

レゾレ何倍ニナルカ。相似ノ考ヘヲ使ツテ、コレヲ證明セヨ。
 七 接スル二ツノ圓 O, O' ガアル。ソノ接點 P ヲ通ル三直線ヲ引キ、圓 O ト交ハル點ヲ A, B, C トシ、圓 O' ト交ハル點ヲ A', B', C' トスル。二ツノ三角形 $ABC, A'B'C'$ ハ相似デアル。コレヲ證明セヨ。

接スル二ツノ球ノ接點ヲ通ル四直線ニ就イテ、上ト同様ノコトヲ調べヨ。

八 相似ナ二ツノ図形デ、對應スル曲線ノ長サノ比ハ、相似比ニ等シイ。コレヲ證明セヨ。

九 相似ナ二ツノ図形デ、對應スル閉ヂタ曲線ノ圍ム部分ノ面積ノ比ハ、相似比トドノヤウナ關係ニアルカ。

十 同ジ平面上ニアル二ツノ相似三角形ハ、コノ平面上ノ移動デ相似ノ位置ニ置クコトガデキルカ。

十一 二ツノ相似多角形ガアル。コレト相似デ、面積ガソレヲノ面積ノ和ニ等シイ多角形ヲ作レ。

三 相似三角形

二ツノ三角形 $ABC, A'B'C'$ ガ相似デアルト

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$$

$$\angle A = \angle A', \quad \angle B = \angle B', \quad \angle C = \angle C'$$

デアル。

二ツノ三角形デ、三組ノ邊ノ比ガ等シイト相似デアル。コノ理由ヲ明ラカニシヨウ。



中等數學

二

第二類



文部省

(後) ¥ .65

(71)

中等數學

二
第二類

昭和21年4月18日印刷 同日総刷印刷 〔後〕
昭和21年4月22日發行 同日総刷發行 定價 65 錢

〔昭和21年4月22日 文部省検査済〕

著作権所有

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(Date Apr. 18, 1946)

著 者 文 部 省
發 行 者

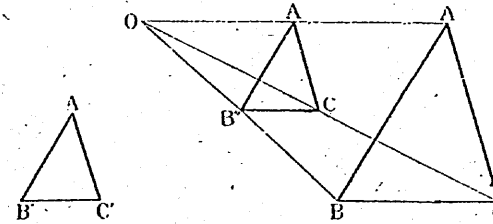
東京都豊田區書本町三番地
中等學校教科書株式會社
代表者 龜 井 寅 雄

東京都千代田區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者 大日本印刷株式會社
代表者 佐久間長吉郎

發行所 中等學校教科書株式會社

教科書
番號
71ノニ

二ツノ三角形 $ABC, A'B'C'$ デ、 $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = \frac{1}{2}$
デアツタトスル、



點 O ヲ取り、 OA, OB, OC ノ中點ヲソレゾレ A'', B'', C'' ト
スルト、三角形 $A''B''C''$ ハ $A'B'C'$ ト合同ニナル、

コレヲ基ニシテ、次ノ問一ニ答ヘヨ、

問一 三角形 $ABC, A'B'C'$ デ、三組ノ邊ノ比ガ $\frac{1}{2}$ ニ等シ
イト、ソレラハ相似デアル。コレヲ證明セヨ、

又、等シイ比ノ値ガ何デアツテモ、コノコトハ成リ立ツカ、

問二 三角形 $ABC, A'B'C'$ ハ、次ノイヅレノ場合ニモ相似
デアル。コレヲ證明セヨ、

(イ) $\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$

(ロ) $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}, \angle B = \angle B'$

二ツノ三角形ハ、次ノイヅレノ場合ニモ相似デアル、

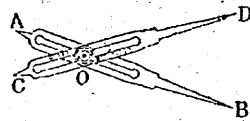
(一) 三組ノ邊ノ比ガ等シイ

(二) 二組ノ角ガ等シイ

(三) 二組ノ邊ノ比ト、ソノハサム角ガ等シイ

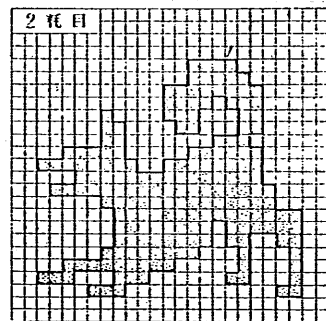
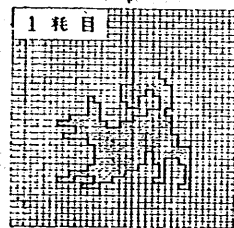
コレヲ三角形ノ相似ノ條件トイフ、

一 右ノ圖ニ示シタノハ比例コンパスデ、圖形ヲ一定ノ割合ニ擴大シタリ縮小シタリスル場合ニ用ヒラレル。コレヲ使ツテ、圖形ヲ3倍ニ擴大スルニハドウスレバヨイカ。又、 $\frac{1}{4}$ 倍ニ縮小スルニハドウカ。



上ノ圖ニ示シタ比例コンパスノ脚 CD ノ上ニハ、擴大率(或ハ縮小率)ガ目盛ツテアル。コノ目盛ツツケ方ニ就イテ調べヨ。

二 方眼紙ヲ使ツテ、相似形ヲ書ク方法ヲ説明セヨ。次ニ、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。



三 ニツノ四角形デハ、ドノヤツナ條件ガアルト、ソレラハ相似デアルカ。

四角錐デハドノヤツナ條件ガアレバヨイカ。

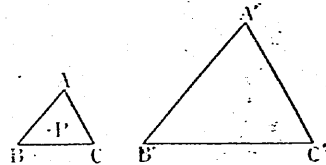
四 三角形 ABC ト A'B'C'

ハ相似デアル。三角形 A'B'C'

