體ノ對稱面及ビソレニ平行ナ平面トノ交線ヲ縱截線トイフ。

一般ニ，コノヤウナ複雜ナ圖ヲ讀ム時，先ヅ普通ノ船ノ形ヲ想起シ，ソノ概略ノ形ヲ想像シテ，正面圖・側面圖及ビ平面圖ヲ見ルガヨイ。

正面圖ノ輪廓ハ，船ヲ艏(ヘサキ)及ビ艫(トモ)カラ見タ形ヲ示シタモノデアル。船ハ艏カラ見テモ，艫カラ見テモ對稱形デアル。隨ツテ，ソレラノ左右イヅレカノ半分ヲ書ケバ十分デアル。正面圖ノ輪廓ハ，コノヤウニ書イタモノデ，ソノ右半分ハ艏ノ方カラ見タ形ヲ示シ，左半分ハ艫ノ方カラ見タ形ヲ示シタモノデアル。

正面圖ノ横ニ並ンダ平行線ハ水線ヲ示シタモノデアル。水線ハ，側面カラ見ルト，平行ナ直線ニ見エルハズデアル。側面圖デ，横ニ並ンダ平行線ニ水線ト記シテアルノハソレヲ示ス。又，水線ハ眞上カラ見ルト，實形ガ見エルハズデアル。平面圖デ，一群ノ曲線ニ水線ト記シテアルノハソレヲ示シ，番號ハ側面圖トノ對應ヲ示ス。

正面圖ノ縱ニ並ンダ平行線ハ縱截線ヲ示シタモノデアル。縱截線ハ側面カラ見ルト，ソノ實形ガ見エルハズデアル。側面圖デ，一群ノ曲線ニ縱截線ト記シテアルノハソレヲ示ス。又，眞上カラ見ルト平行ナ直線ニ見エルハズデアル，平面圖デ，横ニ並ンダ平行線ハソレヲ示シタモノデアル。

正面圖ノ一群ノ曲線ハ，船體ヲソノ對稱面ニ垂直ナ平面デ切ッタ時ノ切リ口ノ形ヲ示シタモノデアル。ソノ切ル平面ハ，側面圖及ビ平面圖ニ，縱ニ並ンダ一群ノ平行線デ示サレテヰル。

中等數學

四

第二類

文部省

(後) ¥ 1.05

中　等　數　學
四
第　二　類

昭和21年5月20日印刷　同日翻刻印刷　〔後〕
昭和21年5月24日發行　同日翻刻發行　定價1圓05錢

〔昭和21年5月24日　文部省檢査濟〕

APPROVED BY MINISTRY OF EDUCATION (DATE May 20, 1946)

著作兼發行者　文　部　省

東京都神田區岩本町三番地
翻刻發行者　中等學校教科書株式會社
代表者　加野庄吾

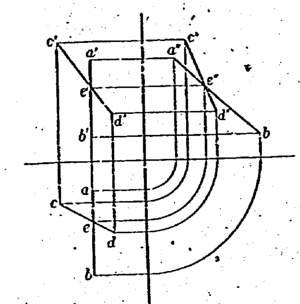
東京都牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者　大日本印刷株式會社
代表者　佐久間長吉郎

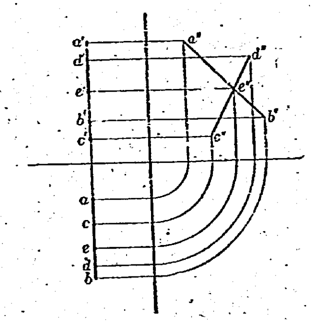
發行所　中等學校教科書株式會社

教科書番號71ノ四

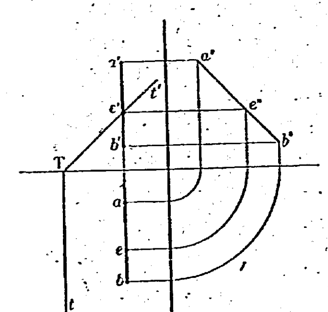
一　正四面體ノ三面圖ヲ書ケ。

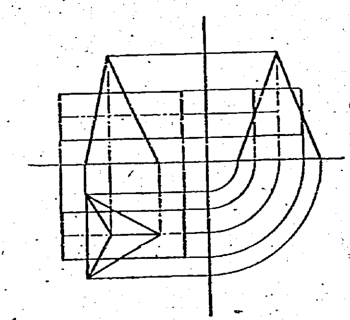
二　二直線ガアッテ，ソノ一方ガ基線ニ垂直ナ場合，ソレラガ交ハルカドウカハ，ソレラノ側面圖ヲ作ッテ判定スルコトガデキル。次ノ投影圖ヲ參考ニシテ，ソノ方法ヲ考ヘヨ。





三　下ノ左ノ投影圖ハ，立畫面ニ垂直ナ平面ト，基線ニ垂直ナ直線トノ交點ノ求メ方ヲ示シタモノデアル。コレヲ説明セヨ。





四　上ノ右ノ圖ハ，正三角錐ト正四角柱トヲ投影圖ニ示シタモノデアル。コノ二ツノ立體ガ交ハル線ノ投影圖ヲ書ケ。

六　投影圖法ノ基礎操作

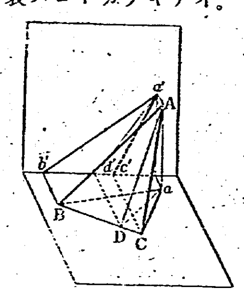
一　回　轉

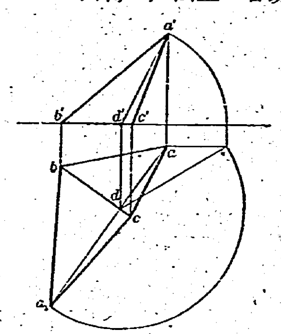
投影圖デ，直線ノ實長ヤ角ノ大キサハ，圖形ヲ直線ノ周リニ回轉シテ求メルコトガデキル。

一ツノ畫面ニ垂直ナ直線ヲ軸トシテ回轉スルト，圖形上ノ各點ノ軌跡ハ，ソノ畫面上デハ圓トナッテ現レ，他ノ畫面上デハ基線ニ平行ナ直線トナッテ現レル。故ニ，畫面ニ垂直ナ直線ヲ軸トシタ回轉ハ，圖上ニ容易ニ書キ表スコトガデキル。

問一　點 A ガ與ヘラレタ時，ソノ點ヲ通リ，平畫面及ビ立畫面トソレゾレ定マッタ角 α, β ヲナス直線ヲ引ケ。

ドノ畫面ニモ垂直デナイ直線ヲ軸トシテ回轉スルト，圖形上ノ各點ノ軌跡ハ，各畫面上デ楕圓トナッテ現レル。隨ッテ，ドノ畫面ニモ垂直デナイ直線ヲ軸トシタ回轉ハ，圖上ニ容易ニ書キ表スコトガデキナイ。





然シ，平面圖形ヲ，ソレヲ載セテキル平面ト畫面トノ交線ノ周

リニ回轉シ，ソノ畫面上ニ展開シタ圖ハ，容易ニ書クコトガデキル。三角形 ABC ガアッテ，ソノ一邊 BC ガ平畫面上ニアルトスル。前頁ノ圖ハ，コノ三角形 ABC ヲ例ニトッテ，上ニ述ベタ方法ヲ説明スルタメノモノデアル。

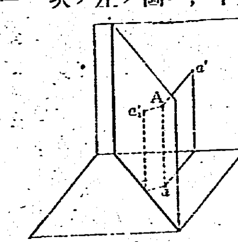
問二　前頁ノ圖ニ示シタ求メ方ヲ説明セヨ。

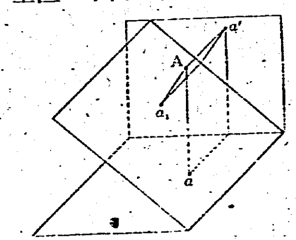
問三　先ヅ，平畫面上ニ底ガアル一ツノ三角錐ノ投影圖ヲ書キ，次ニ，展開圖ヲソノ平面圖ニ書キ加ヘヨ。

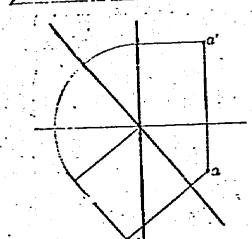
二　補助畫面ノ設定

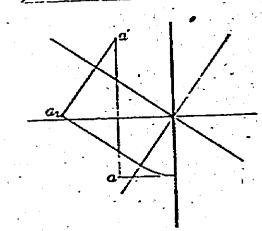
平面圖形ガアル時，ソノ圖形ヲ載セテキル平面ニ平行ナ平面ヲ取リ，コレヲ新シイ補助ノ畫面トシテ圖形ノ投影圖ヲ書キ，ソノ實形ヲ求メルコトガアル。

問一　次ノ左ノ圖ハ，平畫面ニ垂直ナ平面ヲ新シイ立畫面ト



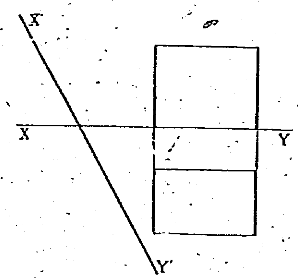


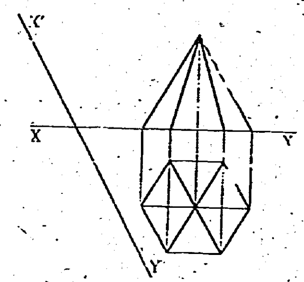




シテ，投影圖ヲ書ク方法ヲ示シタモノデアル。又，右ノ圖ハ，立畫面ニ垂直ナ平面ヲ新シイ平畫面トシテ，投影圖ヲ書ク方法ヲ示シタモノデアル。コノ方法ヲ説明セヨ。

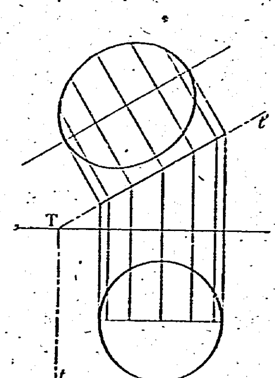
問二　次ノ左ノ投影圖ハ直方體ヲ示シタモノデアル。直線 X'Y' ヲ新シイ基線トシ，平面圖ヲソノママトシタ時，立面圖ハドウナルカ。又，次ノ正六角錐ノ投影圖ニ就イテモ考ヘヨ。



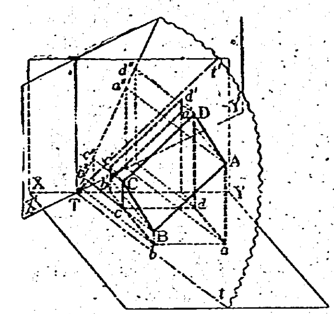


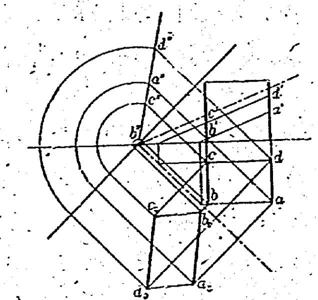
問三　平畫面上ニ直立シテヰル直圓柱ガアル。コレヲ立畫面ニ垂直ナ平面デ切ッタ時，ソノ切リ口ノ實形ヲドウシテ求メルカ。ソノ方法ヲ述ベヨ。

右ノ投影圖ハ，コノ切リ口ヲ簡便ニ求メル方法ヲ示シタモノデアル。コノ方法ヲ説明セヨ。



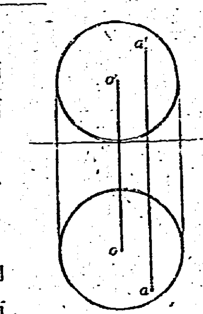
次頁ノ投影圖ハ，直方體ヲ一般ノ位置ニアル平面デ切ッタ時ノ切リ口ノ實形ノ求メ方ヲ示シタ





モノデアル。先ヅ，平畫面ニ垂直ナ稜ト平面Tトノ交點ヲ求メテ，切リ口ノ平行四邊形 ABCD ノ投影圖ヲ求メル。次ニ，平畫面ハソノママトシ，立畫面ハ水平跡 t ニ垂直ナ平面ヲ畫面トシテ平行四邊形 ABCD ノ投影圖ヲ求メル。ソノ平面圖ハ $abcd$ トナリ，立面圖ハ一直線上ニ並ンダ四點 a'', b'', c'', d'' デ表サレル。更ニ，t ヲ軸ニシテ平面 T ヲ回轉シ，平畫面上ニ展開シテ，切リ口ノ實形 $a_0b_0c_0d_0$ ヲ求メル。

