

五 指數定理

正ノ數ノ累乗ノ指數ニ關スル計算規則ヲ調べヨウ。

問一 m, n ヲ正ノ整數トスルト、次ノ等式ガ成リ立ツ。コノ理由ヲ明ラカニセヨ。

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}, \quad (ab)^n = a^n b^n$$

コレヲ 指數定理 トイフ。

前節デ調べタコトカラ、 $a^m \times a^n = a^{m+n}$, $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ガ擴張サレタ指數ニ就イテモ成リ立ツコトハ明ラカデアル。

問二 m, n ガ分數デアツテモ、 $(a^m)^n = a^{mn}$ ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

問三 m, n ガ分數デアツテモ、 $(ab)^n = a^n b^n$ ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

上ノヤウナ手順ヲ繰り返スト、指數定理ハ擴張サレタ指數ニ就イテモ、ソノママ成リ立ツコトガ證明サレル。随ツテ、指數ニ關スル計算規則ハ、指數ガ正ノ整數ノ場合ト同ジデアルコトガワカル。

a ガ正ノ數デアツテ、二數 x, y ノ間ニ $y = a^x$ ノ關係ガアル時、 x ヲ a ヲ底トスル y ノ對數 トイヒ、コレヲ $\log_a y$ ト書き表ス。特ニ、10 ヲ底トスル對數ヲ常用對數 トイヒ、 $\log y$ ト書き表ス。

ワレワレノ用ヒル數ハ十進法デ表サレテキルカラ、數ノ乗除

中等數學

三

第二類

文部省

[中] ¥ .25

文部省
印刷局
發行
録
贈

(71)



昭和21年4月18日印刷 訂正印刷 (中)
昭和21年4月22日發行 訂正印刷 定価 25銭
[昭和21年4月22日 文部省検査済]

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(Date Apr. 18, 1946)

著作権所有

著 作 者 發 行 者 翻 刻 者 發 行 者 印 刷 者	文 部 省 東京都神田區岩本町三番地 中等學校教科書株式會社 代表者 龜井寅雄 東京府牛久保市谷加町一丁目十二番地 大日本印刷株式會社 代表者 佐久間長吉郎
---	--

發行所 中等學校教科書株式會社

教科書番號 71ノ三

六 計算圖…	15
七 種々ノ問題…	17

周 期 運 動

一 圓運動ト三角函數…	19
二 單振動…	23
三 運動ノ合成…	27
四 加法定理…	31
五 種々ノ問題…	34

三 角 形 ノ 解 法

一 三角形ノ解法 (一) …	36
二 三角形ノ解法 (二) …	39
三 三角形ノ面積…	42
四 三角函數ノ圖形ヘノ應用…	44
五 種々ノ問題…	46

軌 跡

一 點ノ運動…	48
二 軌跡 (一) …	50
三 軌跡 (二) …	53
四 軌跡ト作圖…	57
五 種々ノ問題…	59

計算ヲ行ナフタメニ、常用對數ヲ最も都合ガヨイ。

問四 M, N ガ正ノ數デアリ時、次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N, \quad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

一 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(一) (a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}})^6 \quad (二) a^{-\frac{1}{2}} b^3 \times a^{\frac{2}{3}} b^{-4}$$

二 次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

三 $\log_5 5$ ハ、 $\log 5 \div \log 2$ ト計算シテ求メルコトガデキル。コレヲ證明セヨ。

四 昭和十五年頃ノワガ國ノ内地人口ハ約七千五百萬デアッタ。一年ゴトニ千人ニ就イテ十四人ノ割合デ増加スルモノトスレバ、人口ガ二億ニナルノハ凡ソ何年ノ後カ。

六 計 算 圖

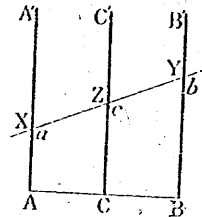
本節デハ、圖ヲ用ヒテ種々ノ計算ヲ簡單ニスルコトヲ工夫シヨウ。

問一 長サノ等シイ三ツノ直線 AA', CC', BB' ヲ次頁ノ圖ノマツニ等シイ間隔デ平行ニ引ク。コレヲト交ハル一直線ヲ引イテ、交點ヲソレゾレ X, Z, Y トスルト、AX, CZ, BY ノ長サ

ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

又、 AA' , CC' , BB' ニ、計算尺ト同様
ナ等シイ對數目盛ガ附ケテアルトスル。

一直線上ニアル AA' , CC' , BB' ノ目盛ヲ
ソレソレ a , c , b トスルト、コレラノ間
ニハドノヤウナ關係ガアルカ。



問二 前問デ、目盛 a , b ノ積ガ CC' 上デ讀メルヤウニスル
ニハ、 CC' ニドノヤウナ目盛ヲ附ケレバヨイカ。

又、本問デ調べタヤウナ圖ヲ作り、コレニ定木ヲ當テテデキ
ル計算ヲ考ヘヨ。

コノヤウナ圖ヲ 計算圖 トイフ。

問三 胸圍 $\div$ 身長 $\times 100$ ヲ比胸圍トイフ。身長ト胸圍トカラ
比胸圍ヲ求メル計算圖ヲ作レ。但シ、身長ハ 90 釐カラ 2 米マ
デ、胸圍ハ 40 釐カラ 1 米マデノ範圍トスル。

問四 三數 x, y, z ノ間ニ $x^2 + y^2 = z^2$ ノ關係ガアル。 z ヲ 1
トスルト、 x, y ノ關係ヲ示ス圖表ハドノヤウニナルカ。

又、コレニ z ヲ 2, 3, 4, トシテ出來ル圖表ヲ書き加ヘ
ヨ。コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立ツカ。

一 問一ノ圖デ、 $AC:CB=2:1$ トスルト、 AX, BY, CZ ノ
長サノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

又、コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立ツカ。

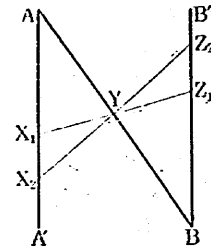
二 前問デ、三ツノ直線ニ目盛ヲ適當ニ附ケルト、 a, b ヲ知

ツテ ab^2 ヲ求メル計算圖ガ作ラレル。三ツノ直線ニドノヤウナ
目盛ヲ附ケレバヨイカ。

三 二點 A, B ヲ通ツテ反對ノ方向ニ
平行ナ直線 AA', BB' ヲ引ク。

AB 上ノ一點 Y ヲ通ツテ幾ツカノ直
線ヲ引キ、 AA', BB' トノ交點ヲシレッ
レ $X_1, Z_1; X_2, Z_2; \dots$ トスル。

$AX_1, BZ_1; AX_2, BZ_2; \dots$ ノ長サノ間
ニドノヤウナ關係ガアルカ。



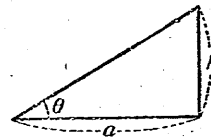
次ニ、 AA', BB', AB ニ目盛ヲ適當ニ附ケテ、 AA' ノ目盛ヲ
 BB' 目盛デ割ツク商ガ、 AB ノ目盛ニナルヤウニセヨ。

四 水平距離 a ト仰角 θ トヲ知レバ、
ソノ高サ h ガ求メラレル。

a ハ 100 米カラ 200 米マデ、 θ ハ 0°

カラ 15° マデノ範圍ニアルモノトシテ、

a, θ カラ h ヲ讀ミ取ルコトノデキル計算圖ヲ作レ。



五 三數 x, y, z ノ間ニ $z=xy$ ノ關係ガアル。 z ヲ 1 トス
ルト、 x, y ノ關係ヲ示ス圖表ハドノヤウニナルカ。

又、コレニ z ヲ 2, 3, 4, トシテ出來ル圖表ヲ書き加ヘ
ヨ。コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立ツカ。

