

K240.4

3a

中等數學

四

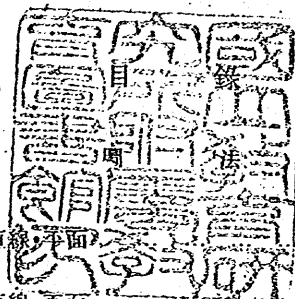
第二類

文部省

[前] ¥ .50

文部省調查會刊行贈

(71)



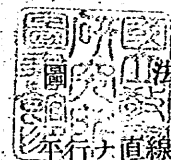
- 一 平行ナ直線・平面 1
- 二 垂直ナ直線・平面 6
- 三 一般ノ位置ニアル直線・平面 9

昭和21年4月1日印刷 同日發刻印刷
 昭和21年4月5日發行 同日發刻發行
 [昭和21年4月5日 文部省検査済]

著作権所有 著 作 者 文 部 省
 發 行 者

APPROVED BY MINISTRY
 OF EDUCATION
 (DATE Apr. 1, 1946)

發刻發行者 中等學校教科書株式會社
 代表者 龜 井 寅 雄
 東京市牛込區市谷區町一丁目十二番地
 印 刷 者 大日本印刷株式會社
 代表者 佐 久 間 長 吉 郎



一 平行ナ直線・平面

一 直線・平面ノ位置關係

二ツノ平面ノ位置關係ハ、次ノ二ツノ場合ニ分ケラレル。

- 二平面ノ位置關係 { (一) 交ハル場合
 (二) 平行ナ場合

直線ト平面ノ位置關係ハ、次ノ三ツノ場合ニ分ケラレル。

- 直線ト平面ノ位置關係 { (一) 交ハル場合
 (二) 直線ガ平面ニ含マレル場合
 (三) 平行ナ場合

二直線ノ位置關係トシテ、ソノ二直線ヲ含ム平面ガアル時ト
 ナイ時ガアル。

二直線ヲ含ム平面ガアル時ハ、交ハル場合ト交ハラナイ場合
 (即チ、平行ナ場合)トニ分ケラレル。又、二直線ヲ含ム平面ガナ
 イ時ニハ、ソレラハ交ハリモジナケレバ、平行デモナイ。隨ッ
 テ、二直線ノ位置關係ハ、次ノ三ツノ場合ニ分ケラレル。

- 二直線ノ位置關係 { (一) 交ハル場合
 (二) 平行ナ場合
 (三) 交ハリモジナイモ、又平行
 デモナイ場合

二直線ガ上ノ(三)ニ達ベタ位置ニアル時、ソレラハ、扱レノ位置ニアルトイフ。
 二直線ノ位置關係デ(二)ハ、二直線ガ同ジ平面ノ上ニアツテ、

且ツ、交ハラナイ場合デアル。故ニ、交ハラナイ二直線ノ位置關係ハ、(二)及ビ(三)ノ二ツノ場合ニ分ケラレル。即チ、交ハラナイ二直線ハ、平行ナ位置ニアルカ、捩レノ位置ニアルカノ何レカデアル。随ツテ、二直線ガ平行デアルコトヲ主張スルニハ、ソノ二直線ガ同じ平面ノ上ニアルコトト、ソレガ交ハラナイコトトノ二ツノコトガラフ證明シナケレバナラナイ。

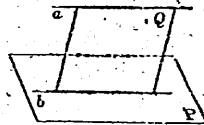
問一 直方體ノ稜デ、捩レノ位置ニアルノハドレカ。コレヲ圖ニ書イテ示セ。

二 平行ナ直線ト平面

平行線 a, b ガアル。 b ヲ含ム平面 P ハ a ヲ含ムカ、 a ニ平行デアル。

P ガ a ヲ含マナイ場合ニハ、 P ハ a ニ平行デアル。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 a, b ハ平行デアルカラ、同じ平面ノ上ニアル。コノ平面ヲ Q トスル。 P, Q ニ共通ナ點ハ b ノ上ニアル點ダケデアル。故ニ、 a, P ニ共通ナ點ガアルトスレバ、ソレハ b ノ上ニナケレバナラナイ。即チ、ソノ點ハ a, b ニ共通ナ點トナル。然ルニ a, b ハ平行デアルカラ、 a, b ニハ共通點ガナイ。故ニ a, P ニ共通ナ點ガナイ。随ツテ、 P ハ a ニ平行デアル。