一 (一)　右ノ投影圖ハ，球面Oト點Aトヲ示シタモノデアル。點Aガ球面Oノ上ニアルカドウカヲ調ベヨ。先ヅ，球面ハドンナ條件ニ適スル點ノ集リデアルカヲ考ヘヨ。

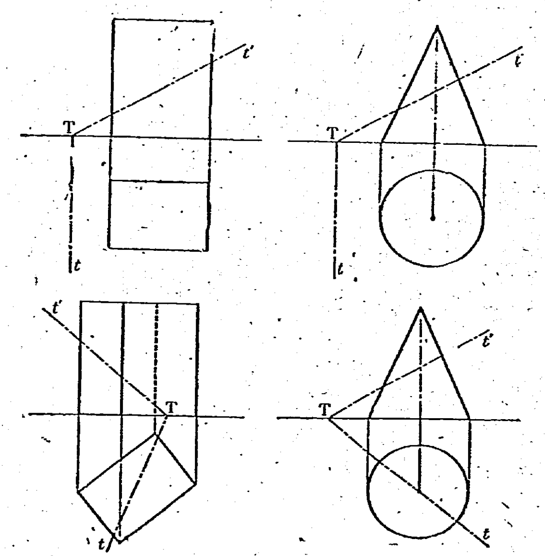


(二)　球面Oノ平面圖デアル圓 o ノ内部ニ點 b ヲ取リ，b ヲ平面圖トスル球面

上ノ點Bノ立面圖ヲ求メヨ。

又，立面圖デアル圓 o' ノ内部ニ點 c' ヲ取リ，上ト同樣ノコトヲ考ヘヨ。

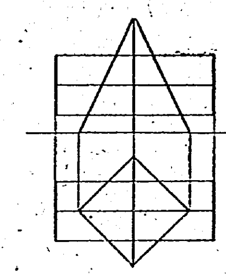
二　次ノ投影圖ハ，四角柱・直圓錐及ビ平面Tヲ示シタモノデアル。平面Tデコレラノ立體ヲ切ッタ時，ドンナ切リ口ガ出來ルカ。ソノ實形ヲ書ケ。



三　四角錐臺ノ投影圖ヲ書ケ。次ニ，コノ四角錐臺ノ展開圖ヲ書ケ。

四　次頁ノ投影圖ハ，正四角柱ト正四角錐トヲ示シタモノデアル。

コノ二ツノ立體ガ交ハッテ出來ル線ノ投影圖ヲ書ケ。



五　交ハル二平面ノ交角ハ，ソレラノ交線ニ垂直ナ平面ト，始メノ二平面トノ交線ノナス角トシテ求メラレル。コノ方法ニヨッテ，二平面ノ交角ヲ求メヨ。

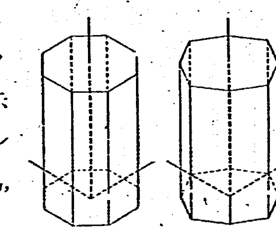
七　軸測投影圖

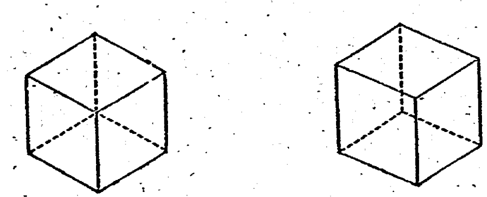
一　軸測投影圖法

一般ニ，立體圖形ニハ互ニ直角ニ交ハル縱・横・高サ，或ハ間口・奥行・高サノ三方向ヲ考ヘルコトガデキル。

上ニ述ベタヤウナ三ツノ方向ノ各々ヲ，立體圖形ノ　主要方向　トイフ。

主要方向ノ組ハ必ズシモ一通リトハキマラナイ。例ヘバ，正八角柱ノ主要方向ノ組トシテハ，右ノ圖ニ示シタドレモガ自然デアルト考ヘラレル。ドノ組ヲ取ルカハ，作圖ノ難易，出來上リニヨッテ定メルガヨイ。





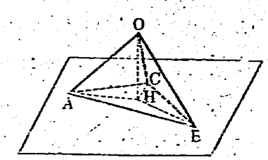
三主要方向ヲ同時ニ見タ時ノ形デ，立體ヲ表スコトガデキル。前頁ノ圖ハ，立方體ヲ上ニ述ベタ方法デ書キ表シタモノデアル。

上ニ述ベタヤウニ，三主要方向ヲ同時ニ見ル方向カラ投影シテ出來ル圖デ，立體ヲ書キ表ス方法ヲ　軸測投影圖法　トイフ。又，ソノ圖ヲ　軸測投影圖　トイフ。特ニ，投影ノ方向ガ三主要方向ト等角ヲナス場合ニ，ソノ圖法ヲ　等角投影圖法　トイヒ，ソノ圖ヲ　等角投影圖　トイフ。

平面圖形デモ軸測投影圖法デ書キ表スコトガアル。ソノ場合ニハ，通例，平面圖形ニ縦・横ヲ考ヘテ，コレヲ二ツノ主要方向トシ，コレヲ載セテキル平面ノ垂線ヲ他ノ一ツノ主要方向トスル。

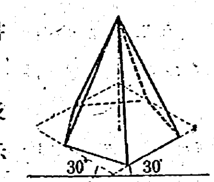
二　等角投影圖

等角投影圖デハ，主要方向ノ投影ガ互ニ等角ヲナス三直線トナリ，主要方向ノ縮尺ガ等シイ。



右ノ圖デ，三主要方向ヲ OA, OB, OC デ示シ，ソレラガ畫面ト交ハル點ヲソレゾレ A, B, C トスル。明ラカニ，OA, OB, OC ノ長サハ等シク，三角形 ABC ハ正三角形デアル。又，O ノ投影ヲ H トスルト，H ハ正三角形 ABC ノ中心デアル。

OA ヲ 1 トスルト，AH ハ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ トナル。依ツテ，三主要方向ノ縮尺ハイヅレモ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ トナリ，簡單ナ數値ニナラナイ。隨ツテ，三主要方向ノ縮尺ハ，通例，圖上デ主要方向ノ長サヲ測ル單位ヲ示シ，ソノ長サノ直線ノ實長ヲ書キ添ヘテ表ス。但シ，實長ヲ書キ添ヘナイ場合ニハ，圖上ノ長サガ卽チ實長ヲ示スモノトスル。



正六角錐ヲ例ニトツテ，等角投影圖ノ書キ方ヲ考ヘヨウ。

底面ヲ載セテキル平面上デ，底ノ一邊及ビソレニ垂直ナ直線デ二ツノ主要方向ヲ示シ，又，正六角錐ノ高サデ他ノ一ツノ主要方向ヲ示スモノトスルノガ適當デアラウ。先ヅ，底ノ正六角形ヲ，上ノ圖ニ示シタヤウニ矩形デ圍ミ，次ニ，ソノ矩形ヲ基ニシテ正六角錐ノ等角投影圖ヲ書ク。上ノ圖ハ，コノヤウニシテ，等角投影圖ヲ書ク方法ヲ示シタモノデアル。

問一　上ニ示シタ正六角錐ノ書キ方ヲ詳シク說明セヨ。

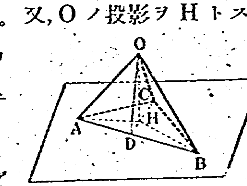
問二　底ノ一邊ガ二種，高サガ五種ノ正三角錐ヲ，等角投影圖ニ書キ表セ。

問三　半徑ガ三種ノ圓ヲ，等角投影圖ニ書キ表セ。

三　軸測投影圖

軸測投影圖デハ，三主要方向ノ縮尺ガ異ナル。主要方向ノ投影ガ一點デ交ハル三直線トシテ示サレテヰル時，各方向ノ縮尺ヲ圖上デ求メヨウ。

先ヅ，主要方向ト畫面ニ平行ナ平面トノ交點ヲ求メヨウ。次ノ圖デ，三主要方向ヲ OA, OB, OC トシ，ソレラガ畫面ト交ハル點ヲ，ソレゾレ A, B, C トスル。又，O ノ投影ヲ H トスル。



OC ハ OA, OB ニ垂直デアルカラ，平面 ABO ニ垂直デアル。故ニ

$OC \perp AB$

又，OH ハ平面 ABC ニ垂直デア

ルカラ

$$OH \perp AB$$

OC, OH ハ共ニ AB ニ垂直デアルカラ，平面 COH ハ AB ニ垂直デアル。故ニ

$$CH \perp AB$$

同様ニシテ　　$AH \perp BC, \quad BH \perp CA$

依ツテ，H ハ三角形 ABC ノ垂心デアル。

上デ述ベタコトカラ，三主要方向ノ投影ガ點 H デ交ハル直線 x, y, z デ表サレテヰル時，x, y, z 上ニソレゾレ點 A, B, C ヲ取リ，H ヲ三角形 ABC ノ垂心トナルヤウニスル。コノ三點 A, B, C ハ，主要方向ガ畫面ニ平行ナ平面ト交ハル點デアル。

次ニ，主要方向ノ縮尺ヲ求メヨウ。ソレニハ，HA, HB, HC ノ實長 OA, OB, OC ガ求メラレルトヨイ。HA ノ實長 OA ノ求メ方ヲ例ニトツテ，ソノ方法ヲ説明シヨウ。三角形 ABO ヲ AB ノ周リニ回轉シテ平面 A B C 上ニ展開シ，ソノ時ノ O ノ位置ヲ O′ トスルト，O′A ハ OA ニ等シク，HA ノ實長ヲ示ス。

AB ハ平面 COH ニ垂直デアルカラ，CH ト AB トノ交點ヲ D トスルト

$$OD \perp AB \qquad 故ニ \qquad O'D \perp AB$$

依ツテ，C, H, D, O′ ハ一直線上ニアル。故ニ，O′ ハ CH ノ延長上ニアルコトトナル。

又，角 AOB ハ直角デアルカラ，角 AO′B モマタ直角デアル。故ニ，O′ ハ AB ヲ直徑トスル圓周上ニアル。隨ツテ，O′ ハ AB ヲ直徑トスル圓ト CH トノ交點トシテ定マル。

軸測投影圖ノ縮尺ハ，等角投影圖ノ縮尺ト同様ニ，各主要方向ノ長サヲ測ル單位ヲ示シ，ソノ長サノ直線ノ實長ヲ書キ添ヘテ表ス。

一　底ノ半徑ガ二糎，高サガ五糎ノ直圓錐ガアル。コレヲ等角投影圖ニ書キ表セ。

二　三主要方向ノ投影ヲ適當ニ定メ，次ノ立體ヲ軸測投影圖ニ書キ表セ。

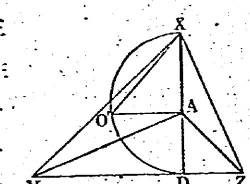
(一)　底ノ一邊ガ二糎，高サガ五糎ノ正六角錐

(二)　底ノ半徑ガ二糎，高サガ五糎ノ直圓錐

三　矩形ノ板ノ上ニ球ガアル。コレヲ等角投影圖ニ書キ表スニハドウスルカ。ソノ方法ヲ述ベヨ。

四　投影圖ノ書キ方ヲ示ス説明圖ヲ，等角投影圖法デ書ケ。

五　右ノ圖デ，AX, AY, AZ ハ三主要方向ノ投影ヲ示シ，X, Y, Z ハ主要方向ト畫面トノ交點トスル。AX ト YZ トノ交點ヲ D トシ，XD ヲ直徑トスル圓ト A デ AX ニ立テタ垂線トノ交點ヲ O′ トスルト，O′X ハ AX ノ實長ヲ示ス。コレヲ證明セヨ。



六　三主要方向ヲ OA, OB, OC トシ，主要方向ト畫面トノ交點ヲ，A, B, C トスル。又，O ノ投影ヲ H トスル。OH ノ長サヲ 1 トシ，角 AHB, AHC ヲソレゾレ θ, φ トスルト，次

ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$\cos\theta = -\tan\alpha\tan\beta$$

$$\cos\varphi = -\tan\alpha\tan\gamma$$

$$\cos(\theta+\varphi) = -\tan\beta\tan\gamma$$

但シ，α, β, γ ハ，ソレゾレ主要方向 OA, OB, OC ガ畫面トナス角ヲ示ス。

七　二ツノ主要方向ト畫面トノナス角ガ，ソレゾレ 30°, 15° デアル。他ノ主要方向ト畫面トノナス角ヲ計算セヨ。

八　六ノ等式カラ，次ノ等式ヲ導ケ。又，三主要方向ノ投影ガワカツテヰル時，ソノ等式ヲ用ヒテ，各方向ノ縮尺ヲ計算デ求メルコトガデキル。コレヲ説明セヨ。

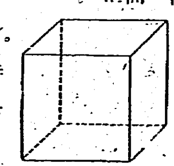
$$\cos^2\alpha = \frac{-\cos(\theta+\varphi)}{\sin\theta\sin\varphi}, \quad \cos^2\beta = \frac{\cos\varphi}{\sin\theta\sin(\theta+\varphi)}$$

$$\cos^2\gamma = \frac{\cos\theta}{\sin\varphi\sin(\theta+\varphi)}.$$

八　斜投影圖

一　斜投影圖法

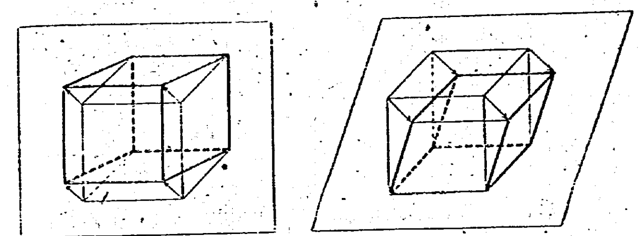
一般ニ，立體圖形ニハ正面ト奥行トガ考ヘラレル。正面ハ間口ト高サトノ二主要方向デ定マルモノデアル。