ノ内部ニ點 P' ヲ取り、三角形

A'B'C' ト P' トヲ合ハセタ図形

ガ、三角形 ABC ト P トヲ合ハセ



タ圖形ト相似ニナルヤウニセヨ。

四 種々ノ問題

一 直圓錐臺ガアツテ、兩底面ノ半徑ハ三寸ト五寸デ、高サハ七寸デアル。コノ立體ノ體積ヲ計算セヨ。

二 三角形ノ頂點トソレニ對スル邊ノ中點トヲ結ブ直線ヲ、ソノ三角形ノ 中線 トイフ。

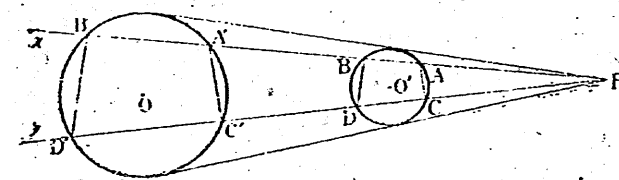
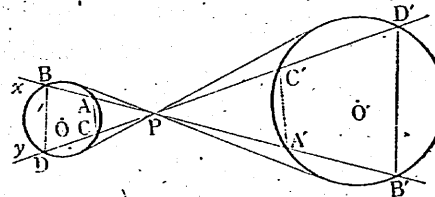
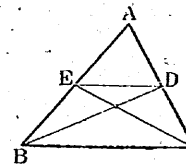
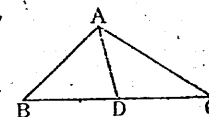
三角形ノニツノ中線ヲ引クト、各頂點カラ各、ノ長サノ三分ノ二ノ所デ交ハル。

コレヲ證明セヨ。

三 三角形ノ三ツノ中線ハ一點デ交ハル。コレヲ證明セヨ。

コノ點ヲ 三角形ノ重心 トイフ。

四 二圓 O, O' ガアツテ、一方ハ他方ノ外ニアル。コノ二圓



ニ共通な接線ノウチ、二圓ノ外側ニアルニツスハ残りノニツノ交點ヲPトスル。

前頁ノ圖ノヤウニ、Pヲ通ル直線 x ガ間OトA、B、間O'トA'、B'ノ順ニ交ハリ、他ノ直線 y ガ同様ニC、D及ビC'、D'ニ交ハルトスル。

ACトA'C'トノ比ハ、直線 y ヲPノマハリニ回轉サセテモ變ラナイ。コレヲ證明セヨ。

BDトB'D'トノ比ニ就イテハドウカ。

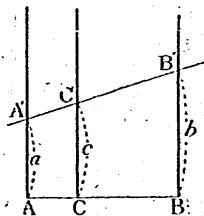
五 右ノ圖デ、AA'、BB'、CC'ハ平行デ、ACトCBトノ比ハ2:3デアル。

AA'=a, BB'=b, CC'=c

トシテ、 a, b カラ c ヲ求メル式ヲ作レ。

a, b ガ種々ノ値ヲ取ル時、 $3a+2b$ ノ値ヲ圖カラ讀ミ取レルヤウニスルニハ、CC'ニドノヤウナ目盛ヲツケレバヨイカ。

六 川向カフニアル二地點ノ距離ヲ測ル方法ヲ述べ、相似ノ條件ヲ用ヒテコレヲ證明セヨ。



三角函數

一 正 接

木ノ高サハ、影ノ長サヲ測ツテモ求メラレル。ソノ方法ト理由トヲ明ラカニシヨウ。

或ル時、長サ a 米ノ棒ヲ平地ニ鉛直ニ立テタラ、ソノ影ノ長サハ b 米アツタ。

問一 a 米、 b 米ヲ直角ヲハサム二邊トスル直角三角形ヲ書イタトスルト、 a 米ノ邊ニ對スル角ノ大キサハ、 a ニ關係ナク一定デアル。コレヲ證明セヨ。

コノ角ハソノ時ノ太陽ノ仰角デアツテ、皆ニ高度トイフ。

問二 長サ一米ノ棒ノ影ノ長サガ五ノ一程デアツタ。コノ時ノ太陽ノ高度ヲ、圖ニ書イテ求メヨ。

問三 太陽ノ高度ガ 35° デアル時、長サ一米ノ棒ヲ平地ニ鉛直ニ立テルト、影ノ長サハ幾ラニナルカ。コレヲ圖ニ書イテ求メヨ。

コノ時ノ、木ノ高サト影ノ長サトノ關係ヲ式ニ書き表セ。

太陽ノ高度ガ $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ノ時ハドウカ。

平地ニ立ツテキル木ノ影ノ長サヲ同時ニ測ルト、ソノ影ノ長サ(a 米)ハ、ソレヲノ木ノ高サ(b 米)ニ比例スル。コノ場合ノ比例常數ハ太陽ノ高度 α° デキナル。

コノ關係ヲ、次ノヤウニ書き表ス。

$$\frac{b}{a} = \tan \alpha^\circ \quad \text{或ハ} \quad b = a \tan \alpha^\circ$$

右ノ直角三角形デ、 $\frac{b}{a}$ ヲ角 α° ノ 正接 トイフ。コレヲ $\tan \alpha^\circ$ ト書き表シ、「タン α° 」ト讀ム。

$$\frac{b}{a} = \tan \alpha^\circ$$

隨ツテ

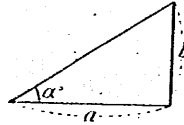
$$b = a \tan \alpha^\circ$$

デアル。

正接ノ値ハ數表ニアル。

問四 國旗掲揚柱ノ高サヲ求メルノニ、或ル場所デソノ頂ノ仰角ヲ測リ、次ニ、柱ニ向カッテ10米進ンデ、再ビソノ仰角ヲ測ツタラ、ソレゾレ、 18° 、 33° デアツタ。