上デ證明シタコトヲ、定理トシテマトメテ置ク。

定理 二ツノ平行線ガアル時、ソノ一方ダケヲ含ム平面ハ、他ノ一方ニ平行デアル。

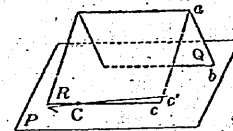
問一 直線 a ト平面 P ガ平行デアル。 a ヲ含ンデ P ト交ハル

平面 Q ヲ作ルト、ソノ交線 b ハ a ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

問二 直線 a ハ平面 P ガ平行デアル時、 P 上ノ點 X ヲ通ツテ a ニ平行ナ直線 b ヲ引クト、 b ハ P 上ニアル。コレヲ證明セヨ。 a ト X トデ決定スル平面ヲ Q トシ、 Q, P ノ交線ヲ作ツテ考ヘヨ。

直線 a ニ平行ナ二直線 b, c ハ平行デアル。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 c 上ノ任意ノ點ヲ C トシ、 C ト b トデ決定スル平面ヲ P トスル。又、 a, b ノ決定スル平面ヲ Q トシ、 a, c ノ決定スル平面ヲ R トスル。



先ツ、 b, c ガ同じ平面ノ上ニアルコトヲ證明スル。 a, b ハ平行デアルカラ、 b ヲ含ム平面 P ハ a ニ平行デアル。今、 P 上ノ點 C ヲ通ツテ a ニ平行ナ直線 c' ヲ引クト、 c' ハ P 上ニアル。又、 c, c' ハ共ニ一點 C ヲ通ツテ a ニ平行ナ直線デアルカラ、 c, c' ハ一致スル。故ニ c ハ P 上ニアル。依ツテ、 b, c ハ P ノ上ニアル。

次ニ、 b, c ガ出會ハナイコトヲ證明スル。若シ b, c ガ交ハルトスルト、ソノ交點ハ Q ノ上ニモアリ、又、 R ノ上ニモアルコトトナル。故ニ Q, R ノ交線 a ノ上ニアルコトトナル。随ツテ、 a, b, c ガ同じ點デ出會フコトニナリ、不合理デアル。依ツテ、 b, c ハ出會ハナイ。

上デ證明シタコトヲ、定理トシテマトメテ置ク。

定理 同一直線ニ平行ナ二直線ハ平行デアル。

三 平行ナ平面

平面 P トソノ平面外ニ點 A ガアル。 A ヲ通ツテ P ニ平行ナ二直線 a, b ヲ引キ、ソレラガ決定スル平面ヲ Q トスルト、 Q ハ

P = 平行デアル。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 平面 P, Q が交ハルトシ、

ソノ交線ヲ c トスル。 c ハ a, b ノ

ドレニモ平行トナリ、随ツテ、 $a,$

b ハ一致スルコトトナル。コレハ

不合理デアル。依ツテ、 P, Q ハ平行デアル。

上デ證明シタコトヲ、定理トシテマツメテ置ク。

定理 交ハル二直線ノ各、ガ同一平面ニ平行デアルト、コノ二直線ヲ含ム平面モマツノ平面ニ平行デアル。

問一 交ハル二直線ガソレゾレ他ノ交ハル二直線ニ平行ナ時、コレヲ含ム二ツノ平面モマツ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二ツノ角 $XAY, X'A'Y'$ デ、 $AX, A'X'; AY, A'Y'$ ガソレゾレ同ジ方向デ且ツ平行デアルト、ソノ二ツノ角ノ大キサハ等シイ。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 $AX, A'X'$ 上ニソレゾレ點 B, B' ヲ、 $AB = A'B'$ トナルヤウニ取り、又、 $AY, A'Y'$ 上ニソレゾレ點 C, C' ヲ、 $AC = A'C'$ トナルヤウニ取ル。