正面ニ向カツテ三主要方向ヲ同時ニ見タ時ノ形デ，立體圖形ヲ書キ表ス方法ガアル。右ノ圖ハ，立方體ヲ上ニ述ベタ方法デ書キ表シタモノデアル。

立體ノ正面ヲ正シク書キ表スニハ，畫面ヲ正面ニ平行ニ置ケ

バヨイ。又，奥行ヲ書キ表スニハ，投影ノ方向ヲ畫面ニ斜メニスレバヨイ。



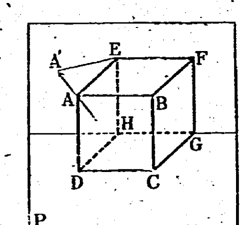
立體ヲ，畫面ニ斜メノ方向カラ投影シテ出來ル圖デ書キ表ス方法ガアル。コレヲ　斜投影圖法　トイヒ，ソノ圖ヲ　斜投影圖　トイフ。

今マデニ調ベタ投影圖法，等角投影圖法ナドデハ，投影ノ方向ガ畫面ニ垂直デアツタ。コレヲ斜投影圖法ト區別スル場合ニ　正投影圖法　トイフコトガアル。正投影圖法・斜投影圖法ヲ總稱シテ　投影圖法　トイフ.

二　斜投影圖

斜投影圖デハ，正面ガ正シク表サレテヰル。奥行ヲ示ス方向，及ビソノ方向ノ縮尺ハ，投影スル方向ニヨツテ定マル。

次ノ圖ハ，立方體 ABCDEFGH ヲ畫面ニ接シテ置イタトコロヲ示シタモノデアル。コノ圖デ，A ノ投影ヲ A′ トスル。

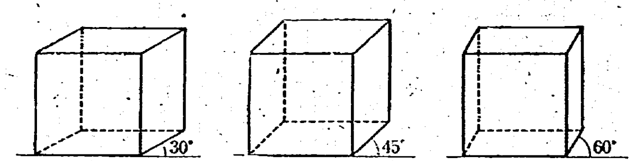


先ヅ，投影ノ方向ヲ平面 AA′E 上デ變ヘルト，A′E ノ方向ハ變ラナイデ縮尺ダケガ變リ，且ツ，AE トノ比ハドンナ値ニデモナル。

次ニ，投影ノ方向ヲ AE, AA′ ヲソレゾレ中心線，母線トスル直圓錐上デ

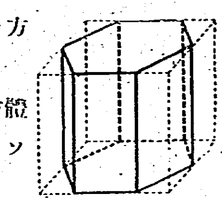
變ヘルト，AE ト A′E トノ比ハ變ラナイデ，A′E ノ方向ダケガ變リ，且ツ，ドンナ方向ニデモナル。

上デ述ベタコトカラ，畫面ニ垂直ナ主要方向ノ直線デハ，縮尺及ビ方向ハドノヤウニ定メテモヨイコトガソカル。シカシ，長サハ實長ノ $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$ ナドトシテ不自然ナ感ジヲ起サセナイヤウニシ，方向ハ角度ノ簡單ナ 30°，45°，60° ヲ選ブガヨイ。



右ノ圖ハ，正六角柱ノ斜投影圖ノ書キ方ヲ示シタモノデアル。

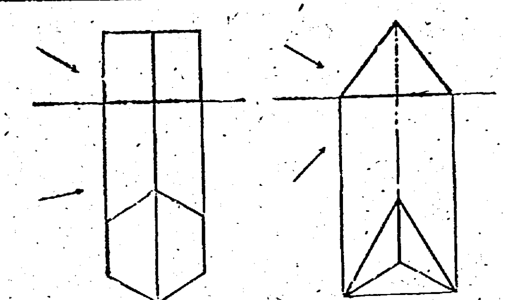
先ヅ，正六角柱ヲ直方體デ圍ミ，直方體ノ三稜ヲ主要方向ニ平行ニスル。次ニ，ソノ正六角柱ノ斜投影圖ヲ書ク。



一　底ノ一邊ガ二種，高サガ五種ノ正三角柱ヲ，斜投影圖ニ書キ表セ。

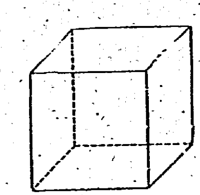
二　底ノ半徑ガ二種，高サガ五種ノ直圓錐ヲ，斜投影圖ニ書キ表セ。

三　次頁ノ投影圖ハ，角柱・角錐及ビ日光ノ方向ヲ示シタモノデアル。コノ立體ノ影ノ形ヲ書ケ。



四　前問デ，立體ヲ平畫面上デ平行移動シテ立畫面ニ近ヅケルト，ソノ影ガ立畫面上ニ映ルヤウニナル。影ガ立畫面上ニ映ルヤウニ立體ノ位置ヲ定メ，影ノ投影圖ヲ書ケ。

五　前問ノ影ノ形ヲ斜投影圖ニ書キ表セ。



六　右ノ圖ハ，立方體ノ斜投影圖デアル。投影ノ方向，畫面及ビ立方體ノ位置關係ヲ投影圖ニ書キ表セ。

七　種々ノ投影圖法ニ就イテ，次ノコトヲマトメヨ。

(一)　投影ノ方向・畫面・立體ノ位置關係

(二)　各圖法ノ特徴

九　透　視　圖

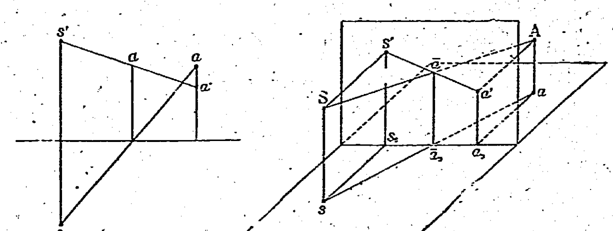
一　透視圖法

寫眞ヲ見ルト，遠近關係ガ明確ニ現レテキテ，見タ感ジニ近イコトガソカル。寫眞ノヤウナ圖デ立體圖形ヲ表ス方法ヲ考ヘヨウ。

針穴寫眞機デ，眼ヲ針穴ノ位置ニ置イテ像ヲ見タトスルト，像ハ逆立シ，左右ガ入レ變ツテヰル。然シ，光ノ束ヲ針穴ニ關シ乾板ノ面ト對稱ノ位置ニアル平面デ切ツタトシ，ソノ切リ口ノ圖ヲ見ルコトニスルト，像ハ正シク立ツテ見エル。上デ考ヘタ切リ口ノ圖ハ，硝子板ヲ透シテ物ヲ見ナガラ，ソノ形ヲ板ノ上ニ書イタモノトモミラレル。立體ヲコノ切リ口ノ圖デ書キ表ス方法ガ考ヘラレル。

コノヤウナ圖法ヲ　透視圖法　トイヒ，ソノ圖ヲ　透視圖　トイフ。又，眼ノ位置ヲ　視點　トイフ。

次ノ圖ハ，點 A ト視點 S トノ投影圖カラ，立畫面ヲ畫面トスル透視圖ノ書キ方ヲ示シタモノデアル。

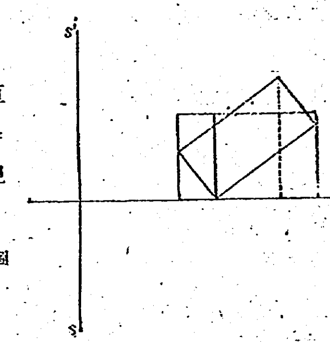


A ノ透視圖 $\bar{a}$ ハ，SA ヲ含ミ平畫面ニ垂直ナ平面ト立畫面トノ交線ノ上ニアル。故ニ sa ト基線トノ交點デ，基線ニ立テタ垂線ノ上ニアル。

又，$\bar{a}$ ハ SA ヲ含ミ立畫面ニ垂直ナ平面ト立畫面トノ交線ノ上ニアル。故ニ $s'a'$ ノ上ニアル。

隨ツテ，sa ト基線トノ交點デ基線ニ垂線ヲ立テ，ソノ垂線ト $s'a'$ トノ交點ヲ $\bar{a}$ トスルト，$\bar{a}$ ハ A ノ透視圖デアル。

視點ノ平面圖ヲ　停點　トイヒ，立面圖ヲ　視心　トイフ。

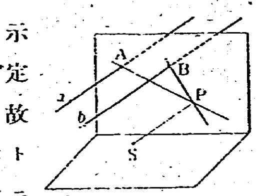


問一　右ノ投影圖ハ，直方體ト視點 S トヲ示シタモノデアル。立畫面上ニ透視圖ヲ書ケ。

今後，特ニ斷ラナイ限リ，透視圖ハ立畫面上ニ書ク。

二　消失點

無限ニ伸ビテヰル平行二直線ノ透視圖ハ，交ハル二直線トナル。ソノ交點ハドノヤウナ點デアルカ，



右ノ圖デ，a, b ハ平行ナ二直線ヲ示ス。a ノ透視圖ハ，視點 S ト a トデ定メル平面ト立畫面トノ交線デアル。故ニ，a ト畫面トガ平行デナケレバ，a ト畫面トノ交點ヲ A トシ，S ヲ通リ a ニ平行ナ直線ト畫面トノ交點ヲ P トスルト，a ノ透視圖ハ直線 AP デアル。同様ニ，b ノ透視圖ハ，畫面ト b トノ交點ヲ B トスルト，BP デアル。隨ツテ，a, b ノ透視圖ハ P デ交ハル。

平行ナ直線ガアツテ，ソレラガ畫面ニ平行デナイ場合ニハ，透視圖ハ一點デ交ハル直線トナル。又，畫面ニ平行ナ場合ニハ，透視圖ハ平行ナ直線トナル。

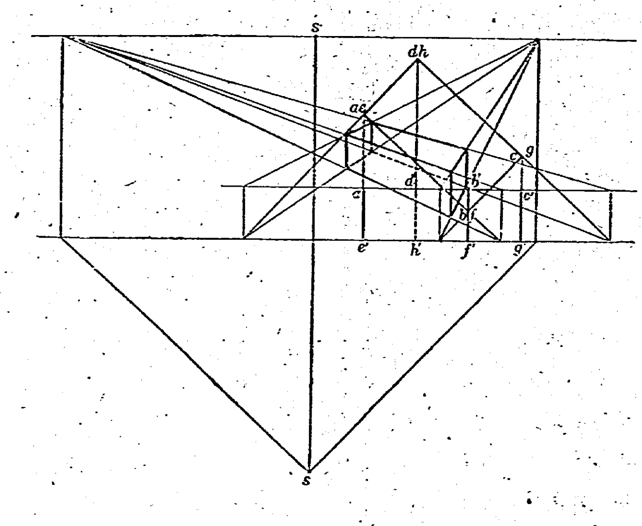
一組ノ平行線ガ畫面ニ平行デナイト，ソノ透視圖ハ一點デ交ハル，コノ點ヲ各直線ノ　消失點　トイフ。

平畫面ニ平行ナ直線ノ消失點ハ，視心ヲ通リ基線ニ平行ナ直線上ニアル。

コノ直線ヲ 地平線 トイフ。

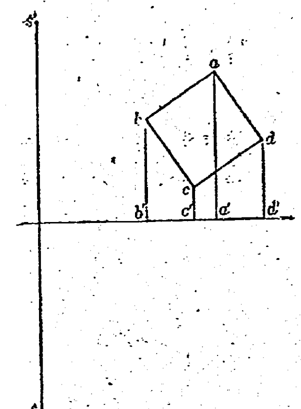
問一　直線ト視點トノ投影圖カラ，消失點ヲ求メヨ。

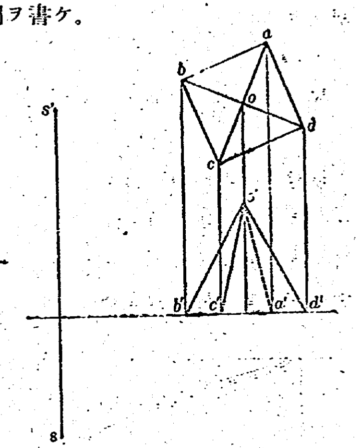
幾組カノ平行線デ出來テヰル圖形ノ透視圖ヲ書クニハ，先ヅ，ソレラノ平行線ノ消失點ヲ求メテ平行線ノ透視圖ヲ作リ，次ニ，ソレラノ交點トシテ各頂點ノ透視圖ヲ求メル。次ノ圖ハ，コノ方法デ，直方體ノ透視圖ヲ書ク方法ヲ示シタモノデアル。



