

ニシテ、 P' ノ運動ヲ式ニ書キ表セ。

問四、問五デ調ベタ P' ノ運動ヲ 單振動 トイフ。

問六 次ノ式ハ單振動ヲ表スモノトミラレルカ。但シ、 t ハ時間(秒)ヲ、 y ハ距離(寸)ヲ表スモノトスル。

$$(一) y = 3 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \quad (二) y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(三) y = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (四) y = 4 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

問七 單振動ハ、次ノヤウナ形ノ式デ表スコトガデキル。コレヲ説明セヨ。但シ、 r 、 α 、 β ハ定数トスル。

$$y = r \sin(\alpha t + \beta)$$

上ノ式デ、 r ヲ單振動ノ 振幅 トイフ。

一 問一ノ圖ニ示シタヤウナ構造ノカムデ、 P ニ次ノ式デ表サレル單振動ヲサセヨウト思フ。(單位ハ秒、寸)

$$y = 25 \sin \frac{3}{4} \pi t$$

圓板ノ中心ト圓板ノ回轉ノ中心トノ距離ヲ何程ニスレバヨイカ。又、圓板ヲ毎分何回ノ割合デ回轉サセレバヨイカ。

二 單振動ヲスル點ノ速サハ、ドコデ最モ速イカ。又、ドコデ最モ遅イカ。單振動ヲ示ス圖表ニ就イテ調べヨ。

三 次ノ各式ヲ $y = a \sin(\alpha t + \beta)$ ノ形ニ改メヨ。但シ、 α 、 β ハ正ノ角トスル。

$$(一) y = 3 \cos \pi t \quad (二) y = 3 \sin(-\pi t)$$

中等數學

三

第二類

文部省

[後] ¥ .70

中等數學

三 第二類

昭和21年4月18日印刷 同日刷刻印刷 〔後〕
昭和21年4月22日發行 同日刷刻發行 定價 70 錢

〔昭和21年4月22日 文部省檢査済〕

著作権所有

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(DATE Apr. 18, 1946)

著 作 者
發 行 者

文 部 省

刷 刻 者
發 行 者

東京高神田區岩本町三番地
中等學校教科書株式會社
代表者 龜井寅雄

印 刷 者

東京都千代田市谷町一丁目十二番地
大日本印刷株式會社
代表者 佐久間長吉郎

發行所 中等學校教科書株式會社

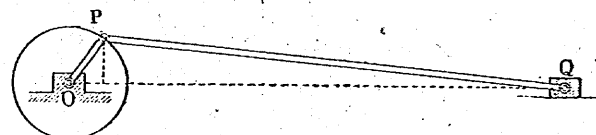
教科書番號 71ノ三

$$(三) y=5 \cos\left(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{2}\right) \quad (四) y=5 \cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

四 次ノ圖ハ、或ル機械ノ一部ヲ示シタモノデ

$$OP=4 \text{ cm} \quad PQ=40 \text{ cm}$$

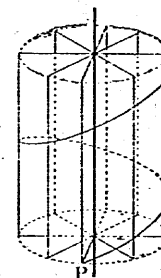
デアル。P ガ毎秒 π ノ等角速度デ回轉スルト、Q ハドノヤウ
ナ運動ヲスルカ。コレヲ式ニ書キ表セ。



Q ハ大體單振動ヲシテキルトミラレル。Q ノ運動ヲ、圖表ニ
書イテ調ベヨ。

三 運動ノ合成

直圓筒ガソノ軸ノ周リヲ等角速度デ回轉シ
テキル。又、點 P ハソノ一ツノ母線ニ沿ツテ
等速度運動ヲスルモノトスル。コノ時、P ハ
軸ニ對シテ回轉運動ト直線運動トヲ合ハセタ
運動ヲスル。