$AB = A'B'$ 且ツ $AB \parallel A'B'$ デアルカラ、四邊形 $ABB'A'$ ハ平行四邊形トナル。

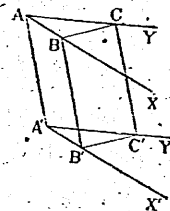
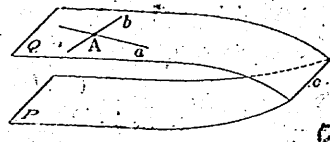
故 = $BB' = AA', BB' \parallel AA'$

上ト同様ニシテ $CC' = AA', CC' \parallel AA'$

故 = $BB' = CC', BB' \parallel CC'$

随ツテ、四邊形 $BB'C'C$ ハ平行四邊形トナリ、 $BC = B'C'$ トナル。

三角形 $ABC, A'B'C'$ デ、三組ノ對應スル邊ガソレゾレ等シイカラ、



ソレハ合同デアル。

故 = $\angle BAC = \angle B'A'C'$

上デ證明シタコトヲ、定理トシテマツメテ置ク。

定理 二ツノ角ノ邊ガソレゾレ同ジ方向デ、且ツ平行デアルト、ソノ二ツノ角ノ大キサハ等シイ。

一 二ツノ平行平面ガ第三ノ平面ト交ハル時、ソノ交線ハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二 三ツノ平面 P, Q, R ガ二ツツツ交ハツテキル。 P, Q; Q, R; R, P ノ交線ヲソレゾレ a, b, c トスル。 a, b, c ノ位置關係ニ就イテ、次ノコトヲ證明セヨ。

(一) a ガ R ノ上ニアルト、 a, b, c ハ一致スル。

(二) a ガ R ニ平行デアルト、 a, b, c ハ平行デアル。

(三) a ガ R ニ交ハルト、 a, b, c ハ一點デ交ハル。

三 平行ナ二直線ノ一ツツツヲ含ム二平面ガ交ハルト、ソノ交線ハ元ノ平行線ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

四 交ハル二平面ノ各、ガ同ジ直線ニ平行デアルト、ソノ交線モマツノ直線ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

五 空間ニアル四點ヲ A, B, C, D トスル。 AB, BC, CD, DA ノ中點ヲソレゾレ P, Q, R, S トスルト、四邊形 PQRS ハ平行四邊形デアル。コレヲ證明セヨ。

四點 A, B, C, D ガ同ジ平面ノ上ニナイ場合ニ、 AB, BC, CD, DA デ作ル圖形ヲ、長レ四邊形 トイフ。

二 垂直ナ直線・平面

一 垂直ナ直線ト平面

平面ト交ハル直線ガ、ソノ交點ヲ通ツテコノ平面上デ引イタドノ直線ニモ垂直デアル時、コノ直線ヲ平面ノ 垂線 トイヒ、ソノ交點ヲ 垂線ノ足 トイフ。

平面 P = 交ハル直線 p ガアル。ソノ交點 O ヲ通り、 P 上デ引イタ二直線 a, b ガ、イヅレモ p = 垂直デアルト、 p ハ P = 垂直デアル。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 P 上デ、 O ヲ通り、 a, b ト異なる直線ヲ引キ、コレヲ c トスル。又、 a, b, c = 交ハル直線 x ヲ引キ、交點ヲソレソレ A, B, C トスル。今、直線 p 上ニ二點 X, X' ヲ取ツテ、 $XO = OX'$ トナルヤウニスルト、 p ハ a, b = 垂直デ、 $XO = OX'$ デアルカラ

$$\triangle AOX \equiv \triangle AOX', \quad \triangle BOX \equiv \triangle BOX'$$

$$\text{故ニ} \quad AX = AX' \quad BX = BX'$$

三角形 ABX, ABX' デ、三組ノ對應スル邊ノ長サガソレゾレ等シイカラ

$$\triangle ABX \equiv \triangle ABX' \quad \text{故ニ} \quad \angle XBC = \angle X'BC$$

