計ノ針ノ位置ハ刻々ニ變化スル。シカシ、イヅレモ一定ノ時間ガタツト元ノ位置ニ戻ツテ、マタ同じ變化ヲ繰リ返ス。

コノヤウナ運動ヲ 周期運動 トイヒ、一定ノ時間ヲ 周期 トイフ。周期運動ヲシテキル物ノ位置ハ、周期的ニ變化シテキル トイフ。

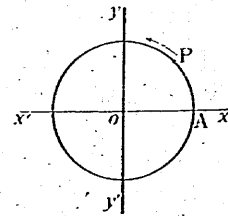
太陽ノ周リニ於ケル地球ノ運行、月ノ滿チ虧ケナド、自然現象ノウチニモ周期的ニ變化スルモノガ多イ。

問一 周期的ニ變化シテキルモノノ例ヲ舉ゲヨ。

又、大體周期的ニ變化シテキルモノノ例ヲ舉ゲヨ。

半徑十種ノ圓ガアツテ、一點Pガコノ周上ヲ毎分五回ノ割合デ、左廻リニ回轉シテキル。コノPノ運動ハ周期運動デアル。

圓ノ中心ヲ原點トスル直交軸ヲ取り、Pガ右ノ圓ノAヲ通ル時カラ時間ヲ測リ始メルモノトシテ、Pノ運動ヲ式ニ書キ表シテミヨウ。



問二 次ノ各時刻ニ於ケルPノ位置ヲ調べ、ソノ座標ヲ言へ。

2 秒後, 3 秒後, 5 秒後, 10 秒後
5 秒前, 10 秒前, 20 秒前, 30 秒前

運動シテキル點 P ノ定點 O カラ観測スル場合ニ、OP ノ 動徑 トイヒ、動徑ガ單位時間ニ回轉スル角ノ大キサヲ、O ニ對スル P ノ 角速度 トイフ。

問三 P ノ角速度ハ何程カ、ソレヲ度デ表セ、又、弧度デ表セ。

問四 P ノ座標ヲ (x, y) トスル、初メカラ 3 秒後マデノ範圍デハ、時間 t 秒ト x, y トノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ、ソレヲ式ニ書キ表セ。

又、3 秒後カラ 6 秒後マデノ範圍デハドウカ、3 秒前カラ基準ニナル時刻マデノ範圍デハドウカ。

問五 O ノ周上ヲ每秒 α 弧度ノ割合デ、左廻リニ回轉スル點 P ガアル。 t 秒後ノ P ノ座標ヲ (x, y) トスル時、 t ノ値ニ關係ナク、次ノ一組ノ式デ P ノ運動ヲ表スコトガデキレバ便利デアアル。但シ、 r ハ問 O ノ半徑デアアル。

$$x = r \cos \alpha t, \quad y = r \sin \alpha t$$

問六 上ニ掲ゲタ式デ、 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ トシ、 $t = 1, 2, 3, \dots$ 或ハ $t = -1, -2, -3, \dots$ トシテ、 $\frac{n\pi}{6}$ ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ定メヨ。但シ、 n ハ整数トスル。

問七 前問ト同様ニシテ、 $\frac{n\pi}{4}$ 、 $\frac{n\pi}{3}$ ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ定メヨ。但シ、 n ハ整数トスル。

上デ調べタコトカラ、角ノ大キサヲ 0° カラ 90° マデノ範圍ニ制限シナイデ、ドンナ大キナ角デモ考ヘルコトニシ、又、角ヲ測ル向キヲ正・負ノ符號デ區別スルコトニスレバ便利ナコト

ガワカル。

0° ヨリ大キク 90° ヨリ小キイ角ヲ 鋭角 トイヒ、 90° ヨリ大キク 180° ヨリ小キイ角ヲ 鈍角 トイフ。

角ハ、時計ノ針ト反對ノ向キニ測ツタ時、ソノ大キサヲ正デ表シ、時計ノ針ト同ジノ向キニ測ツタ時、ソノ大キサヲ負デ表スモノトスル。

問八 擴張サレタ角ノ正弦及ビ餘弦ノ値ハドノヤウニ定メレバヨイカ。ソノ方法ヲ述ベヨ。

半徑 1 ノ圓 O デ、 x 軸ノ正ノ方向ト角 θ ヲ作ル動徑 OP ヲ取ル時、P ノ x 座標、 y 座標ハ、ソレゾレ $\cos \theta$ 、 $\sin \theta$ ト表サレル。即チ、前頁ノ式デ、 $r = 1$ 、 $\alpha t = \theta$ トシタモノデアアル。