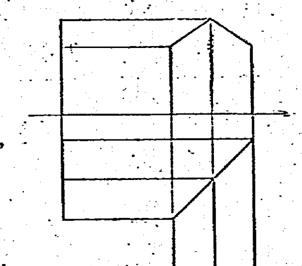
一　次頁ノ左ノ投影圖ハ，平畫面上ニアル正方形ト視點トヲ

示シタモノデアル。又，右ノ投影圖ハ，正四角錐ト視點トヲ示シタモノデアル。コノ透視圖ヲ書ケ。





二　視點ヲ適當ニ取ツテ，右ノ建物ノ透視圖ヲ書ケ。



三　寫眞機ヲ眞下ニ向ケテ，空中カラ平坦地ノ寫眞ヲ撮影スルト，相似形ニ寫ルトイヘル。コノ理由ヲ明ラカニセヨ。

焦點距離 10 糎ノ寫眞機ヲ用ヒ，高度 4000 米デ撮影スルト，縮尺ハ何程ニナルカ。

四　寫眞機ガ眞下ニ向カナイデ，左右ニ若干傾イテヰタトスルト，撮影シタ寫眞ニドンナ歪ミガアルカ。コレヲ調ベヨ。

球面上ノ圖形

一　點ノ位置

一　球面上ニアル點ノ位置

球面トソノ中心ヲ通ル平面トノ交ハリノ線ヲ，球ノ　大圓　トイヒ，中心ヲ通ラナイ平面トノ交ハリノ線ヲ，球ノ　小圓　トイフ。

地球ノ大圓・小圓ヲソレゾレ　大圏・小圏　トイフ。

地球ノ極ヲ兩端トスル半圓(大圏)ガ子午線デアル。又，地軸ニ垂直ナ平面上ニアル大圏ガ赤道デアリ，小圏ガ距等圏デアル。

地球上ノ點ノ位置ヲ表ス場合ニ，平面ノ場合ニ於ケル座標軸ニ當ルモノトシテ，赤道及ビ基準ニナル子午線ヲ取ル。基準ニナル子午線トシテハ，英國ノグリニッチ天文臺ノ子午儀ノ中心ヲ通ルモノガ用ヒラレル。コレガ本初子午線デアル。

地球上ノ點ニ對シ，平面上ノ點ノ座標ニ當ルモノトシテ，經度・緯度ガアル。

經度ハ，本初子午線ト子午線トデハサム赤道ノ弧ニ對スル中心角デ，本初子午線ヲ基準ニシテ，東又ハ西ニ測ツタモノデ表ス。ソレニ應ジテ東經又ハ西經トイハレル。

緯度ハ，赤道ト距等圏トデハサム子午線ノ弧ニ對スル中心角デ，赤道ヲ基準ニシテ，北又ハ南ニ測ツタモノデ表ス。ソレニ應ジテ北緯又ハ南緯トイハレル。

問一　地球ノ中心角1分ニ對スル子午線ノ長サヲ1浬トイフ，

地球ヲ半徑 6370 米ノ球トシテ，1 浬ノ長サヲ計算セヨ。

ワガ國デハ，1 浬ハ 1852 米ト定メラレテヰル。

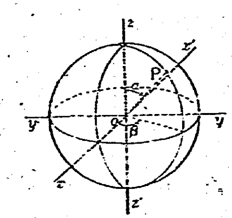
球面上ノ點ノ位置モ，地球上ノ場合ニ倣ツテ定メルコトガデキル。卽チ，球ニ於イテ一ツノ直徑ヲ定メ，コレヲ地球ニ於ケル兩極ヲ結ブ直線トミナセバ，球面上デ，赤道・距等圏及ビ子午線ニ當ル圓或ハ半圓ヲ定メルコトガデキル。又，經度ニ當ルモノトシテ，東經・西經ヲソレゾレ正ノ角及ビ負ノ角デ表シタモノヲ用ヒル。緯度ニ當ルモノトシテハ，北緯・南緯ヲソレゾレ正ノ角及ビ負ノ角デ表シタ角ヲ，直角カラ引イタモノヲ用ヒル。

半徑 r ノ球面上ノ點デ，直角カラ緯度ニ當ル角ヲ引イタモノガ α，又，經度ニ當ル角ガ β デアル時，ソノ點ノ位置ヲ (r, α, β) ト書キ表ス。球ノ半徑ガ明ラカナ場合ニ，ソノ球面上ノ點ノ位置ヲ (α, β) ト略シテ書イテモヨイ。

二　空間ニアル點ノ位置

球面上ノ點ノ位置ハ (r, α, β) ト書キ表サレ，r ハ一定デアル，r モ變ルコトニスルト，空間ニアル點ノ位置ハ (r, α, β) ト書キ表サレル。

コレヲ空間ニアル點ノ　極座標　トイフ。



問一　極座標ノ定メ方ヲ，右ノ圖ヲ參考ニシテ述ベヨ。

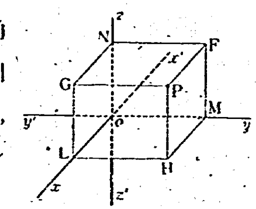
問二　平面上ノ點ノ位置ヲ，上ニ倣ツテ定メル方法ヲ述ベヨ。

問二デ定メタ方法ニヨツテ定メタモノヲ平面上ノ點ノ　極座標　トイフ。コレニ

對シ，直交スル二直線ヲ基ニシテ定メタ平面上ノ點ノ座標ヲ 直交座標 トイフ。

平面上ノ直交座標ヲ定メルノト同様ノ方法デ，空間ニアル點ノ座標ヲ定メルコトガデキル。

空間ニ一點 o ヲ取リ，o デ互ニ直角ニ交ハル三直線 xox', yoy', zoz' ヲ引キ，oz 上ノ點カラ平面 xoy ヲ見ル時，ox, oy ガ平面上ノ點ヲ示ス時ニ於ケル座標軸ト同ジ配置ニアルモノトスル。



o ヲ座標ノ 原點 トイフ。三直線 xox', yoy', zoz' ヲソレゾレ x 軸, y 軸, z 軸 トイヒ，又，座標軸 ト總稱スル。三平面 xoy, yoz, zox ヲソレゾレ xy 平面, yz 平面, zy 平面 トイヒ，又，座標面 ト總稱スル。

空間ニ一點 P ヲ取リ，P カラ座標面ニ垂線ヲオロシ，ソレラヲ三稜トスル直方體ヲ作ル。コノ直方體ノ x 軸, y 軸, z 軸上ニアル頂點ヲソレゾレ L, M, N トスル。三點 L, M, N ノ各座標軸上ニ於ケル座標ヲ x, y, z トスルト，點 P ノ位置ハ，三ツノ數ノ組 (x, y, z) デ表サレル。

コレヲ空間ニアル點 P ノ 直交座標 トイフ。

問三　點 P ノ座標ヲ (a, b, c) トスルト，原點ト點 P トノ距離ハ，$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ ト書キ表サレル。コレヲ證明セヨ。

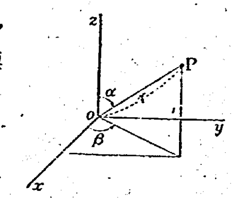
問四　原點ヲ中心トシ，半徑 r ノ球面上ノ點ノ座標 (x, y, z) ノ間ニ，次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

球面上ノ點ノ座標ノ間ニアル關係ヲ，等式デ示シタモノヲ 球ノ式 トイフ。

三　直交座標ト極座標トノ關係

o ヲ原點トシ，直交スル三直線 ox, oy, oz ヲ座標軸トシタ時，點 P ノ座標ガ (x, y, z) デアッタトスル。



oP ノ長サヲ r, oz ト oP トノナス角ヲ α トシ，oP ノ座標面 xoy ヘノ正射影ガ ox トナス角ヲ β トスルト，點 P ノ極座標ヲ (r, α, β) トスルコトガデキル。

上ノヤウニ，同ジ點ノ直交座標ト極座標トヲ定メタ時，ソレラノ間ニ，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$x=r\sin\alpha\cos\beta$$
$$y=r\sin\alpha\sin\beta$$
$$z=r\cos\alpha$$

問一　上ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

一　二點 $P(a, b, c)$, $P'(a', b', c')$ ノ距離ハ，次ノ式デ求メラレル。コレヲ證明セヨ。

$$\sqrt{(a-a')^2+(b-b')^2+(c-c')^2}$$

二　點 (a, b, c) ヲ中心トシ，半徑 r ノ球ガアル。コノ球ノ式ヲ書ケ。

三　次ノ等式ハ球ノ式トミラレル。球ノ中心ノ座標及ビ半徑ヲ求メヨ。

(一)　$x^2+y^2+z^2-2x=24$

(二)　$x^2+y^2+z^2-4x=5$

(三)　$x^2+y^2+z^2-6y=7$

(四)　$x^2+y^2+z^2+10z=0$

(五)　$x^2+y^2+z^2+2x+8y-19=0$

(六)　$x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+5=0$

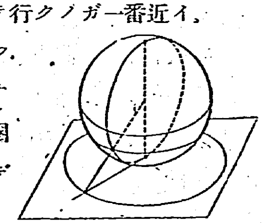
四　三ツノ座標面ニ接スル半徑 r ノ球ガアル。コノ球ノ中心ノ座標ヲ言ヘ。又，ソノ球ノ式ヲ書ケ。

二　大　圏　圖

一　大圏航路

航空機デ，東京カラ サンフランシスコ ヘ向カツテ飛行スルノニ，ドンナ線ニ沿ツテ行クト最モ近イカ。球面上ノ二點ヲ通ルヤウニ絲ヲ張リ，ソノ一端ヲ固定シテ他ノ端ヲ引張ルト，二點ヲ兩端トスル部分ノ絲ノ長サガ短クナリ，遂ニ，絲ガ二點ヲ通ル大圓ニ重ナル。ソレカラ絲ヲ引張ツテモ，ソノ二點ヲ兩端トスル部分ハ動カナイ。コノヤウナコトカラ，球面上デ，ソノ上ニアル二點ノ最短距離ハ，ソノ二點ヲ通ル大圓ノ弧デアルコトガワカル。隨ツテ，東京カラ サンフランシスコ ヘ行ク時，ソノ二地點ヲ通ル大圏ノ弧ニ沿ツテ行クノガ一番近イ。

大圏ノ弧上ヲ進ム航路ヲ 大圏航路 トイフ。



大圏ガ直線トナツテ現レルヤウナ地圖ガ作ラレルド，二地點間ノ大圏航路ヲ圖上デ容易ニ求メルコトガデキル。

前頁ノ圖ハ，大圏ガ直線トナツテ現レル地圖ヲ作ル一ツノ方法ヲ示シタモノデアル。卽チ，地球ノ中心ヲ視點トシ，一ツノ極ニ於ケル接平面ヲ畫面トシテ透視圖ヲ作ルノデアル。

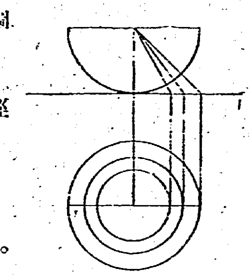
問一　前頁ノヤウニシテ地圖ヲ作ルト，大圏ガ直線トナツテ現レル。コレヲ證明セヨ。

大圏ガ直線デ表サレテヰル地圖ヲ 大圏圖 トイヒ，大圏圖ヲ書ク方法ヲ 大圏圖法 トイフ。

上ノヤウニシテ作ツタ大圏圖デハ，子午線ハ極カラ發スル放射狀ノ直線トナリ，距等圏ハ極ヲ中心トスル同心圓トナル。

一般ニ，子午線・距等圏ニ當ル地圖上ノ線ヲ，ソレゾレ 經線・緯線 トイフ。

問二　右ノ圖ハ，上ニ述ベタ大圏圖ノ緯線ノ引キ方ヲ示シタモノデアル。



緯度ガ α デアル緯線ヲ示ス圓ノ半徑 r ハ

$$r=\frac{a}{\tan\alpha}=a\cot\alpha$$

ト書キ表サレル。但シ，a ハ緯度 45° ノ緯線ヲ示ス圓ノ半徑デアル。コレヲ證明セヨ。

$\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ ノ逆數ヲソレゾレ 餘割，正割，餘接 トイフ。コレヲソレゾレ $\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$, $\cot\theta$ ト書キ表シ，「コセク θ」，「セク θ」，「コト θ」ト讀ム。