數表ヲ使ツテ、コノ國旗掲揚柱ノ高サヲ求メヨ。但シ、目ノ高サハ1.4米トスル。



一 12.4 米離レタ所カラ旗竿ノ頂ノ仰角ヲ測ツタラ $23^\circ 42'$ デアツタ。ソノ旗竿ノ高サヲ計算セヨ。但シ、目ノ高サハ1.4米トスル。

二 川ノ兩岸ニ渡シ場 A、C ガアツテ、A カラ C ヲ見通シタ線ハ岸ニ直角デアル。

A カラ岸ニ沿ツテ100米進ンダ地點 B デ、角 ABC ヲ測ツタラ $68^\circ 18'$ デアツタ。コノ川ノ幅ハ幾ラカ。

三 工場ノ煙突ノ高サヲ測ルノニ、或ル場所デ仰角ヲ測リ、次ニ、煙突ニ向カッテ13米進ンデ、再ビ仰角ヲ測ツテ $15^\circ 12'$ 、

$28^\circ 30'$ ヲ得タ。

コノ煙突ノ高サハ幾ラカ。但シ、目ノ高サハ1.4米トスル。

四 南北ニ通ズル眞直ナ道路ヲ、北ニ向カッテ一時間一里ノ速サデ歩イテキル人ガアル。

コノ人が北西ノ方向ニ神社ヲ見テカラ十五分後ニ、コレヲ北 60° 西 ノ方向ニ見タ。コレカラ何分後ニ、ソノ神社ガ眞西ニ見エルカ。

二 正弦ト餘弦

傾斜ノ一樣ノ坂道デ、歩イタ距離ヲ測ルト、元ノ位置ヨリドレダケ高クナツタカヲ知ルコトガデキル。

問一 傾斜ノ一樣ナ坂道ヲ登ル時、増シタ高サ b 米ハ登ツタ距離 c 米ニ比例スル。コレヲ證明セヨ。

前問ノ比例定數ハ坂道ノ傾キ α° デキマル。

コノ關係ヲ、次ノヤウニ書き表ス。

$$\frac{b}{c} = \sin \alpha^\circ \quad \text{或ハ} \quad b = c \sin \alpha^\circ$$

右ノ直角三角形デ、 $\frac{b}{c}$ ヲ角 α° ノ 正弦 トイフ。コレヲ $\sin \alpha^\circ$ ト書き表シ、「シン α° 」ト讀ム。

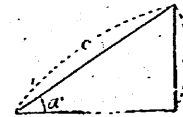
$$\frac{b}{c} = \sin \alpha^\circ$$

隨ツテ

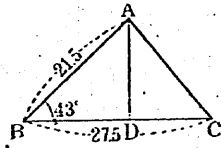
$$b = c \sin \alpha^\circ$$

デアル。

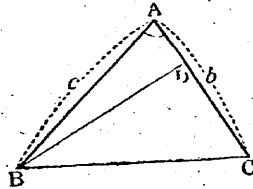
正弦ノ値ハ數表ニアル。



問二 右ノ圖ハ、三角形ノ土地ノ測量
圖ヲ示シタモノデ、圖中ニ書キ込シタ長
サハ米ヲ單位ニシテアル。コノ土地ノ面
積ヲ計算セヨ。



問三 三角形 ABC ノ二邊 AB, AC 及ビソノハサム角 A ヲ
測ツタ。コノ長サト角ヲ用ヒテ、三角形ノ面積ヲ求メル公式ヲ
作レ。



三角形 ABC デ、角 A, B, C ニ對スル邊ノ長サヲ通例 a, b, c ト書キ表ス。

問四 一ツノ角ノ大キサガ定マツテキル三角形デハ、面積ハ
ソノ角ヲハサム二邊ノ積ニ比例スル。コレヲ證明セヨ

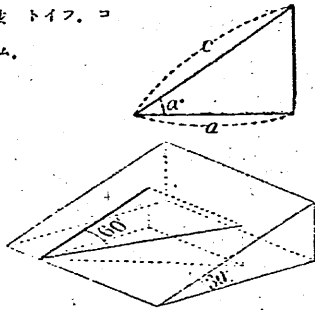
右ノ直角三角形デ、 $\frac{a}{c}$ ヲ角 α° ノ 餘弦 トイフ。コ
レヲ $\cos \alpha^\circ$ ト書キ表シ、「コス α° 」ト讀ム。

$$\frac{a}{c} = \cos \alpha^\circ$$

隨ツテ $a = c \cos \alpha^\circ$
デアル。

餘弦ノ値ハ數表ニアル。

問五 傾キガ 30° ノ斜面ヲ
眞直ニ登ル方向ニ道ガツケテ



アル。眞直ニ登ル方向ト 60° ノ角ヲ作ル方向ニ道ヲツケルト、
傾キガ何度ノ坂道ヲ登ルコトニナルカ。前頁ノ圖ヲ參考ニシテ
考ヘヨ。

問六 α° ガ 90° ヨリ小サイ時、次ノ等式ガ成リ立ツ。コレ
ヲ證明セヨ。

$$\tan \alpha^\circ = \frac{\sin \alpha^\circ}{\cos \alpha^\circ}, \quad (\sin \alpha^\circ)^2 + (\cos \alpha^\circ)^2 = 1$$

$(\sin \alpha^\circ)^2, (\cos \alpha^\circ)^2, (\tan \alpha^\circ)^2$ ヲソレソレ $\sin^2 \alpha^\circ, \cos^2 \alpha^\circ, \tan^2 \alpha^\circ$ ト書キ表スコ
トガアル。

問七 問三デ、次ノ等式ヲ順次ニ證明セヨ。

(イ) A ガ 90° ヨリ小サイ場合

$$BD = c \sin A, \quad CD = b - c \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

(ロ) A ガ 90° ヨリ大キイ場合

$$BD = c \sin(180^\circ - A), \quad CD = b + c \cos(180^\circ - A)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos(180^\circ - A)$$

一 長サ三間ノ梯子ヲ壁ニ立テ掛ケテ、地面ニ對スル傾キヲ
 60° ニシタ。梯子ノ頂ハドレダケノ高サニナルカ。

二 飛行機ガ飛ンデキル。ソノ仰角ハ 35° デ、距離ハ 1500 米
トワツタ。コノ飛行機ノ高度ハ凡ソ何米カ。

又、飛行機マデノ水平距離ハ凡ソ何米カ。

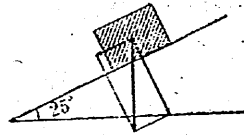
三 二人デ、八貫アル荷物ヲ紐デサゲテ行クニハ、二人ハド

レクラキノ力デ引ッ張レバヨイカ。

二人ノ引ッ張ルカハ紐ノ作ル角トドノヤウナ關係ニアルカ。
コレヲ式ニ書き表セ。

又、圖表ニ書イテ種々ノコトヲ調べヨ。

四 水平面ト 25° 傾イテキル板ノ上ニ、重サ7挺ノ物が載セテアル。
コレガ板ヲ押ス力及ビ板ノ面ニ沿ッテ引カレル力ハソレゾレ幾ラカ。



五 間口七間、奥行十間ノ倉庫ガアツテ、コノ屋根ノ傾斜ハ六寸勾配デアル。屋根ノ廣サヲ計算セヨ。

六 40° ノ傾キヲモツ斜面ガアツテ、ソノ廣サハ15ヘクタールデアル。雨量ガ12耗ノ時、コノ斜面ニ降ツタ雨水ガ全部流レ出ストシタラ、ドレクラキノ水量ニナルカ。

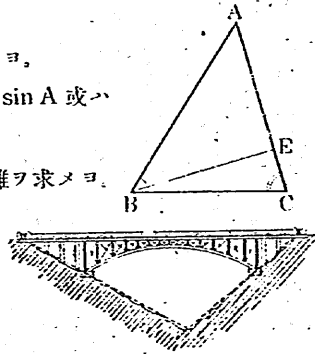
七 二地點A、Bノ距離ヲ測ルノニ、長サ200米ノ基線BCヲ設ケ、ソノ兩端ノ角ABCトACBヲ測ツタラ、 $58^\circ 12'$ ト $73^\circ 42'$ デアツタ。