問九 擴張サレタ角ニ就イテ、次ノ函數ノ圖表ヲ書ケ、

$$(一) \quad y = \sin \alpha \quad (二) \quad y = \cos \alpha$$

問十 前問デ書イタ各ノ圖表ニドノヤウナ性質ガアルカ。又、二ツノ圖表ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

問十一 書イタ曲線ヲ 正弦曲線 トイフ。

問十二 α ガドノヤウナ角デアツテモ、次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ問八デ書イタ圖表ニ就イテ調べヨ。但シ、 n ハ整数トスル。

$$(一) \quad \sin(\alpha + 2n\pi) = \sin \alpha, \quad \cos(\alpha + 2n\pi) = \cos \alpha$$

$$(二) \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ デハ、 θ ヲ 2π 或ハソノ整数倍ダケ増減シテモノノ値ガ變ラナイ。コレヲヤウナ函數ヲ、 2π ヲ周期トスル 周期函數 トイフ。

問十一 函數 $y = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ ノ圖表ヲ書キ、次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ調べヨ。

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

又、次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ、上ト同様ニシテ調べヨ、

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$$

問十二 α ガ鋭角ノ範圍デハ、次ノ等式ガ成リ立ツ、

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

擴張サレタ角ノ正接ノ値モ、上ノ式デ定メルコトニスル、次ノ各角ノ正接ノ値ヲ言ヘ。

$$240^\circ, \quad 300^\circ, \quad -120^\circ, \quad \frac{6}{5}\pi, \quad -\frac{\pi}{4}$$

問十三 擴張サレタ角ニ就イテ、 $y = \tan \alpha$ ノ圖表ヲ書ケ。又、コノ圖表ニドノヤウナ性質ガアルカラ調べヨ。

一 次ノ角ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ言ヘ、

$$120^\circ, \quad 135^\circ, \quad 150^\circ, \quad 630^\circ$$

$$-120^\circ, \quad -225^\circ, \quad -300^\circ, \quad -540^\circ$$

二 次ノ角ノ正弦・餘弦及ビ正接ノ値ヲ求メヨ、

$$112^\circ, \quad 128^\circ 21', \quad 240^\circ 20', \quad 1200^\circ$$

$$-16^\circ 12', \quad -59^\circ 20', \quad -130^\circ 30', \quad -520^\circ 10'$$

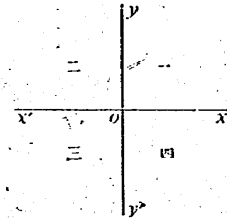
三 四周上ヲ毎分五回ノ割合デ、右廻リニ回轉スル點ガアル、コノ角速度ハ何程カ、

四 次ノ函數ヲ α ノ正弦又ハ餘弦デ書き表セ、

(一) $\sin(\pi + \alpha), \quad \cos(\pi + \alpha)$

(二) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right), \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

五 直交軸 xox', yoy' ハ平面ヲ四ツノ部分ニ分ケル、ソノ各ノ部分ヲ象限トイヒ、右ノ圖ニ示シタヤウニ 第一象限、第二象限、第三象限、第四象限ト呼ブ、



角ノ動徑ガドノ象限ニアルカニヨツテ、三角函數ノ符號ガキマシ。ソノキメガヲ述ベヨ。

六 α ガ鋭角ノ範圍デハ、次ノ等式

ガ成リ立ツ。 α ガドノヤウナ角デモ成リ立ツカドウカヲ調べヨ。

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

七 次ノ函數ノ周期ハ何程カ、

(一) $y = \sin 2x$ (二) $y = \cos 3x$

(三) $y = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ (四) $y = \tan \frac{x}{2}$

八 $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ヲ成リ立タセル θ ノ値ノウチ、 -4π ト 4π トノ間ニアルモノヲ書ケ。ソレラノ値ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

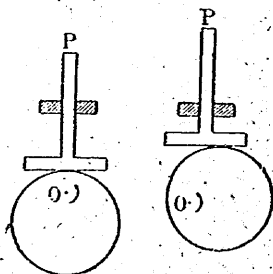
又、上ノ式ニ適スル θ ノ値ヲ一ツノ式ニマトメテ書き表セ、

九 方程式 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ヲ解ケ。

二 單 振 動

次頁ノ圖ニ示シタノハ、回轉運動ヲ直線上ノ往復運動ニ變ヘ

ル装置ノ一種デ、カムト呼バレルモノデア。圓板ヲソノ中心ト異ナル點 O ノ周リニ回轉サセルト、P ハ上下運動ヲスル。



問一 圓板ノ半径ヲ4種トシ、圓板ノ回轉ノ中心Oト圓板ノ中心トノ距離ヲ3種トスル、圓板ヲOノ周リニ毎分10回ノ割合デ左廻リニ回轉サセルト、P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ書イテ調べヨ。