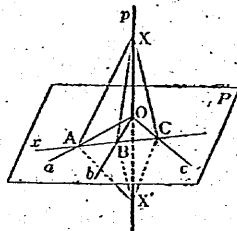
又、三角形 BCX, BCX' デ、二組ノ對應スル邊ノ長サトソノ夾ム角トガソレゾレ等シイカラ

$$\triangle BCX \equiv \triangle BCX' \quad \text{故ニ} \quad CX = CX'$$

三角形 COX, COX' デ、三組ノ對應スル邊ノ長サガソレゾレ等シイカラ

$$\triangle COX \equiv \triangle COX' \quad \text{故ニ} \quad \angle COX = \angle COX'$$

$$\angle COX + \angle COX' = 2\angle R \quad \text{デアルカラ} \quad \angle COX = \angle R$$



随ツテ

$p \perp c$

上デ證明シタコトヲ、定理トシテマトメテ置ク。

定理 交ハル二直線ノ交點ニ於イテ、ソノ兩方ニ垂直ナ直線ヲ引クト、ソノ直線ハ元ノ二直線ヲ含ム平面ニ垂直デアル。上ノ定理ニヨツテ、平面ニ垂線ノアルコトガ明確ニワカッタ。問一 平行ナ二平面ノ一方ニ垂直ナ直線ハ、他ノ一方ニモ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

平行ナ平面ニ垂直ナ直線ヲ、ソレヲノ 共通垂線 トイフ。

問二 一直線上ノ定點デ垂線ヲ作ルト、ソレハスベテ同じ平面ノ上ニアル。コレヲ證明セヨ。

問三 一直線ニ垂直ナ二平面ハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二 垂直ナ二平面

交ハル二平面ヲ P, P' トスル。交線上ノ二點 A, B デ、交線ニ垂直ナ平面 Q, R ヲ作ル。 P, P' ガ Q ト交ハツテ出來ル直線ヲソレゾレ a, a' トシ、 R ト交ハツテ出來ル直線ヲソレゾレ b, b' トスル。

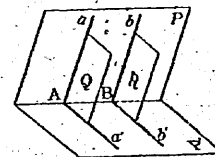
明ラカニ Q, R ハ平行デアルカラ

$$a \parallel b, \quad a' \parallel b'$$

トナル。随ツテ、 a, a' ノナス角ト b, b' ノナス角ガ等シイ。

上ノコトカラ、二平面ノ交線ニ垂直ナ平面ガ、ソノ二平面ト交ハツテ出來ル直線ノ作ル角ハ、一定デアルコトガワカル。

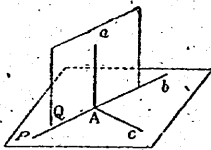
コノ一定ノ角ヲ 交ハル二平面ノナス角 トイフ。特ニ、二平面ノナス角ガ直角デアル時、ソノ二平面ハ 垂直デアル トイフ。



直線 a が平面 P に垂直デアル時、 a を含ム平面 Q は P に垂直デアル。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 a, P の交點ヲ A トシ、 P, Q の交線ヲ b トスル。

A を通り P 上デ引イタ b の垂線ヲ c トスレバ、 a, c は P 上モ b に垂直デアルカラ a, c は含ム平面 Q 上モ b に垂直ナル。故ニ、二平面 P, Q のナス角ハ二直線 a, c のナス角トナル。然ルニ、 a は P に垂直デアルカラ、 a と P 上ノ直線 c とのナス角モ直角デアル。故ニ、 P, Q は垂直デアル。



上デ證明シタコトヲ、定理トシテマツメテ置ク。

定理 一平面に垂直ナ直線ヲ含ム平面ハ、ソノ平面に垂直デアル。

上ノ定理ニヨツテ、平面に垂直ナ平面ノアルコトガ明確ニワカツタ。

垂直ナ平面ニ就イテ、次ノ定理ガ成リ立ツ。

定理 (一) 垂直ナ二平面ノ交線上デ、ソノ交線に垂直ニ一方ノ平面上ニ引イタ直線ハ、他ノ一方ノ平面に垂直デアル。

(二) 垂直ナ二平面ガアル時、交線上ノ點ヲ通り、一方ノ平面に垂直ニ引イタ直線ハ、他ノ一方ノ平面に含マレル。

問一 上ノ定理ヲ證明セヨ。

一 交ハル二平面ガ共ニ他ノ第三ノ平面に垂直デアルト、二平面ノ交線モマタ第三ノ平面に垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