(イ) 角Aノ大きサヲ求メヨ。

(ロ) 垂線BEノ長サハ、 $c \sin A$ 或ハ $a \sin C$ ト書き表サレル。

コレヲ基ニシテA、Bノ距離ヲ求メヨ。

八 谷ニ長サ30間ノ橋ガカガツテキル。谷ノ一方ノ側ハ水平線ト 30° 、他方ハ 40° 傾イテキル。コノ谷ノ底ハ橋カ



ラ何間下ニアルカ。

九 三角形ABCノ邊BCトソノ兩端ノ角B、Cヲ用ヒテ、他ノ二邊ノ長サAB、ACヲ求メル式ヲ書ケ。

十 三角形ABCノ邊ノ長サ、角ノ大きサニ就イテ、次ノ關係式ガアル。コレヲ證明セヨ。

(イ) 三ツノ角ガイヅレモ 90° ヨリ小サイ場合

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(ロ) イヅレカーツノ角ガ 90° ヨリ大キイ場合、例ヘバ、Aガ 90° ヨリ大キイ時、上ノ等式デAヲ $180^\circ - A$ ニ置キ換ヘル。

十一 半徑二寸ノ圓デ、中心角 100° ニ對スル弦ノ長サハ幾ラカ。

一般ニ、半徑 r ノ圓ノ中心角ト、ソレニ對スル弦ノ長サトノ關係ヲ式ニ書き表セ。

十二 $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$ デアル。コレヲ證明セヨ。

$\sin \alpha^\circ = \cos \beta^\circ$ トナルノハ、 α ト β トノ間ニドノヤウナ關係ガアル場合カ。

三 三角函數表

三角函數表ノ使ヒ方ヲ説明シヨウ。

例ヘバ、 $\sin 39^\circ 28'$ ヲ求メルニハ、先ヅ正弦ノ表カラ $\sin 39^\circ 24'$ ノ値0.6347ヲ求メ、次ニ、表ノ右ノ欄デ4ノ下ニアル數字9ヲ讀ミ、コレヲ0.6347ノ終リノ桁ニ加ヘテ、 $\sin 39^\circ 28'$ ノ値ヲ0.6356トスレバヨイ。

正接ノ値ノ求メ方モ同様デアル。

問一 次ノ角ノ正弦・正接ノ値ヲ求メヨ。

$$13^\circ 15', \quad 52^\circ 11', \quad 65^\circ 40'$$

問二 次ノ式ニ適スル角 x° ヲ求メヨ。

$$\sin x^\circ = 0.1274, \quad \tan x^\circ = 0.3417$$

$$\sin x^\circ = 0.6710, \quad \tan x^\circ = 1.2615$$

$$\sin x^\circ = 0.8726, \quad \tan x^\circ = 1.5164$$

又、例ヘバ、 $\cos 33^\circ 20'$ ヲ求メルニハ、先ヅ餘弦ノ表デ
 $\cos 33^\circ 18'$ ノ値 0.8358 ヲ求メ、次ニ、表ノ右ノ欄デ 2ノ下ニアル
數字 3ヲ讀ミ、コレヲ 0.8358ノ終リノ桁カラ引イテ、 $\cos 33^\circ 20'$
ノ値ヲ 0.8355トスレバヨイ。

問三 次ノ角ノ餘弦ノ値ヲ求メヨ。

$$13^\circ 50', \quad 48^\circ 21', \quad 61^\circ 5'$$

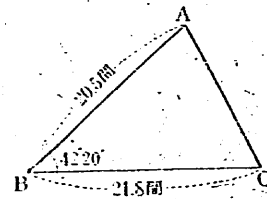
問四 次ノ式ニ適スル角 x° ヲ求メヨ。

$$\cos x^\circ = 0.1015, \quad \cos x^\circ = 0.7011$$

$$\cos x^\circ = 0.8899, \quad \cos x^\circ = 0.9913$$

一 右ハ三角形ノ土地ノ測量圖デ
アル。コノ土地ノ面積ヲ計算セヨ。

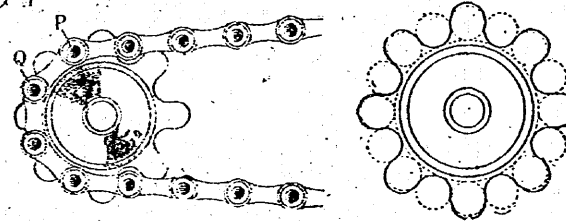
二 二地點 A, B 間ノ距離ヲ測ル
ノニ、100 米ノ基線 AC ヲ設ケテ測
量シタラ、次ノヤウデアツタ。



$$\angle BAC = 60^\circ 13', \quad \angle ACB = 65^\circ 25'$$

地點 A, B ノ距離ヲ計算セヨ。

三 下ノ圖ニ示シタノハ、鎖止メ車ノ一種デアル。コノ齒車
ノ齒數ヲ八箇トシ、P, Q ノ距離ヲ二種ニスルニハ、車ノ中心カ
ラ P, Q ノマデノ距離ヲドレクラキニスレバヨイカ。コレヲ計算
デ求メヨ。