P ノ位置ハ、振動ノ中央ノ點ヲ座標ノ原點トシテ書き表スモノトシ、時間ハ P ガ座標ノ原點ヲ通ル時カラ測ルモノトシテ、P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

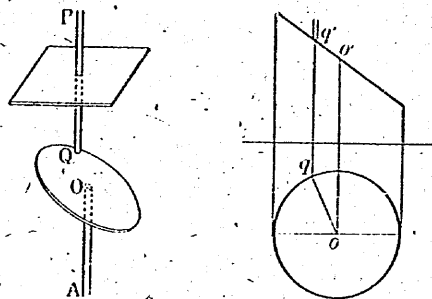
問二 前問デ、座標ノ原點ハ振動ノ最下點ニ取り、基準ノ時刻ハ P ガ原點ヲ通ル時ニ取ツテ、P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

又、前問デ求メタ式ヲ基ニシテ考ヘヨ。

次頁ノ圖ニ示シタノモカムノ一種デア。鉛直ノ軸OAノ先端Oニ圓板ガ傾ケテ取り附ケテアリ、軸OAガ廻ルト棒PQハ上下ニ往復運動ヲスル。

コノ運動ヲ調べルニハ、圓板ガ静止シテキテ、棒PQガ軸OAノ周リニ回轉スルモノト考ヘルガヨイ。次頁ノ右ノ圖ハ、コノヤウニ考ヘテ、Pノ運動ヲ調べルタメニ書イタ投影圖デア。

問三 軸OAトPQトノ距離ガ3種デ、圓板ハ軸ニ對シテ

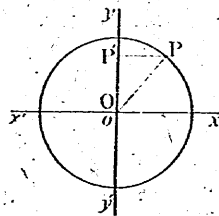


60°傾イテキルモノトスル。軸ヲ毎分10回ノ割合デ回轉サセルト、Pハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ書イテ調べヨ。

座標ノ原點ト基準ニナル時刻トヲ適當ニ定メテ、Pノ運動ヲ式ニ書き表セ。

次ニ、コノ式ト問一及ビ問二デ作ツタ式トヲ比ベヨ。

半径rノ圓周上ヲ、點Pガ毎秒 α ノ等角速度デ回轉シテキルモノトスル。圓ノ中心Oヲ原點トスル直交軸 xox' , yoy' ヲ取り、Pカラy軸ニオロシタ垂線ノ足ヲP'トスルト、P'ハPノ運動ニツレテy軸上デ周期運動ヲスル。



問四 OPガx軸ノ正ノ方向ト一致シタ時カラt秒後ニ於ケルP'ノ位置ヲy軸上ノ座標yデ表スコトニスルト、yトtトノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

問五 OPガx軸ノ正ノ方向ト $+\frac{\pi}{2}$ ノ角ヲナス時刻ヲ基準

ニシテ、 P' ノ運動ヲ式ニ書キ表セ。

問四、問五ヲ調ベテ P' ノ運動ヲ單振動トイフ。

問六、次ノ式ハ單振動ヲ表スモノトミラレルカ。但シ、 t ハ時間(秒)ヲ、 y ハ距離(種)ヲ表スモノトスル。

$$(一) y = 3 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \quad (二) y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(三) y = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (四) y = 4 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

問七、單振動ハ、次ノヤウナ形ノ式ヲ表スコトガデキル。コレヲ説明セヨ。但シ、 r 、 α 、 β ハ定数トスル。

$$y = r \sin(\alpha t + \beta)$$

上ノ式デ、 r ヲ單振動ノ振幅トイフ。

一、問一ノ圖ニ示シタヤウナ構造ノカムデ、 P ニ次ノ式ヲ表サレル單振動ヲサセヨウト思フ。(單位ハ秒、糸)

$$y = 25 \sin \frac{3}{4} \pi t$$

圓板ノ中心ト圓板ノ回轉ノ中心トノ距離ヲ何程ニスレバヨイカ。又、圓板ヲ毎分何回ノ割合デ回轉サセレバヨイカ。

二、單振動ヲスル點ノ速サハ、ドコデ最モ速イカ。又、ドコデ最モ遅イカ。單振動ヲ示ス圖表ニ就イテ調ベヨ。

三、次ノ各式ヲ $y = a \sin(\alpha t + \beta)$ ノ形ニ改メヨ。但シ、 α 、 β ハ正ノ角トスル。

$$(一) y = 3 \cos \pi t \quad (二) y = 3 \sin(-\pi t)$$



中等數學

三

第二類



文部省

[後] ¥ .70

(71)