緯線ガ同心圓デ示サレテヰル地圖デ，緯線ヲ示ス圓ノ半徑ヲ 緯線半徑 トイフ。

二　大圏圖ノ歪

上ニ述ベタ大圏圖デ，二ツノ土地ノ緯度ガ同ジデアル場合ニ，

ソノ實際ノ面積ノ比ハ圖上ニ正シク現レル。然シ，緯度ガ違フ場合ニ，實際ノ面積ノ比ハ圖上ニ正シク現レナイ。

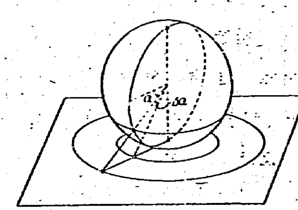
緯度ノ違フ二ツノ土地ガアル。ソノ緯度ヲ α, β トスル。尙，地球ノ半徑ヲ r トシ，緯度 45° ノ緯線半徑ヲ a トスル。

緯線方向ノ縮小率ハ，距等圏トソレニ對應スル緯線トノ長サノ比デ表サレル。卽チ，緯度ガ α デアル土地ノ緯線方向ノ縮小率ハ $\dfrac{a\cot\alpha}{r\cos\alpha}$ 或ハ $\dfrac{a}{r}\operatorname{cosec}\alpha$ ト書キ表サレル。

同様ニ緯度ガ β デアル土地ノ緯線方向ノ縮小率ハ $\dfrac{a}{r}\operatorname{cosec}\beta$ ト書キ表サレル。

随ッテ，緯度ガ α, β デアル二ツノ土地ニ於ケル緯線方向ノ縮小率ノ比ハ，次ノ式デ示サレル。

$$\frac{a}{r}\operatorname{cosec}\alpha : \frac{a}{r}\operatorname{cosec}\beta = \sin\beta : \sin\alpha$$



經線方向ノ縮小率ハ，同一子午線上ニアッテ十分近イ二地點間ノ大圏距離ト圖上ニ於ケルソノ二地點間ノ距離トノ比デ表サレル。例ヘバ，緯度ガ α デアル地點ニ就イテ，經線方向ノ縮小率ヲ求メテミヨウ。

先ヅ，ソノ地點ニ十分近イ地點ヲ取リ，ソノ緯度ヲ $\alpha+\Delta\alpha$ トスル。但シ，α ハ弧度ヲ單位トシタモノトスル。ソノ二地點間ノ大圏距離ハ $r\Delta\alpha$ ト書キ表サレ，大圏圖上ニ於ケル距離ハ次ノヤウニ書キ表サレル。

$$a\cot\alpha - a\cot(\alpha+\Delta\alpha) = a\left\{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\cos(\alpha+\Delta\alpha)}{\sin(\alpha+\Delta\alpha)}\right\}$$

$$= \frac{a\{\sin(\alpha+\Delta\alpha)\cos\alpha - \cos(\alpha+\Delta\alpha)\sin\alpha\}}{\sin\alpha\sin(\alpha+\Delta\alpha)}$$

$$= \frac{a\sin\Delta\alpha}{\sin\alpha\sin(\alpha+\Delta\alpha)}$$

$\Delta\alpha$ ガ十分ニ小サイカラ，$\sin(\alpha+\Delta\alpha)$ ハ $\sin\alpha$ ニ等シク，$\sin\Delta\alpha$ ハ $\Delta\alpha$ ニ等シイトミラレル。故ニ，緯度ガ α デアル土地ノ經線方向ノ縮小率ハ $\dfrac{a\sin\Delta\alpha}{\sin\alpha\sin(\alpha+\Delta\alpha)} : r\Delta\alpha$ 或ハ $a\operatorname{cosec}^2\alpha : r$ ニ等シイトミラレル。

随ッテ，緯度ガ α, β デアル二ツノ土地ニ於ケル經線方向ノ縮小率ノ比ハ，次ノ式デ示サレル。

$$\frac{a}{r}\operatorname{cosec}^2\alpha : \frac{a}{r}\operatorname{cosec}^2\beta = \sin^2\beta : \sin^2\alpha$$

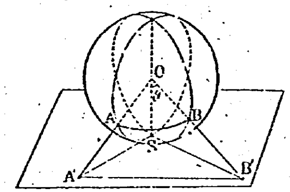
上ノ經線，緯線方向ノ縮小率ヲ基ニシテ，緯度ガ α, β デアル土地ノ面積ノ縮小率ノ比ヲ計算スルト $\sin^3\beta : \sin^3\alpha$ トナル。故ニ，緯度ガ α, β デアル土地ノ實際ノ面積ヲソレゾレ A, B トシ，圖上ノ面積ヲ A′, B′ トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$A' : B' = A\sin^3\beta : B\sin^3\alpha$$

$$A : B = A'\sin^3\alpha : B'\sin^3\beta$$

問一　上ノ二ツノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

一　二地點 A, B ノ大圏距離ヲ，次ニ示シタ順序デ求メヨ。



但シ，A, B ノ緯度ヲソレゾレ α, β トシ，兩地ノ經度ノ差ヲ γ トスル。又，A, B ヲ通ル大圈ノ弧 AB ニ對スル中心角ヲ θ ト表ス。

(一) 右ノ圖デ，三角形 A'OB', A'SB' ニ就イテ，餘弦定理ヲ適用スルト，次ノ等式ガ得ラレル。コレヲ證明セヨ。

$$\operatorname{cosec}^2\alpha+\operatorname{cosec}^2\beta-2\cos\theta\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{cosec}\beta$$
$$=\cot^2\alpha+\cot^2\beta-2\cos\gamma\cot\alpha\cot\beta$$

(二) 上ノ等式ヲ變形シテ，次ノ等式ヲ導ケ。

$$\cos\theta=\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$$

(三) 大圈距離ノ求メ方ヲ述ベヨ。

二 東京(139°45'東, 35°39'北)，サンフランシスコ(122°26'西, 37°47'北)間ノ大圈距離ヲ求メヨ。

三 緯線ガ北極ヲ中心トスル同心圓デ示サレテヰル大圈圖ヲ作リ，コレニ東京・サンフランシスコ間ノ大圈航路ヲ書キ加ヘヨ。大圈航路ハドノ邊ヲ通ルカ。地理附圖ニ就イテ調ベヨ。

四 球面上ノ圖形ヲ大圈圖法デ書クト，ソノ形ガドンナニ變ルカ。緯度ガ 30° デアル任意ノ地點ヲ含ム小サナ土地ヲ例ニトツテ，コレヲ述ベヨ。

三 正積圖

一 正積圖ノ作リ方

大圈圖上デ，極附近ニアル甲島ト緯度ガ 30° 附近ニアル乙島トノ面積ガ等シケレバ，甲島ノ實際ノ面積ハ，乙島ノ實際ノ面積ノ約8倍デアル。緯線半徑ヲ適當ニ定メテ，面積ノ割合ガ圖上ニ正シク現レルヤウニシヨウ。

面積ノ割合ヲ正シク表シテヰル地圖ヲ　正積圖　トイフ。

正積圖デ，例ヘバ，緯線ガ南極ヲ中心トスル同心圓デ表サレルヤウナモノヲ作ツテミヨウ。コノヤウナ正積圖デハ，緯線ヲ示ス圓ノ面積ト，ソレニ對應スル距等圈ガ球面ヲ分ケテ出來タ南極ヲ含ム部分ノ面積トノ比ガ一定デナケレバナラナイ。

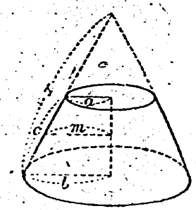
球ト平面トガ交ハル時，ソノ平面ノ一方ノ側ニアル球面ノ各部分ヲ　球缺　トイヒ，ソノ交ハリノ線トシテ出來タ圓ヲ，球缺ノ　底面　トイフ。又，球缺ノ底面ノ中心デ立テタ垂線ノ球缺内ニアル部分ノ長サヲ，ソノ　高サ　トイフ。

球ガ二ツノ平行平面ト交ハル時，ソノ間ニアル部分ヲ　球分　トイフ。ソノ表面ノウチ，球ト平行平面トガ交ハツテ出來タ二ツノ圓ノ各々ヲ　底面　トイヒ，平行平面ノ間ニアル球面ノ部分ヲ　球帶　トイフ。又，平行平面ノ距離ヲ，ソノ　高サ　トイフ。

緯度ガ南緯 α 及ビ $\alpha+\Delta\alpha$ (α ハ弧度ヲ單位トシタモノトスル)デアル距等圈ヲ境トシ，南極ヲ含ム球缺ノ曲面積ヲ，ソレゾレ A, $A+\Delta A$ トスル。明ラカニ，$\Delta\alpha$ ガ正デアルト ΔA ハ負デアリ，$\Delta\alpha$ ガ負デアルト ΔA ハ正デアル。$\Delta\alpha$ ノ絶對値ガ十分ニ小サケレバ，ΔA ノ絶對値ハソノ二ツノ距等圈ヲ兩底トスル直圓錐臺ノ側面積ヲ示スモノトミラレル。地球ノ半徑ヲ r トスルト，ソノ直圓錐臺ノ兩底ノ圓ノ半徑ハ $r\cos\alpha$, $r\cos(\alpha+\Delta\alpha)$ ニ等シク，斜高ハ $r|\Delta\alpha|$ ニ等シイトミラレル。コレヲソレゾレ a, b, c ト簡單ニ書キ表スコトニスル。

今，$b>a$ トスル。コノ直圓錐臺ノ基ニナル直圓錐ノ母線ノ長

サヲxトスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。



$$x:x-c=b:a$$

$$x=\frac{bc}{b-a}$$

故ニ，直圓錐臺ノ側面積ハ，次ノ式デ書キ表サレル。

$$\pi bx-\pi a(x-c)=\pi c(b+a)$$

$a>b$トシテモ，直圓錐臺ノ側面積ハ，同ジ式デ書キ表サレル。

$\Delta\alpha$ ノ絶對値ガ十分ニ小サケレバ，$b+a$ハ $2r\cos\alpha$トミラレルカラ，次ノ近似式ガ成リ立ツ。

$$\Delta \mathrm{A}=-2\pi r^2\cos\alpha\,\Delta\alpha$$

問一　先ヅ，上ノ近似式ガ成リ立ツ理由ヲ明ラカニセヨ。次ニ，ソノ近似式ヲ基ニシテ，次ノ等式ヲ導ケ。

$$\mathrm{A}=2\pi r^2(1-\sin\alpha)$$

緯度ガαデアル緯線ヲ示ス圓ノ半徑ヲr_1トスル。

$$\pi r_1^2=2\pi r^2(1-\sin\alpha)$$

$$r_1^2=2r^2(1-\sin\alpha)$$

$$=2r^2\left(\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2$$

αガ0カラ$\frac{\pi}{2}$マデノ間デハ，$\cos\frac{\alpha}{2}>\sin\frac{\alpha}{2}$デアル。故ニ，$r_1$ハ次ノヤウニ書キ表スコトガデキル。

$$r_1=\sqrt{2}\,r\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$=2r\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$$

問二　正積圖デ，緯線ガ南極ヲ中心トスル同心圓デ表サレルヤウナモノヲ作ルノニ，赤道ヲ半徑 5 cm ノ圓デ表スコトニスルト，緯線半徑Rハ，次ノ式デ書キ表サレル。コレヲ證明セヨ。

$$\mathrm{R}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$$

二　球缺ノ曲面積及ビ球帶ノ面積

南緯ガαデアル距等圏ヲ境トシ，南極ヲ含ム球缺ノ曲面積ヲAトスルト，α, A ノ間ニ次ノ關係ガアル。

$$\mathrm{A}=2\pi r^2(1-\sin\alpha)$$

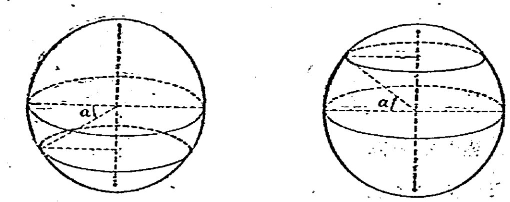
問一　半徑ガrデアル球ノ表面積ヲSトスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$\mathrm{S}=4\pi r^2$$

問二　半徑rノ球デ，球缺ノ高サヲhトシ，曲面積ヲSトスル。上ノA, α ニ就イテノ關係式ヲ $\mathrm{A}=2\pi r(r-r\sin\alpha)$ト變形シテ，次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$\mathrm{S}=2\pi rh$$

hガrヨリモ大キイ場合ニ就イテモ考ヘヨ。



問三　半徑rノ球デ，高サガhデアル球帶ノ面積ヲSトスルト，上ト同ジ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