四 次ノ式ニ適スル角 x° ヲ求メヨ。

$$\sin x^\circ = 0.4756, \quad \sin x^\circ = 0.9620$$

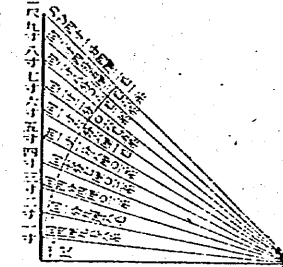
$$\cos x^\circ = 0.8493, \quad \cos x^\circ = 0.1016$$

$$\tan x^\circ = 0.9218, \quad \tan x^\circ = 2.0570$$

五 「塵劫記」トイフ江戸時代
ノ數學ノ書物ニ、「幻配ノのC」
トシテ、右ノヤウナ圖ガ載セテ
アル。

コノ圖ノ意味ヲ説明セヨ。

次ニ、「のC」ノ値ガ正シイカ
ドウカラ確カメヨ。



六 兩軸ノ單位ノ長サヲ同ジニシテ、一次函數 $y = 3x - 7$ ノ
圖表ヲ書クト、ソノ直線ハ x 軸ニ對シテドレクラキ傾イテキル

カ、各自ニ圖表ヲ書イテ、傾キノ角ヲ分度器デ測レ。

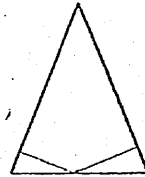
次ニ、數表ヲ用ヒテソノ角ヲ求メヨ。

四 種々ノ問題

一 底面ノ一邊ガ一尺五寸ノ正四角柱カラ角ヲ切り落シテ正八角柱ヲ作ルト、ソノ底面ノ一邊ハ幾ラニナルカ。

二 二等三角形ノ底邊上ノ一點カラ他ノ二邊ニ引イタ二ツノ垂線ノ和ハ、コノ點ノ位置ニ關係ナク一定デアル。コレヲ證明セヨ。

三 三角形ノ頂角ノ二等分線ハ、底邊ヲソノ角ヲハサム二邊ノ長サノ比ニ内分スル。コレヲ證明セヨ。



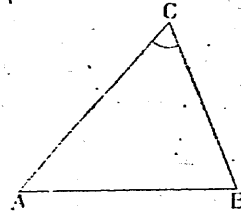
四 右ノ圖ニ示シタ二地點 A, B 間ノ距離ヲ測量スルノニ、AC, BC 及ビ角 C ヲ測ツタラ、次ノヤウデアツタ。

$$AC = 36.5 \text{ 尺}$$

$$BC = 28.4 \text{ 尺}$$

$$\angle C = 63^\circ 30'$$

地點 A, B ノ距離ハ幾ラカ。



五 三角形ノ邊ヤ角ノウチ、ドレダケキマルト三角形ガ書ケルカ。

ソノ各ノ場合ニ、殘リノ邊ガアレバ、ソノ長サヲ求メヨ方法ヲ考ヘヨ。又、殘リノ角ヲ求メヨ方法ハドウカ。

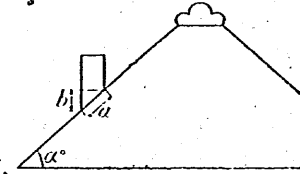
邊ノ長サヤ角ノ大キサヲ各自デ適當ニキメテ、實際ニ求メテ

ミヨ。

六 右ノ圖ニ示シタ煙突ハ正四角柱デ、ソノ上底ノ一邊ハ一尺デアル。屋根ノ勾配ガ四寸、

五寸、六寸ノ場合ニ就イテ、 α° 、

a , b ノ値ヲ計算シ、次ノヤウナ表ヲ作ツテ記入セヨ。



屋根ノ勾配	α°	a	b
四 寸			
五 寸			
六 寸			

七 高サ 10 米ノ建物ガアル。春分・夏至・秋分・冬至ノ正午ニ於ケル、コノ建物ノ影ノ長サヲ求メヨ。但シ、ソレヲノ日ノ正午ノ太陽ノ高度ハ、次ノ表ニ示シタ通りデアル。

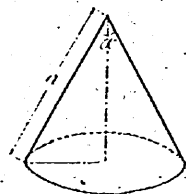
北緯	夏至	立夏 立秋	春分 秋分	立冬 立春	冬至
25°	88.4°	81.3°	65.0°	48.7°	41.6°
30°	83.5°	76.3°	60.0°	43.7°	36.6°
32°	81.5°	74.3°	58.0°	41.7°	34.6°
34°	79.5°	72.3°	56.0°	39.7°	32.6°
36°	77.5°	70.3°	54.0°	37.7°	30.6°
38°	75.5°	68.3°	52.0°	35.7°	28.6°
40°	73.5°	66.3°	50.0°	33.7°	26.6°
45°	68.5°	61.4°	45.0°	28.7°	21.6°
50°	63.5°	56.4°	40.0°	23.7°	16.6°

八 直圓錐ノ斜高ヲ a 、頂角ヲ α° トスル。

(i) 直円錐ノ高さ及ヒ底面ノ半径ヲ a , α° ノ式デ書ケ。

又, コノ直円錐ノ體積ヲ求メル式ヲ書ケ。

(ii) 斜高ヲ 10 トシテ, 頂角ト體積トノ關係ヲ示ス式ト圖表ヲ作レ。



圓 ト 球

一 弧 度

一ツノ圓デハ, 中心角トソレニ對スル弧ノ長サハ比例スル。ソレ故, 弧ノ長サデ中心角ノ大キサヲ測ルコトガデキル。

問一 種々ノ半径ノ圓デ中心角ガ等シイト, ソノ中心角ニ對スル弧ノ長サト圓ノ半径トノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

問二 半径 10 ノ圓デ, 長サ 10 ノ弧ニ對スル中心角ノ大キサハ何度何分カ。

問三 圓ノ半径ニ等シイ長サノ弧ニ對スル中心角ノ大キサハ一定デアル。コレヲ證明セヨ。

弧ノ長サガ圓ノ半径ニ等シイ時, ソノ弧ニ對スル中心角ノ大キサヲ「弧度」トイフ。弧度ヲ單位トスル角ノ測リ方ヲ「弧度法」トイフ。

角ノ大キサヲ弧度法デ表ス場合ニ, 單位ノ弧度ノハツクコトガ多イ。

問四 同ジ角ヲ弧度法デ測ルト α , 分度器デ測ルト A° デアツタトスル, α, A ノ間ニ次ノ關係ガアル。コレヲ證明セヨ。

$$\alpha : \pi = A : 180$$

問五 次ノ角ヲ弧度デ表セ。

$$180^\circ, \quad 90^\circ, \quad 60^\circ, \quad 45^\circ, \quad 30^\circ$$

問六 半径 a ノ圓デ中心角ガ α デアルト, ソレニ對スル弧ノ長サハドノヤウナ式デ書き表サレルカ。

又, 中心角ガ b° デアルト, ソレニ對スル弧ノ長サハドノヤ

ウナ式で書き表サレルカ。

一 扇形ノ半径ヲ a , 中心角ヲ α トシテ, ソノ面積ヲ求メル式ヲ作レ。

二 次ノ角ヲ弧度で表セ。

270°, 100°, 15°

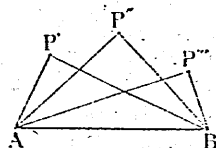
三 次ノ角ヲ度で表セ。

1, 2, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, π , $\frac{4}{3}\pi$, $\frac{7}{6}\pi$