七 種々ノ問題

一 單振子ノ長サヲ l 釐トシ、ソノ周期ヲ T 秒トスルト、

$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{980}}$ ノ關係ガアル。周期ガ 1 秒及ビ 2 秒ノ單振子ヲ

作ルニハ、ソノ長サヲソレゾレ何程ニスレバヨイカ。

二 元金 850 圓ヲ年利 3 分、半年ゴトノ複利デ預ケ入レルト、十年後ニハ元利合計凡ソ何程ニナルカ。

三 計算尺ノ A 尺ト D 尺ヲ用ヒルト、數ノ二乗及ビ二乗根ヲ求メルコトガデキル。コノ方法ヲ述ベヨ。

又、對數ヲ用ヒテ、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

四 直方體ノ三稜ノ長サカラ、ソノ體積ヲ求メルコトノデキル計算圖ヲ考案セヨ。

五 方程式 $x^2 + px + q = 0$ デ、 x ヲ 1, 2, 3, ..., -1, -2, -3, ... トスルト、 p, q ノ關係ヲ示ス圖表ハソレゾレドノヤウニナルカ。

又、コノヤウナ圖表ヲ作ツテオクト、ドノヤウナ計算ニ役立ツカ。

六 直角ニ交ハル座標軸ノ兩方ニ、原點ヲ 1 トシテ對數目盛ヲ附ケテヨク。コノ軸ヲ用ヒテ $y = x^2$ ノ圖表ヲ書クト、ドノヤウナ線ニナルカ。

又、 $y = 3x^2$ ノ圖表ヲ書クトドウカ。

周期運動

一 圓運動ト三角函數

柱時計ノ振子ヤ時計ノ針ノ位置ハ刻々ニ變化スル。シカシ、イヅレモ一定ノ時間ガタツト元ノ位置ニ戻ツテ、マタ同ジ變化ヲ繰リ返ス。

コノヤウナ運動ヲ 周期運動 トイヒ、一定ノ時間ヲ 周期 トイフ。周期運動ヲシテキル物ノ位置ハ 周期的ニ變化シテキル トイフ。

太陽ノ周リニ於ケル地球ノ運行、月ノ満ち虧ケナド、自然現象ノウチニモ周期的ニ變化スルモノガ多イ。

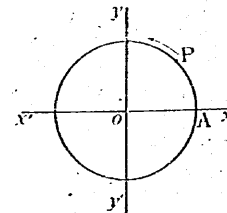
問一 周期的ニ變化シテキルモノノ例ヲ舉ゲヨ。

又、大體周期的ニ變化シテキルモノノ例ヲ舉ゲヨ。

半徑十厘米ノ圓ガアツテ、一點 P ガコノ周上ヲ毎分五回ノ割合デ、左廻リニ回轉シテキル。コノ P ノ運動ハ周期運動デアル。

圓ノ中心ヲ原點トスル直交軸ヲ取り、P ガ右ノ圖ノ A ヲ通ル時カラ時間ヲ測リ

始メルモノトシテ、P ノ運動ヲ式ニ書き表シテミヨウ。



問二 次ノ各時刻ニ於ケル P ノ位置ヲ調べ、ソノ座標ヲ言ヘ。

2 秒後, 3 秒後, 5 秒後, 10 秒後

5 秒前, 10 秒前, 20 秒前, 30 秒前

運動シテキル點 P ノ定點 O カラ視測スル場合ニ、OP ノ 動徑 トイヒ、動徑ガ單位時間ニ回轉スル角ノ大キサヲ、O ニ對スル P ノ 角速度 トイフ。

問三 P ノ角速度ハ何程カ、ソレヲ度デ表セ、又、弧度デ表セ。

問四 P ノ座標ヲ (x, y) トスル、初メカラ 3 秒後マデノ範圍デハ、時間 t 秒ト x, y トノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ、ソレヲ式ニ書き表セ。