・二 三平面ガ互ニ垂直デアルト、ソレラノ交線モマタ互ニ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三 交ハル二直線ガソレゾレ交ハル二平面に垂直デアルト、ソノ二平面ノ交線ト二直線ヲ含ム平面トハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

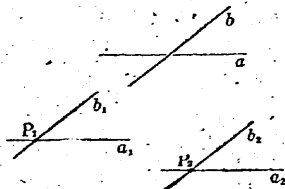
四 同ジ直線に垂直ナ直線ト平面トハ一般ニ平行デアル。又、同ジ平面に垂直ナ直線ト平面トハ一般ニ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

五 同ジ直線ニ平行ナ平面ト垂直ナ平面トハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三 一般ノ位置ニアル直線・平面

一 振レノ位置ニアル直線

振レノ位置ニアル二直線ヲ a, b トスル。二點 P_1, P_2 を取り、 P_1 を通ツテ a, b に平行ナ直線ヲ引キ、ソレゾレ a_1, b_1 トシ、又、 P_2 を通ツテ a, b に平行ナ直線ヲ引キ、ソレゾレ a_2, b_2 トスル。



明ラカニ、 a_1, b_1 ノ作ル角ト、 a_2, b_2 ノ作ル角トガ等シイ。随ツテ、振レノ位置ニアル二直線ガアル時、點 P を通ツテソノ二直線に平行ナ直線ヲ引クト、ソノナス角ハ P ノ位置ニ關係ナク一定デアル。

上ノヤウニシテ定マル一定ノ角ヲ 二直線ノナス角トイフ。特ニ、二直線ノナ

ス角が直角デアル時、ソレハ 垂直デアル トイフ。

上ノヤウニ二直線ノナス角ヲ定メルト、直線ト平面トノ垂直關係ハ、次ノヤウニ述ベルコトガデキル。

定理 直線ガ平面上ノ交ハル二直線ニ垂直デアルト、ソノ直線ト平面トハ垂直デアル。又、直線ガ平面ニ垂直デアルト、直線ハソノ平面上ニアルドノ直線ニモ垂直デアル。

問一 振レノ位置ニアル二直線ニ平行ナ平面ハ無數ニ多く、且ツ、ソレハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

問二 振レノ位置ニアル二直線ニ垂直ナ直線ハ無數ニ多く、且ツ、ソレハ平行デアル。コレヲ證明セヨ。

二 三垂線ノ定理

平面 P ノ上ノ一ツノ直線ヲ a トスル。 P 外ノ點 A カラ P ニ垂線ヲオロシテ、ソノ足ヲ B トシ、又、 B カラ a ニ垂線ヲオロシテ、ソノ足ヲ C トスル。 AC ハ a ニ垂直デアルコトヲ證明シヨウ。

〔證〕 AB ハ P ニオロシタ垂線デアルカラ

$$AB \perp a$$

$$\text{又} \quad BC \perp a$$

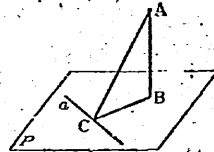
依ツテ、 a ハ平面 ABC ニ垂直デアル。

$$\text{故ニ} \quad AC \perp a$$

上デ證明シタコトヲ、定理トシテマトメテ置ク。

定理 平面外ノ點カラコレニ垂線ヲオロシ、ソノ足カラコノ平面上ニアル直線ニ垂線ヲオロスト、後者ノ垂線ノ足ト始メノ點トヲ結ブ直線ハ、平面上ノ直線ニ垂直デアル。

上ノ定理ヲ 三垂線ノ定理 トイフ。



上ノ定理ノ逆モ成リ立ツ。即チ、

定理 平面外ノ點カラコノ平面及ビ平面上ノ直線ヘ垂線ヲオロスト、ソノ二ツノ垂線ノ足ヲ結ブ直線ハ、平面上ノ直線ニ垂直デアル。

問一 上ノ定理ヲ證明セヨ。

問二 一點カラ交ハル二平面ノ各ニ垂線ヲオロシ、ソレハノ足カラ二平面ノ交線ニ垂線ヲオロスト、ソレハ二平面ノ交線上デ出合フ。コレヲ證明セヨ。

問三 投影圖デ、同ジ點ノ平面圖ト立面圖トヲ結ブ直線ハ基線ニ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三 正射影