二 圓 周 角

直線 AB ガアル。AB ノ同ジ側ニ點 $P', P'', P''', \dots$ ヲ取ツテ,

$$\begin{aligned}\angle AP'B &= \angle AP''B \\ &= \angle AP'''B \\ &= \dots \\ &= 90^\circ\end{aligned}$$



ニナルヤウニスルト, $P', P'', P''', \dots$ ハ, ドノヤウナ図形ノ上ニ並ヅカ, コレヲ調べヨウ。

問一 コノヤウナ點ヲ幾ツカ取ツテミヨ。ソレラノ點ハドノヤウナ図形ノ上ニ並ンデキルカ。又, ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

直線 AB ガアル。AB ノ同ジ側ニ點 $P', P'', P''', \dots$ ヲ取ツテ

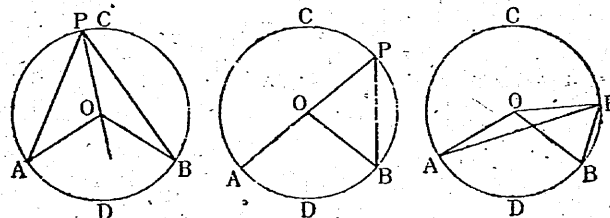
$$\angle AP'B = \angle AP''B = \angle AP'''B = \dots = 60^\circ$$

ニナルヤウニスルト, $P', P'', P''', \dots$ ハ, ドノヤウナ図形ノ上ニ並ヅカ, コレヲ調べヨウ。

問二 コノヤウナ點ヲ幾ツカ取ツテミヨ。ソレラノ點ハドノヤウナ図形ノ上ニ並ンデキルカ。圖ニ書イテ觀察セヨ。

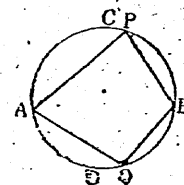
問二デ調べタコトガ, 一般ニ成リ立ツ理由ヲ明ラカニショウ。

問三 圓周上ノ二點 A, B デ分ケラレタ二ツノ弧ヲ ACB, ADB トスル。弧 ACB ノ上ニ點 P ヲ取ルト, 角 APB ハ弧 ADB ニ對スル中心角ノ二分ノ一デアル。コレヲ證明セヨ。



問四 圓ノ弧 ACB ガアル。點 P ガ弧 ACB ノ上ヲ動イテモ, 角 APB ノ大キサハ變ラナイ。コレヲ證明セヨ。

圓周上ノ二點 A, B デ分ケラレタ二ツノ弧ヲ ACB, ADB トスル。問四デ調べタヤウニ, 點 P ガ弧 ACB ノ上ノどこニアツテモ角 APB ノ大キサハ變ラナシ。同様ニ, 點 Q ガ弧 ADB ノ上ノどこ



ニアツテモ角 AQB ノ大キサハ變ラナイ。

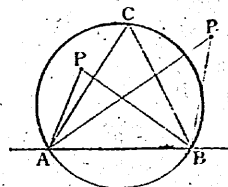
前頁ノ圖デ、角 APB ノ大キサヲ弧 ADB ニ對スル圓周角トイフ。同様ニ、角 AQB ノ大キサヲ弧 ACB ニ對スル圓周角トイフ。

又、弧 ACB ト弧 ADB ハ、共接デアルトイフ。

定理 同ジ圓デハ、等シイ弧ニ對スル圓周角ハ等シイ。

問五 上ノ定理ヲ證明セヨ。

問六 圓周上ノ二點 A, B ヲ兩端トスル弧ノ一ツヲ ACB トシ、直線 AB ニツイテ弧 ACB ト同ジ側ニ點 P ヲ取ル。 P ガ圓ノ外部ニアルト、角 APB ト角 ACB トノ大小關係ハドウナルカ。又、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。



P ガ圓ノ内部ニアル時ハドウカ。

問七 前問デ調べタコトヲ基ニシテ、問二デ調べタコトノ理由ヲ明ラカニセヨ。

一 圓ノ外部ニアル點カラ、ソノ圓ニ接線ヲ引ク方法ヲ考ヘヨ。

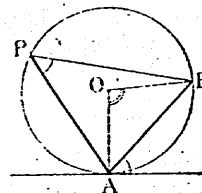
二 半径十種ノ圓周上ニ定點 A ト動點 P ガアル。 P ガ圓ノ圓周上ヲ毎秒一種ノ速サデ動クト、直線 AP ハ A ノマハリヲドウノヤウナ速サデ回轉スルカ。

三 AB ヲ球ノ直径トシ、 C ヲ球ノ球面上ノ點トスルト、角 ACB ノ大キサハ幾ラカ。

四 半径五種ノ球面上ニ二點 A, B ガアツテ、 AB ノ長サハ八種デアル。點 P ガ球ノ球面上ニアルト、角 PAB ノ大キサハドウノヤウナ範圍ニアルカ。

五 圓ノ弦 AB ト A デコノ圓ニ引イタ接線トガ作ル角ハ、コノ角ノ内部ニアル弧 AB ニ對スル圓周角 APB ニ等シイ。

コレヲ證明セヨ。



六 右ノ圖デ、曲線 APB ハ圓ノ弧デアル。コノヤウナ圖形ヲ弓形トイフ。又、角 APB ノ大キサガ α デアルト、コノ弓形ハ角 α ヲ含ムトイフ。



長サ 5 ノ直線ヲ弦トシ、角 $\frac{\pi}{3}$ ヲ含ム弓形ヲ書ケ。前問ヲ參考ニシテ、ソノ方法ヲ考ヘヨ。

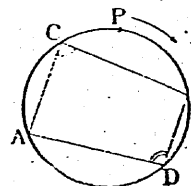
七 一ツノ弦ニ對スル弧ノ中點ハ、ソノ弦及ビソノ一端ニ於ケル接線カラ等距離ニアル。コレヲ證明セヨ。