又、3 秒後カラ 6 秒後マデノ範圍デハドウカ、3 秒前カラ基準ニナル時刻マデノ範圍デハドウカ。

問 O ノ周上ヲ毎秒 α 弧度ノ割合デ、左廻リニ回轉スル點 P ガアル。 t 秒後ノ P ノ座標ヲ (x, y) トスル時、 t ノ値ニ關係ナク、次ノ一組ノ式デ P ノ運動ヲ表スコトガデキレバ便利デアル。但シ、 r ハ圓 O ノ半徑デアル。

$$x = r \cos \alpha t, \quad y = r \sin \alpha t$$

問五 上ニ掲ゲタ式デ、 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ トシ、 $t = 1, 2, 3, \dots$ 或ハ $t = -1, -2, -3, \dots$ トシテ、 $\frac{n\pi}{6}$ ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ定メヨ。但シ、 n ハ整數トスル。

問六 前問ト同様ニシテ、 $\frac{n\pi}{4}$, $\frac{n\pi}{3}$ ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ定メヨ。但シ、 n ハ整數トスル。

上デ調べタコトカラ、角ノ大キサヲ 0° カラ 90° マデノ範圍ニ制限シナイデ、ドンナ大キナ角デモ考ヘルコトニシ、又、角ヲ測ル向キヲ正・負ノ符號デ區別スルコトニスレバ便利ナコト

ガソカル。

0° ヨリ大キク 90° ヨリ小サイ角ヲ 銳角 トイヒ、 90° ヨリ大キク 180° ヨリ小サイ角ヲ 鈍角 トイフ。

角ハ、時計ノ針ト反對ノ向キニ測ツタ時、ソノ大キサヲ正デ表シ、時計ノ針ト同ジ向キニ測ツタ時、ソノ大キサヲ負デ表スモノトスル。

問七 擴張サレタ角ノ正弦及ビ餘弦ノ値ハドノヤウニ定メレバヨイカ、ソノ方法ヲ述ベヨ。

半徑 1 ノ圓 O デ、 x 軸ノ正ノ方向ト角 θ ヲ作ル動徑 OP ヲ取ル時、P ノ x 座標、 y 座標ハ、ソレゾレ $\cos \theta$, $\sin \theta$ ト表サレル。即チ、前頁ノ式デ、 $r = 1$, $\alpha t = \theta$ トシタモノデアル。

問八 擴張サレタ角ニ就イテ、次ノ函數ノ圖表ヲ書ケ。

$$(一) \quad y = \sin \alpha \quad (二) \quad y = \cos \alpha$$

問九 前問デ書イタ各ノ圖表ニドノヤウナ性質ガアルカ、又、二ツノ圖表ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

問八デ書イタ曲線ヲ 正弦曲線 トイフ。

問十 α ガドノヤウナ角デアツテモ、次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ問八デ書イタ圖表ニ就イテ調べヨ。但シ、 n ハ整數トスル。

$$(一) \quad \sin(\alpha + 2n\pi) = \sin \alpha, \quad \cos(\alpha + 2n\pi) = \cos \alpha$$

$$(二) \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$\sin \theta$, $\cos \theta$ デハ、 θ ヲ 2π 或ハソノ整數倍デ増減シテモソノ値ガ變ラナイ。コノヤウナ函數ヲ、 2π ヲ周期トスル 周期函數 トイフ。

問十一 函數 $y = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ ノ圖表ヲ書き、次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ調べヨ、

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

又、次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ、上ト同様ニシテ調べヨ、

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$$

問十二 α ガ鋭角ノ範圍デハ、次ノ等式ガ成リ立ツ、

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

擴張サレタ角ノ正接ノ値モ、上ノ式デ定メルコトニスル、次ノ各角ノ正接ノ値ヲ言ヘ、

$$240^\circ, \quad 300^\circ, \quad -120^\circ, \quad \frac{6}{5}\pi, \quad -\frac{\pi}{4}$$