一　本節ニ述ベタ正積圖法デ，球面上ノ圖形ヲ書キ表スト，ソノ形ガドンナニ變ルカ。コレヲ調ベヨ。

二　一ツノ圓トソノ外接正方形ガアル。コノ圖形ヲ正方形ノ一組ノ對邊ノ接點ヲ結ブ直線ヲ軸トシテ回轉スルト，一ツノ球ト直圓筒ガ出來ル。球ハ，直圓筒ノ兩底面ニ接シ，ソノ側面ニ大圓ニ沿ツテ接スル。コノ直圓筒ヲ球ノ外接直圓筒トイフ。

球トソノ外接直圓筒トヲ，直圓筒ノ底ニ平行ナ二平面デ切ツタトスル。コノ二平面ノ間ニアル，球面ノ部分ト外接直圓筒ノ部分トノ面積ハ等シイ。コレヲ證明セヨ。

三　赤道ニ沿ツテ側面ガ接スル地球ノ外接直圓筒ヲ考ヘ，ソノ外接直圓筒ト子午線・距等圈ノ各々ヲ含ム平面トノ交ハツタ線ヲ，直圓筒ノ上ニ記入シタトスル。先ヅ，コノ直圓筒ノ兩底ヲ取除キ，次ニ，180° ノ子午線ニ對應スル線ニ沿ツテ切リ開キ，平面上ニ展開シタトスル。

コノトキ子午線・距等圈ニ對應スル線ヲソレゾレ經線・緯線トスルト，一ツノ地圖ガデキル。コノ地圖ハ正積圖デアルコトヲ證明セヨ。

コノ正積圖デ，經線・緯線ハソレゾレ一群ノ平行線デ表サレル。一般ニ，緯線ガ一群ノ平行線デ表サレテキル地圖デ，赤道ト緯線トノ距離ヲ　緯線距離　トイフ。

四　前問ノ正積圖デ，赤道ト經度 0° ノ經線トヲ座標軸トシテ經線・緯線ヲ示ス式ヲ書ケ。

五　三デ作ツタ正積圖ノ歪ヲ調ベヨ，

六　三デ作ツタ正積圖デ，大圈ハ正弦曲線トナル。コレヲ證明セヨ。

四　正　角　圖

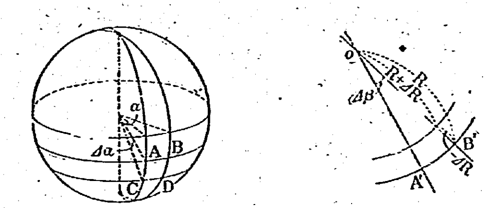
一　正角圖ノ作リ方

大圈圖或ハ正積圖デハ，ドンナ小サイ圖形デモ，ソノ形ガ圖上ニ正シク現レテキナイ。緯線半徑ヲ適當ニ定メテ，小サナ圖形ノ形ガ圖上ニ正シク現レルヤウニシテミヨウ。

小サナ圖形ノ形ヲ正シク表シテキル地圖ヲ作ルニハ，經線方向ノ縮小率ト緯線方向ノ縮小率トヲ等シクシナケレバナラナイ。

緯度ガ α, $\alpha+\Delta\alpha$ デアル緯線ヲ示ス圓ノ半徑ヲ，ソレゾレ R, R+ΔR トスル。明ラカニ，$\Delta\alpha$ ト ΔR トノ符號ハ相反スル。

次ノ圖デ，A, B ノ緯度ヲ α; C, D ノ緯度ヲ $\alpha+\Delta\alpha$ トシ，A, C ノ緯度ヲ β; B, D ノ經度ヲ $\beta+\Delta\beta$ トスル。



地球ノ半徑ヲ r トスルト，經線方向ノ縮小率ハ

$$-\Delta R : r\Delta\alpha$$

ト書キ表サレ，緯線方向ノ縮小率ハ

$$R\Delta\beta : r\cos\alpha\cdot\Delta\beta = R : r\cos\alpha$$

ト書キ表サレル。隨ツテ，次ノ近似式ガ成リ立ツヤウニスレバヨイ。

$$-\Delta R : r\Delta\alpha = R : r\cos\alpha$$

$$-\frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta\alpha}{\cos\alpha}$$

兩邊ヲ ΔA トシテ，次ノ等式ガ導カレル。

$$A=-\log R+c_1, \qquad A=\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)+c_2$$

上ノ二ツノ等式ノ右邊ヲ等シイト置イテ，次ノ等式ヲ導クコトガデキル。

$$-\log R=\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)+c$$

$$\log R\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)=-c$$

$$R\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)=c' \qquad (c'=e^{-c})$$

$$R=c'\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$$

上ノ等式デ，c' ハドレカ一ツノ緯線ヲ示ス圓ノ半徑ヲ定メルコトニヨツテ決定サレル。

例ヘバ，赤道ヲ半徑 a ノ圓デ表スコトニスルト，上ノ式デ $\alpha=0$ デアル時，$R=a$ デアルカラ

$$a=c'$$

隨ツテ，コノ場合ニ於ケル緯線半徑ヲ示ス式ハ

$$R=a\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$$

トナル。

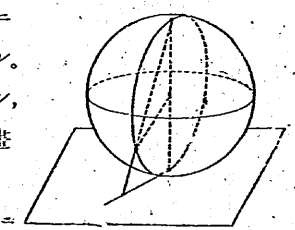
上デ作ツタ地圖デハ，小サナ圖形ノ形ヲ正シク書キ表シテキ

ルカラ，角ガ正シク現レテキル。

問一　上ニ述ベタコトノ理由ヲ明ラカニセヨ。

角ヲ正シク表シテキル地圖ヲ　正角圖　トイフ。

二　極透視法



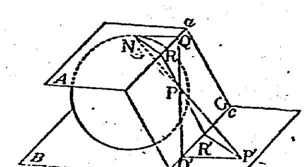
一デ作ツタ正角圖ハ，右ノ圖ニ示シタ方法デモ作ルコトガデキル。卽チ，地球ノ一ツノ極ヲ視點トシ，他ノ一ツノ極ニ於ケル接平面ヲ畫面トスル透視圖ヲ作ルノデアル，

上ノヤウニシテ，球面上ノ圖形ヲ平面上ニ書ク仕方ヲ　極透視法　トイフ。極透視法デ書イタ圖ヲ　極透視圖　トイフ。

問一　極透視法デ書イタ地圖ノ緯線半徑ヲ式ニ書キ表セ。又，コレト上デ作ツタ正角圖ノ緯線半徑ノ式トヲ比ベヨ。

極透視法デ作ツタ圖ガ正角圖デアルコトハ，圖形ノ性質ヲ用ヒテ，直接ニ說明スルコトモデキル。

球ノ一ツノ直徑ヲ NS トシ，N ヲ視點，S ニ於ケル接平面ヲ畫面トシテ；極透視圖ヲ書クモノトスル。球面上ノ一點P ノ像ヲ P′ トシ，P ニ於ケル二ツノ接線 PQ, PR ノ像ヲ P′Q′, P′R′ トスル。極透視圖ガ正角圖デアルコトヲ證明スルニハ，角 Q′P′R′ ガ角 QPR ニ等シイコトヲ言ヘバヨイ。



二點 N, S ニ於ケル接平面ヲソレゾレ A, B トシ，P ニ於ケル接

平面ヲ C トスル。明ラカニ，P ニ於ケル接線 PQ, PR ハ平面 C 上ニアル。二接線 PQ, PR ガ二平面 A, C ノ交線 a ト交ハル點ヲソレゾレ Q, R トスル。又，二平面 B, C ノ交線 c ト交ハル點ヲソレゾレ Q′, R′ トスル。

二平面 A, B ガ平行デアルカラ，NQ ト P′Q′，及ビ NR ト P′R′ トハ，ソレゾレ平行デアル。故ニ

$$\angle QNR = \angle Q'P'R'$$

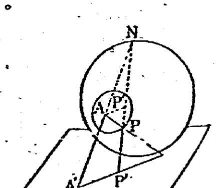
問二　球面ト二平面 A, C トガ作ル圖形ノ對稱面ハ a ヲ含ム。又，N, P ハ對稱面ニツイテ對稱ノ位置ニアル。コレヲ證明セヨ。

問三　前問ノ結果ヲ用ヒテ，角 QPR ト Q′P′R′ トガ等シイコトヲ證明セヨ。

一　上デ作ッタ正角圖デ，經線方向ト緯線方向トノ縮小率ハ等シイ。緯線半徑ヲ示ス式ヲ用ヒテ，コレヲ證明セヨ。

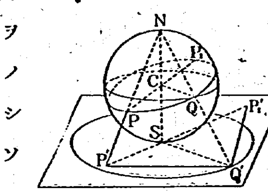
二　上デ作ッタ正角圖デ，面積ノ割合ハ圖上デドノヤウニナッテ現レテヰルカ。コレヲ調ベヨ。

三　極透視法デ，圓ノ像ハ圓デアル。次ニ述ベルコトガラ及ビ右ノ圖ヲ參考ニシテ，コレヲ證明セヨ。



球ノ直徑ヲ NS トシ，N ヲ視點，S ニ於ケル接平面ヲ畫面トシテ透視圖ヲ作ルモノトスル。球面上ノ圓ノ周上ニアル各點ニ於イテ接平面ヲ作ルト，ソレラハ一ツノ直圓錐ヲ包ム。ソノ頂點

A ト N トヲ結ブ直線 NA ガ，畫面ト交ハル點ヲ A′ トスルト，A′ ハ始メノ圓ノ像デアル圓ノ中心デアル。



四　右ノ圖ハ，點 P ノ極透視圖ヲ知ッテ，P ヲ一端トスル直徑ノ他ノ端 P_1 ノ極透視圖ヲ求メル方法ヲ示シタモノデアル。圖ヲ參考ニシテ，ソノ方法ヲ述ベヨ。

五　二點 P, Q ノ極透視圖ヲ知ッテ，P, Q ヲ通ル大圓ヲ求メルニハドウスレバヨイカ。前問ノ結果ヲ用ヒテ，ソノ方法ヲ考ヘヨ。

五　漸長緯度航法

一　航程線

船舶・航空機ナドガ，ドノ方向ニ向カッテ航行シテヰルカハ，ソノ首尾線ヲ羅針盤上ニ表シテ知ルコトガデキル。

羅針儀ノ示ス北ノ方向ハ，略〻子午線ノ方向ト一致スル。又，首尾線ノ方向ハ航行シテヰル方向ト略〻一致スル。随ッテ，船舶・航空機ノ上デ，首尾線ノ方向ト羅針儀ノ示ス北ノ方向トノナス角ニ，適當ナ修正ヲ施シテ，子午線ノ方向ト航行シテヰル方向トノナス角ヲ求メルコトガデキル。

問一　一般ニ，大圏ニ沿ッテ進ムニハ，首尾線ガ羅針儀上ニ示ス方向ヲ刻々ニ變ヘナケレバナラナイ。極透視法デ書イタ正角圖ニ大圏ヲ書キ入レテ，コレヲ説明セヨ。

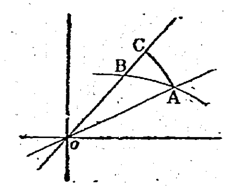
問一デ調ベタコトカラワカルヤウニ，大圏ニ沿ツテ航行スルノハ，非常ニ困難ナコトデアル。最モ簡單ナ航路ハ，航路上ノ各點デ，航路ト子午線トノナス角ガ一定ナモノデアル。

コノヤウナ線ヲ　航程線　トイヒ，航程線ヲ航路トスルモノヲ　航程線航路　トイフ。

航程線航路デハ，コレト子午線トノナス角ハ一定デアリ，ソノ角ハ，船舶・航空機ノ進ムベキ方向ヲ示ス。故ニ，ソノ角ヲ單ニ　航路　トイフコトニスル。

問二　航程線ハ，正角圖上デ，渦巻狀ノ曲線トナツテ現レル。又，地球上デモ渦巻狀ノ曲線デアル。コレヲ説明セヨ。

問三　前節デ作ツタ正角圖デ，航程線ハドンナ式デ書キ表サレルカ。



右ノ圖デ，A, B ハ航程線上デ近クニアル二地點ヲ示シ，ソノ極座標ヲソレゾレ (r, α), $(r+\Delta r, \alpha+\Delta\alpha)$ トスル。o ヲ中心トシ，半徑 oA ノ圓ト oB トノ交點ヲ C トスルト，三角形 ABC ハ直角三角形トミラレル。又，$AC=r\Delta\alpha$, $BC=\Delta r$ デ，$\dfrac{BC}{AC}$ ハ一定デアル。コレヲ基ニシテ考ヘヨ。

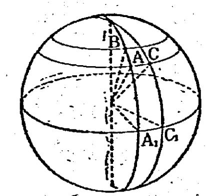
二　漸長圖

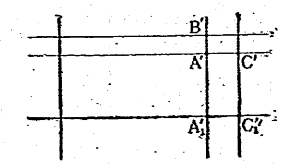
極透視法デ作ツタ正角圖デ，航程線ハ渦巻狀ノ曲線トナルカラ，圖上デ二地點ヲ結ブ航程線ヲ求メルノハ容易ナコトデハナイ。經線・緯線ヲ適當ニ引イテ，航程線ガ直線ニナツテ現レルヤウナ正角圖デ作ツテミヨウ。