八 全等ナニツノ三角形ノ對應邊ノ作ル角ハ總ベテ等シイ。圓周角ニ就イテノ定理ヲ用ヒテ、コレヲ證明セヨ。

三 内接四邊形

圓周上ノ二點 A, B ヲ兩端トスル二ツノ弧ヲ ACB, ADB トスル。點 P ガ弧 ACB ノ上ヲ動イテモ角 APB ノ大キサハ變ラナイ。

P ガ圓ノ圓周上ヲ動イテ B ヲ越エテシマヘバ、弧 ADB ノ上ヲ動イテキル間ハ、マタ角 APB ノ大キサハ變ラナイ。



問一 前頁ノ圖デ、角 $\angle ACB$ ト $\angle ADB$ トノ關係ヲ調べヨ。

問二 圓ニ内接スル四邊形ノ向カヒ合ツテキル角ノ間ニアル關係ヲ調べヨ。

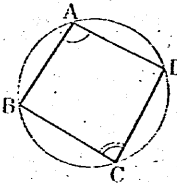
三角形デハドノヤウナ場合デモ外接圓ガ書ケル。

問三 三角形ノ三ツノ頂點ハ一ツノ圓ノ周上ニアル。ソノ圓ノ中心ノ求メ方ヲ言ヘ。

コノ圓ノ中心ヲ 三角形ノ外心 トイフ。

然シ、四邊形デハ必ズシモ外接圓ガアルトハ限ラナイ。

問四 四邊形デ向カヒ合ツテキル角ノ和ガ二直角デアルト。コノ四邊形ニハ外接圓ガアルト判斷シテヨイカ。



問五 次ノ四邊形ニハ外接圓ヲ書クコトガデキルカ。

- (イ) 矩形 (ロ) 平行四邊形
(ハ) 等脚梯形 (ニ) 菱形

問一ト問四デ調べタコトハ、次ノヤウニマツメルコトガデキル。

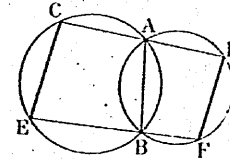
定理 四邊形ガ圓ニ内接スルナラバ、向カヒ合ツテキル二角ノ和ハ二直角デアル。

コノ逆モマタ成リ立ツ。

一 圓ニ内接スル梯形ハ等脚梯形デアル。コレヲ證明セヨ。

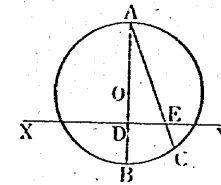
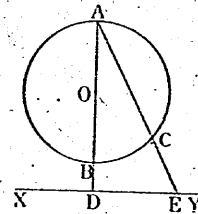
二 一平面上ノ四點ノ位置ニ就イテ、ドノヤウナ條件ガアルト、ソレヲ通ル圓ガ書ケルカ。

三 右ノ圖デ、 CAD , EBF ハソレゾレ二圓ノ交點 A , B ヲ通ル直線デアル。 CE ト DF ハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

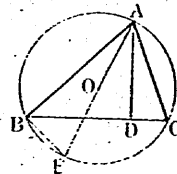


四 圓 O ト直線 XY ガアル。 XY ニ垂直ナ直徑 AB 或ハソノ延長ガ XY ト交ハル點ヲ D トシ、 A ヲ通ル他ノ直線ガ圓及ビ直線 XY ト交ハル點ヲソレゾレ C , E トスル。

コノ四點 B , D , E , C ヲ通ル圓ヲ書クコトガデキル。又、 $AC \cdot AE$ ハ一定デアル。コレヲ證明セヨ。



五 圓ノ弧 AB ノ中點ヲ M トシ、 M ヲ通ル弦 MC , MD ガ AB ト交ハル點ヲソレゾレ E , F トスル。四邊形 $ECDF$ ハ圓ニ内接スル。コレヲ證明セヨ。



六 三角形 ABC ノ頂點 A カラ向カヒ合ツテキル邊 EC ニオロシタ垂線ヲ AD トシ、

Aヲ通ル三角形ABCノ外接圓ノ直徑ヲAEトスル。

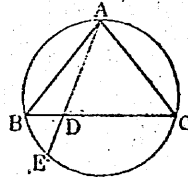
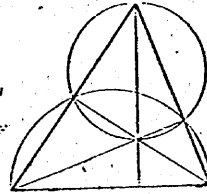
$$AB \cdot AC = AD \cdot AE$$

デアアルコトヲ證明セヨ。

七 三角形ノ各頂點カラ、コレニ向カヒ合ツテキル邊ニオロシテ垂線ハ一點デ交ハル。コレヲ證明セヨ。

コノ點ヲ 三角形ノ垂心 トイフ。

八 二等邊三角形ABCノ頂點Aヲ通ル直線ガ、底邊BC及ビ外接圓ト交ハル點ヲD、Eトスル、AD、AEノ積ハ直線ノ引き方ニ關係ナク一定デアアル。コレヲ證明セヨ。



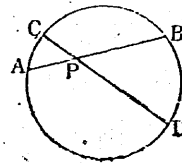
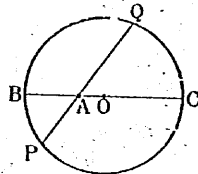
四 圓ノ比例線

半徑六極ノ圓Oノ内部ニ點Aガアル。OAヲ二極トシ、Aヲ通ル直徑ヲBCトスル。Aヲ通ル弦PQヲ引クト、PQトBCトノ作ル角ガ變ルニツレテAP、AQノ長サガ變ル。

問一 右ノ圖デ、B、P及ビC、Qヲ結ブト、相似三角形ガ出來ル。相似三角形ノ性質ヲ用ヒテ、 $AP \cdot AQ$ ヲ求メヨ。

問二 圓ノ二ツノ弦AB、CDガ、右ノ圖ノヤウニPデ交ハツテキル。

AP、BP、CP、DPノ長サニドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

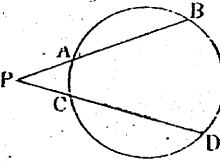


問三 半徑 a ノ圓Oノ内部ニ點Pガアル。OPノ長サヲ x トシ、Pヲ通ル弦ABノPデ分ケラレタ二ツノ部分ノ長サノ積 $PA \cdot PB$ ヲ y トシテ、 y ヲ a, x ノ式デ書き表セ。