問十三 擴張サレタ角ニ就イテ、 $y = \tan \alpha$ ノ圖表ヲ書ケ。又、コノ圖表ニドノヤウナ性質ガアルカラ調べヨ、

一 次ノ角ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ言ヘ、

$$120^\circ, \quad 135^\circ, \quad 150^\circ, \quad 630^\circ \\ -120^\circ, \quad -225^\circ, \quad -300^\circ, \quad -540^\circ$$

二 次ノ角ノ正弦・餘弦及ビ正接ノ値ヲ求メヨ、

$$112^\circ, \quad 128^\circ 21', \quad 240^\circ 20', \quad 1200^\circ \\ -16^\circ 12', \quad -59^\circ 20', \quad -130^\circ 30', \quad -520^\circ 10'$$

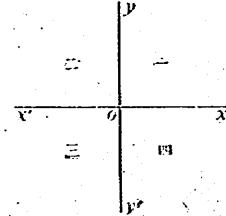
三 圓周上ヲ毎分五回ノ割合デ、右廻リニ回轉スル點ガアル、コノ角速度ハ何程カ、

四 次ノ函數ヲ α ノ正弦又ハ餘弦デ書き表セ、

$$(一) \sin(\pi + \alpha), \quad \cos(\pi + \alpha)$$

$$(二) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right), \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

五 直交軸 xox', yoy' ハ平面ヲ四ツノ部分ニ分ケル、ソノ各ノ部分ヲ シヤウバン 象限トイヒ、右ノ圖ニ示シタヤウニ 第一象限、第二象限、第三象限、第四象限ト呼ブ、



角ノ動徑ガドノ象限ニアルカニヨツテ、三角函數ノ符號ガキマル。ソノキメ方ヲ述ベヨ、

六 α ガ鋭角ノ範圍デハ、次ノ等式

ガ成リ立ツ。 α ガドノヤウナ角デモ成リ立ツカドウカラ調べヨ、

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

七 次ノ函數ノ周期ハ何程カ、

$$(一) y = \sin 2x \quad (二) y = \cos 3x$$

$$(三) y = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \quad (四) y = \tan \frac{x}{2}$$

八 $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ヲ成リ立タセル θ ノ値ノウチ、 -4π ト 4π トノ間ニアルモノヲ書ケ。ソレヲノ値ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ、

又、上ノ式ニ適スル θ ノ値ゾーツノ式ニマトメテ書き表セ、

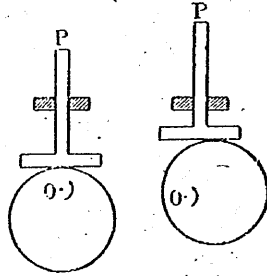
九 方程式 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ヲ解ケ、

二 單 振 動

次頁ノ圖ニ示シタノハ、回轉運動ヲ直線上ノ往復運動ニ變ヘ

ル装置ノ一種デ、カムト呼バレルモノデアル。圓板ヲソノ中心ト異ナル點 O ノ周リニ回轉サセルト、 P ハ上下運動ヲスル。

問一 圓板ノ半徑ヲ 4 種トシ、圓板ノ回轉ノ中心 O ト圓板ノ中心トノ距離ヲ 3 種トスル、圓板ヲ O ノ周リニ毎分 10 回ノ割合デ左廻リニ回轉サセルト、 P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ書イテ調ベヨ。



P ノ位置ハ、振動ノ中央ノ點ヲ座標ノ原點トシテ書き表スモノトシ、時間ハ P ガ座標ノ原點ヲ通ル時カラ測ルモノトシテ、 P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

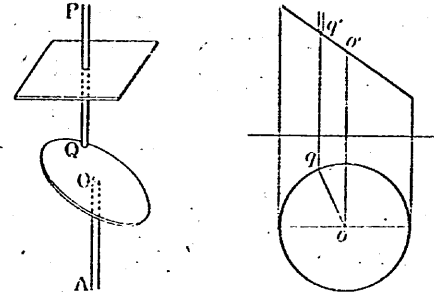
問二 前問デ、座標ノ原點ハ振動ノ最下點ニ取り、基準ノ時刻ハ P ガ原點ヲ通ル時ニ取ツテ、 P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