航程線ガ直線デ表サレル正角圖デハ，航程線ハソノ上ノ各點デ子午線ト等角ヲナスカラ，經線ハ一群ノ平行線トナリ，又，

距等圏ハ子午線ト直交スルカラ，緯線ハ經線ト直交スル一群ノ平行線トナラナケレバナラナイ。

經線ハ，本初子午線ヲ示ス經線ノ兩側ニ，經度ニ比例シタ距離ヲ隔テタトコロニ直線ヲ引イテ示スモノトスル。今，赤道及ビ本初子午線ヲ示ス緯線・經線ヲ座標軸トシテ，求メル正角圖上ニ於ケル點ノ位置ヲ示スコトニスル。尙，圖上デ，一浬ノ長サヲ單位ノ長サニ取ルモノトスル。一浬ハ中心角一分ニ對スル大圏ノ弧ノ長サデアルカラ，子午線ノ長サハ 180×60 ト計算シテ，10800 浬デアル。





上ノ圖デ，A, B ハ同一子午線上ニアツテ，近クニアル二地點ヲ示シ，A, C ハ同一距等圏上ニアツテ，近クニアル二地點ヲ示ス。A′, B′, C′ ハ求メル正角圖上デ，ソレゾレ A, B, C ニ對應スル點ヲ示スモノトスル。明ラカニ，次ノ等式ガ成リ立タナケレバナラナイ。

$$\widehat{AB} : A'B' = \widehat{AC} : A'C'$$

A, B ノ緯度ヲソレゾレ α, $\alpha+\Delta\alpha$ トスルト，$\widehat{AB}$ ノ長サハ $10800\times\dfrac{\Delta\alpha}{\pi}$ ト書キ表サレル。

ド ノ距等圏モ，赤道ト同ジ長サノ直線デ示サレルカラ，A′B′ ヲ Δy トスルト，次ノ近似式ガ成リ立ツ。

$$\Delta y=\frac{10800}{\pi}\Delta\alpha\cdot\sec\alpha$$

問一　次ノ式ヲ微分シテ，上ノ等式ガ成リ立ツ理由ヲ明ラカニセヨ。

$$y=\frac{10800}{\pi}\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)+c$$

又，$\alpha=0$ ナラバ $y=0$ デアル。故ニ，$c=0$ トナル。随ツテ，次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$y=\frac{10800}{\pi}\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$$

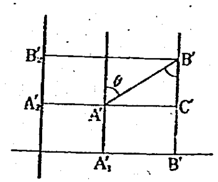
$$=7915.7\log_{10}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$$

上ノ等式ハ，緯度ト，ソレニ對應スル緯線・赤道間ノ距離トノ關係ヲ示シタモノデアル。コレヲ　漸長緯度　トイフ。

又，漸長緯度ヲ用ヒテ作ツタ地圖ハ正角圖デアル。コレヲ特ニ　漸長圖　トイフ。

三　漸長緯度航法

A 地點カラ B 地點ニ向カツテ，ソノ兩地點ヲ結ブ航程線上ヲ航行スルモノトスル。



右ノ圖ハ，漸長圖ノ一部ヲ示シタモノデ，A', B' ハソレゾレ A, B ニ對應スル點ヲ示ス。又，コノ圖デ，C' ハ A ノ緯度ヲ緯度トシ，B ノ經度ヲ經度トスル地點 C ニ對應スル點ヲ示ス。明ラカニ，三角形 A'B'C' ハ直角三角形デ，角 A'B'C' ハ A カラ B ニ至ル航路ヲ示ス。随ツテ，航路ヲ θ トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$\tan\theta=\frac{A'C'}{B'C'}$$

明ラカニ，A'C' ハ A, B 兩地ノ經度ノ差ヲ分ヲ單位トシテ表シタ數値ニ等シク，又，B'C' ハ A, B 兩地ノ漸長緯度ノ差ヲ示ス。

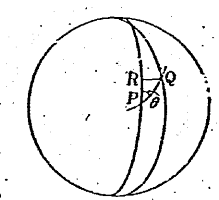
A, B 兩地ヲ通ル子午線ガ赤道ト交ハル點ヲソレゾレ A_1, B_1 トスル。B_1 ガ A_1 ヨリドレクラヰ東或ハ西ニアルカヲ，浬數デ表シタモノヲ，A, B 兩地ノ　變經　トイフ。緯度ニ就イテモ同様ナコトガ考ヘラレル。即チ，A, B 兩地ヲ通ル距等圏ガ，本初子午線ト交ハル點ヲ A_2, B_2 トスル。B_2 ガ A_2 ヨリドレクラヰ北或ハ南ニアルカヲ浬數デ表シタモノヲ，A, B 兩地ノ　變緯　トイフ。

A, B 兩地ノ漸長緯度ノ差ヲ，ソノ兩地ノ　漸長變緯　トイフ。

上ノ航程線ノ航路ヲ求メル式ハ，次ノヤウニ書キ表スコトガデキル。

(航路ノ正接)＝(變經)÷(漸長變緯)

随ツテ，出發地ト到着地ノ緯度・經度カラ，ソノ兩地ヲ結ブ航程線ノ航路ヲ，計算デ求メルコトガデキル。



航程線上デ，近クニアル二地點ヲ P, Q トシ，緯度ヲソレゾレ γ, $\gamma+\Delta\gamma$ トスル。P ヲ通ル子午線ト Q ヲ通ル距等圏トノ交點ヲ R トスルト，三角形 PQR ハ直角三角形トミラレル。明ラカニ，航路ヲ θ トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$\frac{\overset{\frown}{PR}}{\overset{\frown}{PQ}}=\cos\theta$$

$\overset{\frown}{PR}$ ハ $10800\times\dfrac{\Delta\gamma}{\pi}$ デアルカラ，航程 $\overset{\frown}{PQ}$ ヲ Δs デ表スト，

次ノ近似式ガ成リ立ツ。

$$\frac{10800}{\pi}\Delta\gamma=\cos\theta\cdot\Delta s$$

上ノ關係式ヲ基ニシテ，航程ト緯度トノ關係ヲ示ス次ノ等式ヲ導クコトガデキル。

$$\frac{10800}{\pi}\gamma=\cos\theta\cdot s+c$$

問一　緯度ガ α デアル地點ヲ出發シ，航路ガ θ デアル航程線上ヲ航行シタ場合ニ於ケル，到着地ノ緯度 β トソコマデノ航程 s トノ關係ハ，次ノ等式デ示サレル。コレヲ證明セヨ。

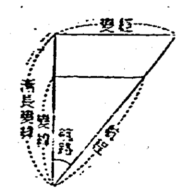
$$s=\frac{10800}{\pi}(\beta-\alpha)\sec\theta$$

又，上ノ等式ハ，次ノヤウニ書キ表スコトモデキル。コレヲ證明セヨ。

(航程)＝(變緯)×(航路ノ正割)

漸長圖ヲ作ル原理ニヨツテ考ヘラレタ航法ヲ　漸長緯度航法　トイフ。

漸長緯度航法ハ，航程線ニ沿ツテ進ム時，變經・變緯・漸長變緯・航路及ビ航程ノ間ニアル關係ヲ求メテ，航行スル仕方デアルトイヘル。



問二　右ノ圖ハ，上ニ述ベタ量ノ間ニアル關係ヲ示シタモノデアル。コレヲ說明セヨ。

問三　出發地ノ經度・緯度及ビ航路・航程ヲ知ツテ，到着地ノ經度・緯度ヲ求メルニハドウスルカ。ソノ方法ヲ述ベヨ。

問四　出發地及ビ到着地ノ經度・緯度ヲ知ツテ，航路・航程ヲ求メルニハドウスルカ。ソノ方法ヲ述ベヨ。

一　漸長圖デハ，面積ノ割合ガ正シク表サレテヰルカ。コレヲ調ベヨ。

二　野島崎南東方7浬ノ地點(34°50′北，140°0′東)カラ，サンフランシスコ沖　ノ一地點(39°0′北，120°0′西)マデ漸長緯度航法デ航行スル場合ニ於ケル，航路及ビ航程ヲ求メヨ。

三　東京ヲ出發シテ，北東ノ方向ニ 1000 浬進ンダ。ソノ地點ノ位置ヲ求メヨ。

六　大圈航法

一　大圈航法

漸長緯度航法ニヨレバ，航行スルノモ容易デアルシ，航行ニ必要ナ種々ナ量ヲ計算スルノモ簡單デアル。然シ，二地點間ノ最短距離ハ大圈距離デアルカラ，ソノ航法ハ時間的ニ不經濟デアル。

大圈上ヲ航行スルニハ，始終航路ヲ變ヘナケレバナラナイカラ，嚴密ニ大圈上ヲ航行スルコトハ困難デアル。隨ツテ，デキルダケ大圈ニ近ク航行スル方法ガ考ヘラレル。卽チ，大圈上ニ數箇ノ地點ヲ定メ，ソレラノ相隣ル二地點間ヲ漸長緯度航法デ航行スルノデアル。

コノヤウナ航法ヲ　大圈航法　トイフ。又，航路ヲ變ヘル地點ヲ　轉針點　トイフ。

大圏航法デ航行スルニハ，次ノヤウナ量ヲ計算スル。

（一）　航行ニ必要ナ燃料・飲料水・食料ナド及ビ目的地ニ到着スル時刻ヲ決定スルタメニ，大圏距離ヲ計算スル。

（二）　大圏上ノ總ベテノ點ガ安全デアルカドウカヲ調ベルタメニ，大圏上デ緯度ガ最モ高イ地點ノ位置ヲ求メル。

大圏上デ緯度ガ最モ高イ地點ヲ　大圏ノ頂點　トイフ。

（三）　轉針點ノ位置ヲ定メ，出發地・到着地及ビ各轉針點ニ於ケル航路ヲ求メル。

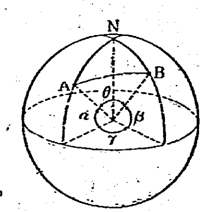
A 地點 (34°50′北，140°0′東)，B 地點 (39°0′ 北，125°0′西) 間ノ大圏航法ヲ例ニトリ，上ニ述ベタ三ツノ數値ヲ計算ショウ。

二　大圏距離

A，B 二地點ノ經度ノ差ハ

$$360° - (140° + 125°) = 95°$$

デアル。随ツテ，大圏ノ弧 AB ニ對スル中心角ヲ θ トスルト



$$\cos\theta = \sin 34°50' \sin 39° + \cos 34°50' \cos 39° \cos 95°$$

$$= 0.5712 \times 0.6293 - 0.8208 \times 0.7771 \times 0.0872$$

$$= 0.3039$$

$$\theta = 72°18'$$

随ツテ，大圏距離ハ，$60 \times 72 + 18 = 4338$ ト計算シテ，4338 浬デアル。

三　正弦定理・餘弦定理

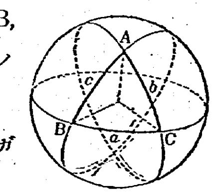
球面上デ，三ツノ大圏ノ弧デ囲マレル部分ヲ　球面三角形　トイフ。大圏ノ弧ヲ

球面三角形ノ　邊　トイヒ，大圏ノ弧ノ交點ヲ　頂點　トイフ。又，頂點ニ於ケルニ邊ノ接線ノナス角ヲ，ソノ頂點ニ於ケル　頂角　トイフ。

球面三角形ノ邊ノ長サハ，ソレニ對スル大圏ノ中心角デ表スコトモデキル。地球上ノ球面三角形ノ邊ノ長サハ，中心角ヲ分ヲ單位ニシテ表シタ數値，即チ浬ヲ單位ニシテ測ツタ數値デ表スノガ普通デアル。

大圏距離ヲ計算スルノニ用ヒタ式ハ，球面三角形ノ二邊ト夾角トヲ知ツテ，第三邊ヲ求メルモノトミラレル。

球面三角形 ABC ノ三ツノ頂角ヲ A, B, C トシ，ソレニ對スル邊ノ長サヲ中心角ノ大キサデ表シ，ソレゾレ a, b, c トスル。



球面三角形 ABC ニ就イテ，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

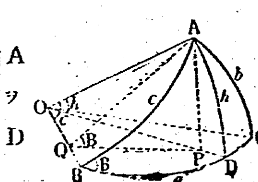
$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