一點カラ一平面ニオロシタ垂線ノ足ヲ、ソノ

點ノ平面上ニ投ズル正射影 トイフ。

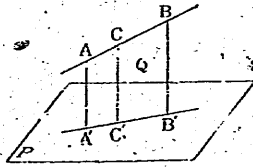
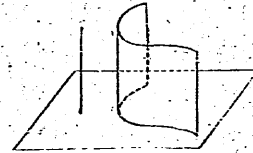
又、或ル圖形上ノ點ノ一平面上ニ投ズル正射影ガ作ル圖形ヲ、ソノ 圖形ノ平面上ニ投ズル正射影 トイフ。又、正射影ヲ作ル平面ヲ 投影面 トイフ。

直線ガ投影面ニ垂直デアル場合ニ、正射影ハ明ラカニ點デア。然シ、垂直デナイ場合ニハ、正射影ハ直線デアル。コレヲ證明シヨウ。

〔證〕 直線 AB 上ノ二點 A, B ノ平面

P 上ニ投ズル正射影ヲソレソレ A', B' ト

スル。二直線 AA', BB' ハ共ニ P ニ垂直デアルカラ平行デアル。随ツテ同ジ平面上ニアル。ソノ平面ヲ Q トスル。

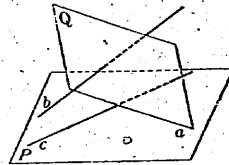


今、 AB 上ノ任意ノ點ヲ C トスル。 C カラ P ヘオロシク垂線ノ足ヲ C' トスルト、 AA' 、 CC' ハ平行デアリ、又、 AA' 及ビ C ハ Q ノ上ニアルカラ、 CC' モ Q ノ上ニアル。故ニ、 C' ハ Q ノ上ノ點デアル。随ツテ、 C' ハ P 、 Q ノ交線 $A'B'$ 上ノ點デアル。依ツテ、 C ノ正射影ハ $A'B'$ 上ニアル。

逆ニ、直線 $A'B'$ 上ノ任意ノ點ヲ C' トスル。 C' デ P = 立テク垂線ヲ c トスルト、 P 、 Q ハ垂直デアルカラ、 c ハ Q ノ上ニアル。二直線 AA' 、 c ハ平行デ、 AA' ガ AB ト A デ交ハツテキルカラ、 c モマク AB ト交ハル。ソノ交點ヲ C トスルト、 C' ハ C ノ正射影デアル。

故ニ $A'B'$ ハ AB ノ平面 P 上ニ投ズル正射影デアル。

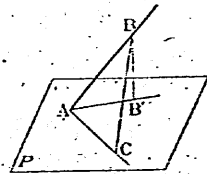
問一 交ハル平面ヲ P 、 Q トシ、ソノ交線ヲ a トスル。 Q = 垂直ナ直線 b ノ P 上ニ投ズル正射影ヲ c トスルト、 a 、 c ハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。



四 交ハル直線ト平面

平面 P トソレニ交ハル直線 AB ガアル。ソノ交點ヲ A トシ、點 B ノ P 上ニ投ズル正射影ヲ B' トスル。

A ラ一端トスル直線 AB ノ部分(コレヲ A ラ一端トスル半直線 AB トイフ)ト、 P 上デ A ラ一端トスル半直線トデ作ル角ノウチ、半直線 AB ノ正射影 AB' トデ作ル角ガ最モ小さい。コレヲ證明ショウ。