上デ求メタ關係式ノ意味ヲ説明セヨ。

問四 右ノ圖ノヤウニ、圓ノ二弦AB、CDガ圓外ノ點Pデ交ハツテキル。PA、PB、PC、PDノ長サニドノヤウナ關係ガアルカ。

次ニ、問三ト同様ノコトヲ調べヨ。



問二ト問四デ調べタコトハ、次ノヤウニマツメルコトガデキル。

定理 圓ノ二ツノ弦又ハソノ延長ガ交ハツテキル時、各ノ弦ニ就イテ、ソノ交點カラ弦ノ兩端ニ至ル二直線ノ長サノ積ハ等シイ。

問五 球面Oト定點Pガアル。Pヲ通ル直線ガ球面ト交ハル點ヲA、Bトスル。

直線ガ動クト、 $PA \cdot PB$ ハ變ルカドウカ。

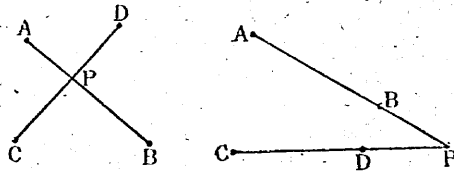
一 圓周上ノ點Cカラ直徑ABニオロシテ垂線ヲCDトスル。コノ時 $CD^2 = AD \cdot BD$ デアアル。コレヲ證明セヨ。

二 次頁ノ上ノ圖デPABハ割線デ、PCハ接線デアアル。

PA, PB, PC ノ長サニドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

次ニ、ソノ逆ガ成リ立ツカドウカラ調ベヨ。

三 次ノ圖ノヤウニ、二直線 AB, CD 又ハ雙方ノ延長ガ點 P デ交ハツテキテ $AP \cdot BP = CP \cdot DP$ デアルトスル。四ツノ點 A, B, C, D ハ同ジ圓周上ニアルカドウカ。



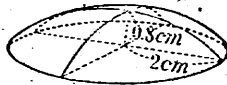
四 二圓ノ共通弦 AB ノ延長上ノ點 P カラ各ノ圓ニ接線ヲ引クト、ソノ接線ノ長サハ等シイ。コレヲ證明セヨ。

五 二圓 O, O' ノ共通弦 AB ノ上ノ點 P トスル。P ヲ通ル圓 O 或ハ圓 O' ノ弦ニ就イテ、P カラ弦ノ兩端ニ至ル二直線ノ長サノ積ハ一定デアル。コレヲ證明セヨ。

六 右ノ圖ハ、球ヲ平面デ二ツニ切ッタツノ一ツヲ示ス。

切り口ノ圓ノ半徑ハ二種デ、高サハ八種デアル。元ノ球ノ半徑ヲ計算セヨ。

一般ニ、切り口ノ圓ノ半徑ヲ x トシ、高サヲ y トシテ、元ノ球ノ半徑ヲ R ノ式デ書き表セ。



五 種々ノ問題

一 三角形ニ内接スル圓ヲ書ケ。

三角形ニ内接スル圓ノ中心ヲ 三角形ノ内心 トイフ。

二 三ツノ直線ガ二ツツツ交ハツテキル。

コノ三直線ノ總ベテニ接スル圓ヲ全部書ケ。

三角形ノ一邊ト他ノ二邊ノ延長トニ接スル圓ヲ 三角形ノ傍接圓 トイヒ、ソノ圓ノ中心ヲ 傍心 トイフ。

三 三角形 ABC ノ頂角 A ノ

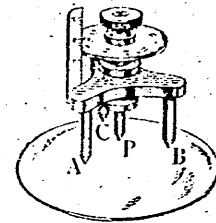
二等分線ガ、底邊 BC 及ビソノ外接圓ト交ハル點ヲ D, E トスル。AD, AE ノ長サニドノヤウナ關係ガアルカ。

次ニ、ソノ二等分線 AD ノ長サヲ計算セヨ。

四 互ニ外側ニアル二圓ノ共通ナ接線ノ長サヲ式ニ書き表セ。但シ、二圓ノ半徑ヲ r, r' トシ、中心ヲ結ブ直線ノ長サヲ a トセヨ。

五 右ノ圖ニ示シタノハ、球ノ直徑ヲ測定スルノニ用ヒル器械デ球指トイフ。

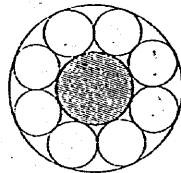
コノ三脚ノ端 A, B, C ハ正三角形ヲ作り、中央ノ棒ハコノ正三角形ノ中心ヲ通り、ソノ面ニ垂直ナ線ニ沿ツテ上下ニ動キ、先端 P ト平面 ABC トノ距離ガ



讀メルヤウニナツテキル、

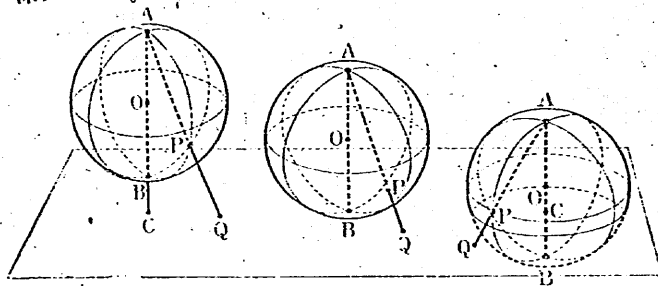
A, B, C, P 四ツノ球面上ニ置イタ時、P ト平面 ABC ト
ノ距離ヲエトスル、球ノ半径ハドノヤウナ式デ書き表サレル
カ、但シ、正三角形 ABC ノ一辺ヲ a トセヨ、

六 直径二種ノ車軸ノマハリニ、八箇ノ
同ジ大キサノ球ヲ、右ノ圖ノヤウニ詰メヨ
ウト思フ、



球ノ半径ヲ幾ラニスレバヨイカ、

七 球面ト平面ガアル、平面ニ垂直ナ球
ノ直径ノ一端ヲ A トシ、A カラ引イタ他ノ直線ガ球面及ビ平
面ト交ハル點ヲ P, Q トスル、AP, AQ ノ長サニドノヤウナ關
係ガアルカ、



八 正四面體ノ四ツノ面ニ接スル球ヲ考ヘルコトガデキル、
ソノ中心ノ位置ハドコカ、

又、ソノ半径ハ幾ラリ、一稜ノ長サヲ a トシテ計算セヨ、

k240.4~3~2.1b-2.3b

秋 9. 7. 31

95120476

佐藤良一郎氏
寄附 入 乙