上ノ三ツノ等式ヲ，球面三角形ノ　餘弦定理　トイフ。

平面上ニアル三角形ニ關スル，正弦定理ニ對應スルモノヲ作ツテミヨウ。

平面上ニアル三角形ニ倣ヒ，頂點 A ヲ通ツテ邊 BC ト直角ニ交ハル大圏ヲ作ル。ソノ大圏ト邊 BC トノ交點ヲ D トスル。



AカラODニオロシタ垂線ノ足ヲPトシ，PカラOBニオロシタ垂線ノ足ヲQトスルト，AQハOBニ垂直デアル。随ツテ

$$\angle AQP=\angle B$$

球ノ半徑ヲ1，邊ADノ長サヲhトスルト

$$AQ=\sin c,\qquad AP=\sin h$$

$$AP=AQ\sin B$$

故ニ

$$\sin h=\sin c\sin B$$

同様ニシテ，球面三角形ACDカラ，次ノ等式ヲ導クコトガデキル。

$$\sin h=\sin b\sin C$$

上ノ二ツノ等式カラ，次ノ等式ヲ導クコトガデキル。

$$\sin b\sin C=\sin c\sin B$$

即チ

$$\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

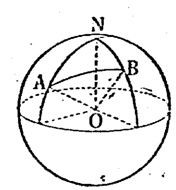
随ツテ，球面三角形ノ邊ノ長サト頂角ノ大キサトノ間ニ，次ノ等式デ示サレル關係ガアル。

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

上ノ等式ヲ，球面三角形ノ 正弦定理 トイフ。

四 出發航路・到着航路

再ビ，A地點(34°50′北，140°0′東)，B地點(39°0′北，125°0′西)間ノ大圏航法ニモドッテ考ヘヨウ。



右ノ圖デ，球面三角形NABノ頂角A, Bヲソレゾレ出發航路・到着航路トイフ。

$$a=90°-39°,\qquad b=90°-34°50'$$
$$=51°\qquad\qquad =55°10'$$
$$n=72°18'$$
$$N=360°-(140°+125°)=95°$$

球面三角形NABニ，正弦定理ヲ適用スルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$\frac{\sin 51°}{\sin A}=\frac{\sin 55°10'}{\sin B}=\frac{\sin 72°18'}{\sin 95°}$$

$$\sin A=\frac{\sin 51°\sin 95°}{\sin 72°18'},\qquad \sin B=\frac{\sin 55°10'\sin 95°}{\sin 72°18'}$$

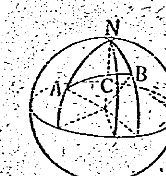
$$=\frac{0.7771\times0.9962}{0.9527}\qquad =\frac{0.8209\times0.9962}{0.9527}$$

$$=0.8126\qquad =0.8585$$

$$A=54°21'\qquad B=59°9'$$

随ツテ，出發航路ハ54°21′デアリ，到着航路ハ59°9′デアル。

五 大圏ノ頂點



大圏ノ頂點ヲCトスルト，球面三角形NACノ頂角Cハ直角ニ等シイ。

先ヅ，點Cノ緯度ヲ求メヨウ。點Cノ緯度ハ邊NCノ長サa'カラ容易ニ求メルコトガデキル。球面直角三角形NACデ

$$c=55°10',\qquad A=54°21',\qquad C=90°$$

$$\frac{\sin a'}{\sin 54°21'}=\frac{\sin 55°10'}{\sin 90°}$$

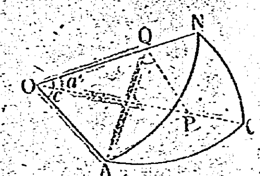
$$\sin a'=\sin 55°10'\sin 54°21'=0.8209\times0.8126=0.6673$$

$$a'=41°51'$$

隨ツテ，大圈ノ頂點ノ緯度ハ，$90°-41°51'=48°9'$ ト計算シテ，北緯 $48°9'$ デアル．

次ニ，點 C ノ經度ヲ求メヨウ。球面三角形 NAC デ，頂角 N ハ二地點 A, C ノ經度ノ差ヲ示スカラ，點 C ノ經度ハ，頂角 N ノ大キサカラ容易ニ求メルコトガデキル。

A カラ OC ニ垂線ヲオロシ，ソノ足ヲ P トシ，又，P カラ ON ニ下シタ垂線ノ足ヲ Q トスル。明ラカニ，三角形 APQ ハ直角三角形デ，角 AQP ハ球面三角形 NAC ノ頂角 N ニ等シイ。



球ノ半徑ヲ 1 トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$AQ=\sin c,\qquad PQ=AQ\cos N=\sin c\cos N$$

$$OQ=\cos c,\qquad PQ=OQ\tan a'=\cos c\tan a'$$

上ノ二ツノ等式カラ，次ノ等式ヲ導クコトガデキル，

$$\sin c\cos N=\cos c\tan a'$$

$$\cos N=\tan a'\cot c$$

$a'=41°51'$, $c=55°10'$ デアルカラ

$$\cos N=\tan 41°51'\div\tan 55°10'$$
$$=0.8957\div1.4371$$
$$=0.6233$$
$$N=51°22'$$

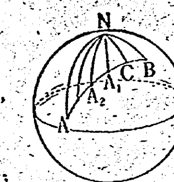
隨ツテ，大圈ノ頂點 C ノ經度ハ

$$360°-(140°+51°22')=168°38'$$

ト計算シテ，西經 $168°38'$ デアル。

六 轉針點

ココデハ，轉針點ヲ大圈ノ頂點ノ兩側ニ，經度 10° 置キニ設ケルコトニシヨウ。



C カラ A ノ側ニ取ッタ始メテノ轉針點 A_1 ノ經度ハ西經 $178°38'$ デアル。A_1 ノ緯度ハ，球面直角三角形 NA_1C ノ邊 NA_1 カラ容易ニ計算スルコトガデキル，邊 NA_1 ノ長サ c_1 ハ，大圈ノ頂點ノ經度ヲ求メルノニ用ヒタ式ニヨッテ，計算スルコトガデキル。

球面直角三角形 NA_1C デ，頂角 A_1NC ヲ N_1 トスルト

$$a=41°50',\qquad N_1=10°$$

$$\cos N_1=\tan a\cot c_1$$

故ニ
$$\tan c_1=\tan a\sec N_1$$
$$=0.8957\div0.9848$$
$$=0.9093$$
$$c_1=42°17'$$

隨ツテ，轉針點 A_1 ノ緯度ハ，$90°-42°17'=47°43'$ ト計算シテ，北緯 $47°43'$ デアル，

上ト同樣ニシテ，各轉針點ノ位置ヲ求メルコトガデキル，

一 六ニ述ベタヤウニ，轉針點ヲ設ケルモノトシ，A 地點(34°50'北，140°0'東)，B 地點(39°0'北，125°0'西)間ヲ，大圈航

法ニヨツテ航行スルモノトシテ總航程ヲ求メヨ。

二　次ノ各組ノ要素ヲ知ツテ，球面三角形 ABC ヲ解クニハドウスルカ。ソノ方法ヲ述ベヨ。

(一)　a, b, c　　(二)　b, c, A　　(三)　c, A, B

(四)　c, B, C

七　球面上ノ圖形ノ性質

一　球面上ノ直線

平面上デ，ソノ上ニアル二點ノ最短距離ハ，ソノ二點ヲ兩端トスル直線ノ長サデ示サレル。又，球面上デ，ソノ上ニアル二點ノ最短距離ハ，ソノ二點ヲ兩端トスル大圓ノ弧ノ長サデ示サレル。卽チ，球面上ノ二點ノ最短距離ハ，ソノ二點ヲ結ブ直線ガ球ノ直徑デアル場合ニハ，大圓ノ半圓周ノ長サデ示サレ，サウデナイ場合ニハ，二點ヲ兩端トスル大圓ノ弧ノウチ，短イ方ノ長サデ示サレル。

球ノ直徑ノ兩端ヲ，互ニ他ノ　對點　トイフ。又，圓周上ノ二點デ分ケタ二ツノ弧ノウチ，長イ方ノ弧ヲ　優弧　トイヒ，短イ方ノ弧ヲ　劣弧　トイフ。

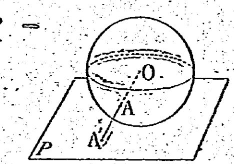
球面上ノ圖形ヲ平面上ノ圖形ニ對應サセテ，ソレラノ性質ヲ比ベヨウ。

球面上デ，平面上ノ直線ニ當ルモノハ，球面上ノ大圓デアルト考ヘラレル。球面上デ，ソノ上ノ二點ヲ通ル大圓ハ，一般ニ唯一ツデアル。但シ，ソノ二點ガ對點デアル場合ニハ，二點ヲ通ル大圓ハ無數ニ多イ。然シ，平面上デハ，二點ヲ通ル直線ハ唯一ツデアル，コノヤウナコトデハ，平面上ノ圖形ト球面上ノ

圖形トノ性質ヲ比ベルノニ不便デアル。コノ不便ヲ除クタメニ，一組ノ對點ヲ同ジ點トミナスコトニスル。大圓ノ上ニアル點ニ就イテモ上ノヤウニ考ヘテ，大圓ヲ球面上ノ直線トイフコトニスル。コノヤウニ定メルト，球面上ノ相異ナル二點ヲ通ル直線ハ，唯一ツデアルトイヘル。

問一　球面上ノ二直線ハ必ズ出會ヒ，且ツ唯一ツノ點デ出會フ。コレヲ證明セヨ。

問二　右ノ圖ハ，球 O トソノ接平面 P トヲ示シタモノデアル。球面 O 上ノ點 A ト O トヲ結ブ直線ガ P ト交ハツタ場合ニ，ソノ交點 A′ト A トヲ對應サセタトスル。



(一)　P 上ノ直線ハ，球面上ノドンナ圖形ニ對應スルカ。

(二)　P 上ノ一組ノ平行線ハ，球面上ノドンナ圖形ニ對應スルカ。

二　球面上ノ三角形

球面三角形ハ，球面上ノ互ニ異ナル三點ノ二ツヅツヲ大圓ノ劣弧デ結ンダ時，コノ弧デ圍マレタ球面ノ部分デアル。球面三角形ヲ，球面上ノ三角形トイフコトニスル。

問一　三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリモ大キイ，コレト同樣ニ，球面上ノ三角形デモ，二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリモ大キイ。コレヲ證明セヨ。

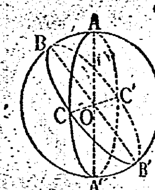
直徑ヲ共有スル二ツノ大圓ノ半圓ガ圍ム圖形ヲ　月形　トイフ，ソノ二ツノ大圓ヲ含ンデヰル二ツノ平面ノナス角ノウチ，月形ノアル方ノモノヲ　月形ノ角　トイ

フ。

下ノ圖デ，直徑 AA′ ヲ共有スル二ツノ大圓ノ半圓 ABA′, ACA′ ガ圍ム月形ヲ月形 B(AA′)C トカク。

球面上ノ三角形ノ三ツノ角ノ和ハ，二直角ヨリモ大キイ。コレヲ證明ショウ。

〔證〕 A, B, C ノ對點ヲ A′, B′, C′ トスル。二ツノ球面上ノ三角形 ABC ト A′B′C′ ハ中心 O ニツイテ對稱デアルカラ，ソノ面積ハ等シイ。コレノ S トスル。同樣ノ理由デ，球面上ノ三角形 BCA′, B′C′A ; CAB′, C′A′B ; ABC′, A′B′C ノ面積ハ，ソレゾレ等シイ。ソノ面積ヲソレゾレ S_1, S_2 S_3 トスル。



月形 B(AA′)C ノ面積ハ $S+S_1$ ニ等シイ。又，月形ノ面形ハ，月形ノ角ニ比例スルカラ，月形 B(AA′)C ノ面積ト全球面ノ面積トノ比ハ，月形ノ角 A ト 2π トノ比ニ等シイ。今，球ノ半徑ヲ r トスルト，次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$S+S_1 : 4\pi r^2 = A : 2\pi$$

$$S+S_1 = 2Ar^2$$

同樣ニ　$S+S_2=2Br^2,\quad S+S_3=2Cr^2$

故ニ　$3S+S_1+S_2+S_3=2r^2(A+B+C)$

然ルニ　$S+S_1+S_2+S_3=2\pi r^2$ デアルカラ

$$2S=2(A+B+C-\pi)r^2$$

上ノ等式カラ，$A+B+C$ ハ π ヨリ大キイコトガワカル。即チ，球面上ノ三角形デハ，三ツノ角ノ和ハ二直角ヨリモ大キイ。

球面上ノ三角形ノ三ツノ角ノ和カラ二直角ヲ引イタ殘リヲ，ソノ三角形ノ 球面過剩 トイフ。

一　球面上ノ三角形ノ二邊ガ等シケレバ，コレニ對スル二角モ等シイ。コレヲ證明セヨ。

二　球面上ノ三角形ノ大キイ邊ニ對スル角ハ，小サイ邊ニ對スル角ヨリモ大キイ。コレヲ證明セヨ。

三　地球面上ニ正三角形ガアッテ，ソノ一邊ノ長サガ 100 粁デアルトスル。コノ球面三角形ノ內角ノ和ヲ求メヨ。