〔證〕 A ラ一端トシ、 P 上ニ引イタ半直線ヲ AC トスル。ソノ上ニ點 C ヲ取り、 $AB' = AC$ トスル。明ラカニ $BB' < BC$ デアル。

三角形 ABB' 、 ABC ハ、角 BAB' 、 BAC ノ夾ム二邊ノ長サガソレゾ

レ等シク、對邊ノ長サガ等シクナイカラ、邊ノ長イ方ニ對スル角ノ方ガ大キイ。随ツテ

$$\angle BAB' < \angle BAC$$

直線ト平面トガ交ハル時、ソノ直線トソノ平面上ヘノ正射影トノナス角ヲ、直線ト平面トノナス角トイフ。

問一 直線 AB ト平面 P ガアル。 AB ノ P 上ニ投ズル正射影ヲ $A'B'$ トシ、 AB ト P トノナス角ヲ α トスルト、次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

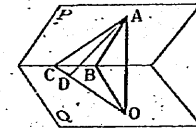
$$A'B' = AB \cos \alpha$$

問二 直線 p ト平面 P ガ交ハル時、 P ノ垂線ヲ p' トスルト、 p 、 p' ノナス角ト θ 、 p' ノナス角トノ和ハ直角デアル。コレヲ證明セヨ。

五 交ハル二平面

交ハル二平面ノ一方ノ上ニアル直線ガ他ノ平面トナス角ノウチ、ソノ交線ニ垂直ナモノガ最モ大キイ。コレヲ證明ショウ。

〔證〕 交ハル二平面ヲ P 、 Q トシ、 P 上ノ點 A カラ交線ニオロシク垂線ノ足ヲ B 、斜線ノ足ヲ C トスル。又、 A カラ Q = オロシク垂線ノ足ヲ O トスル。明ラカニ、直線 AB 、 AC ノ Q 上ニ投ズル正射影ハソレゾレ OB 、 OC デアル。



AO ハ Q = 垂直デ、 AB ハ BC = 垂直デアルカラ、 OB ハ BC = 垂直デアル。依ツテ $OB < OC$ トナル。

今、 OC 上ニ點 D ヲ取り、 $OD = OB$ トナルヤウニスル。直角三角形 AOB ト AOD ハ、直角ヲ夾ム二邊ガソレゾレ等シイカラ合同トナル。

故ニ $\angle ABO = \angle ADO$

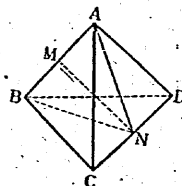
又、明ラガニ $\angle ADO > \angle ACO$

随ツテ $\angle ABO > \angle ACO$

前頁ノ圖デ、角 ABO ハ明ラカニ二平面 P, Q ノナス角デアル。

問一 交ハル二平面ヲ P, Q トシ、P, Q ニ垂直ナ直線ヲソレゾレ p, q トスル。P, Q ノナス角ト p, q ノナス角トノ關係ヲ調べヨ。

一 正四面體ノ向カヒ合ツテキル稜ノ中點ヲ結ブ直線ハ、ソノ二ツノ稜ニ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。



二 正四面體ノ向カヒ合ツテキル稜ハ垂直デアル。コレヲ證明セヨ。

三 振レ位置ニアル二直線ヲ p, p' トシ、 p 上ノ二點 A, B カラ p' ニオロシタ垂線ノ足ヲソレゾレ A', B' トスル。 p, p' ノナス角ヲ α トスルト、次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$A'B' = AB \cos \alpha$$

四 振レノ位置ニアル二ツノ直線ノドチラニモ直角ニ交ハル直線ガアル。又、ソノヤウナ直線ハ唯一ツニ限ル。コレヲ證明セヨ。

振レノ位置ニアル二直線ニ平行ナ平面ヲ作り、ソノ上ニ二直線ノ正射影ヲ作ツテ考ヘヨ。

五 三角形 ABC ト平面 P ガアル。三角形 ABC ノ P 上ニ投影ナル正射影ヲ $A'B'C'$ トシ、平面 ABC ト P トノナス角ヲ α トスルト、次ノ等式ガ成リ立ツ。次ノ圖ヲ參考ニシテコレヲ證明セヨ。

中等數學

四

第二類

文部省

[中] ¥1.25

文部省調查會刊行課寄贈

(71)