又、前問デ求メタ式ヲ基ニシテ考ヘヨ。

次頁ノ圖ニ示シタノモカムノ一種デアル。鉛直ノ軸 OA ノ先端 O ニ圓板ガ傾ケテ取り附ケテアリ、軸 OA ガ廻ルト棒 PQ ハ上下ニ往復運動ヲスル。

コノ運動ヲ調べルニハ、圓板ガ静止シテキテ、棒 PQ ガ軸 OA ノ周リニ回轉スルモノト考ヘルガヨイ。次頁ノ右ノ圖ハ、コノヤウニ考ヘテ、 P ノ運動ヲ調べルタメニ書イタ投影圖デアル。

問三 軸 OA ト PQ トノ距離ガ 3 種デ、圓板ハ軸ニ對シテ

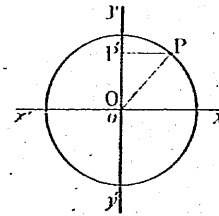


60° 傾イテキルモノトスル、軸ヲ毎分 10 回ノ割合デ回轉サセルト、 P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ書イテ調ベヨ。

座標ノ原點ト基準ニナル時刻トヲ適當ニ定メテ、 P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

次ニ、コノ式ト問一及ビ問二デ作ツタ式トヲ比ベヨ。

半徑 r ノ圓周上ヲ、點 P ガ毎秒 α ノ等角速度デ回轉シテキルモノトスル。圓ノ中心 O ヲ原點トスル直交軸 xox' , yoy' ヲ取り、 P カラ y 軸ニオロシタ垂線ノ足ヲ P' トスルト、 P' ハ P ノ運動ニツレテ y 軸上デ周期運動ヲスル。



問四 OP ガ x 軸ノ正ノ方向ト一致シタ時カラ t 秒後ニ於ケル P' ノ位置ヲ y 軸上ノ座標 y デ表スコトニスルト、 y ト t トノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

問五 QP ガ x 軸ノ正ノ方向ト $+\frac{\pi}{2}$ ノ角ヲナス時刻ヲ基準

ニシテ、 P' ノ運動ヲ式ニ書キ表セ。

問四、問五デ謂ベク P' ノ運動ヲ 單振動 トイフ。

問六 次ノ式ハ單振動ヲ表スモノトミラレルカ。但シ、 t ハ 時間(秒)ヲ、 y ハ距離(種)ヲ表スモノトスル。

$$(一) y = 3 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \quad (二) y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(三) y = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (四) y = 4 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

問七 單振動ハ、次ノヤウナ形ノ式デ表スコトガデキル。コ
レヲ説明セヨ。但シ、 r 、 α 、 β ハ定數トスル。

$$y = r \sin(\alpha t + \beta)$$

上ノ式デ、 r ヲ單振動ノ 振幅 トイフ。

一 問一ノ圖ニ示シタヤウナ構造ノ カム デ、 P ニ次ノ式デ
表サレル單振動ヲサセヨウト思フ。(單位ハ秒、耗)

$$y = 25 \sin \frac{3}{4} \pi t$$

圓板ノ中心ト圓板ノ回轉ノ中心トノ距離ヲ何程ニスレバヨイ
カ。又、圓板ヲ毎分何回ノ割合デ回轉サセレバヨイカ。

二 單振動ヲスル點ノ速サハ、ドコデ最モ速イカ。又、ドコ
デ最モ遅イカ。單振動ヲ示ス圖表ニ就テ調ベヨ。

三 次ノ各式ヲ $y = a \sin(\alpha t + \beta)$ ノ形ニ改メヨ。但シ、 α 、 β
ハ正ノ角トスル。

$$(一) y = 3 \cos \pi t \quad (二) y = 3 \sin(-\pi t)$$

中等數學

三

第二類

文 部 省

[後] ¥ .70

文
部
省
調
査
會
刊
行
課
贈

(71)