コノヤウニ、二ツノ運動ヲ合ハセタモノヲ、二ツノ運動ノ
合成運動 トイフ。

問一 直圓筒ノ半徑ヲ 3 種トシ、ソノ回轉ノ速サヲ毎分五回
ノ割合トスル。又、P ノ速サヲ毎分 30 種ノ割合トスル。

點 P ハドノヤウナ曲線ニ沿ツテ運動ヲスルカ。ソノ曲線ヲ投

影圖ニ書き表セ。

上デ書イタ曲線ハ菱巻線デアル。母線ガ一回轉スル間ニ、點 P ガ母線 J 上ヲ進ンダ距離ヲ、菱巻線ノ 進ミ トイフ。

進行中ノ列車ノ中ヲ歩く人ハ、地面ニ對シテ列車ノ運動ト步行運動トノ合成運動ヲスル。

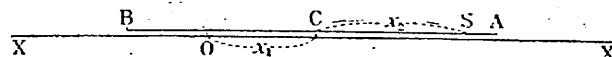
問二 毎秒 12 米ノ速サデ進行シテキル列車内デ、毎秒 1 米ノ速サデ歩イテキル人ガアル。コノ人ガ列車ノ進行方向ニ 30 秒進ンデカラ、直チニ引き返シテ元ノ所マデ戻ツタトスル。コノ人ハ地面ニ對シテドノヤツナ運動ヲシタコトニナルカ。コレヲ圖表ニ示セ。

直線 XOX' 上デ直線 AB ガ單振動ヲシテキテ、 AB ノ中點 C ノ運動ハ、次ノ式デ表サレルモノトスル。

$$x_1 = 4 \sin \frac{\pi}{6} t$$

又、點 S ハ AB 上デ單振動ヲシテキテ、ソノ運動ハ次ノ式デ表サレルモノトスル。但シ、座標ノ原點ヲ C トスル。

$$x_2 = 4 \cos \frac{\pi}{6} t$$



上ノ式デ、距離ハ「榧」、角度ハ「弧度」、時間ハ「秒」ヲ單位ニシテアル。今後モ、特ニ斷ラナイ限り、單位ハ「榧、弧度、秒」トスル。

問三 C ノ XX' ニ對スル運動ヲ示ス圖表ト、 S ノ AB ニ對

スル運動ヲ示ス圖表トヲ書ケ。

次ニ、 S ノ XX' ニ對スル運動ヲ示ス圖表ヲ書ケ。

問四 前問デ合成シテ出來タ S ノ運動ハドナナ振動デアルカ。コレヲ圖表ニ就イテ調べヨ。

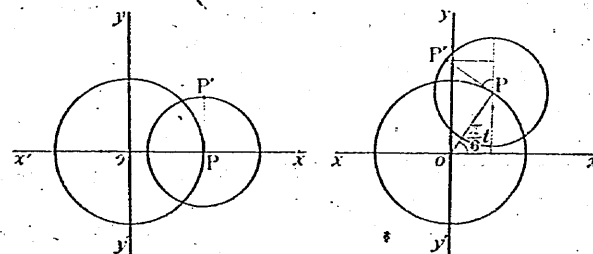
單振動ト推定サレルナラバ、ソノ運動ヲ示ス式ヲ書ケ。又、ソノ式ノ圖表ヲ書き、前問デ書イタモノト比べヨ。

問五 次ノ二ツノ單振動ヲ合成シ、コレヲ圖表ニ示セ。

$$x_1 = 4 \sin \frac{\pi}{6} t, \quad x_2 = 3 \cos \frac{\pi}{6} t$$

問六 前問ノ合成運動ハ單振動デアルカ。コレヲ圖表ニ就イテ調べヨ。

問四、問六デ推定シタコトハ、基ニナル圓運動ノ合成ニヨリテモ確カメルコトガデキル。ココデハ、問五ノ二ツノ單振動ニ就イテ考ヘヨウ。



直交軸 xox' , yoy' ノ原點ヲ中心トシ、半徑 4 榧ノ圓 O ヲ書キ、ソノ周上ヲ毎秒 $\frac{\pi}{6}$ ノ等角速度デ回轉スル點 P ヲ考ヘ、

又、別ニ半徑3極ノ圓 O' ト、ソノ周上ヲ P ト同ジ角速度デ回轉スル點 P' トヲ考ヘル。中心 O' ヲ P ニ重ネテ圓 O ノ周上ヲ回轉サセルト、 P' ハ二ツノ圓運動ノ合成運動ヲスル。

問七 前頁ノ左ノ圖ハ、時間ノ測リ初メニ於ケル P, P' ノ位置ヲ示シタモノデアアル。コレカラ t 秒後ニ於ケル P' ノ y 座標ハ、次ノ式デ表サレル。前頁ノ右ノ圖ヲ參考ニシテ、コレヲ證明セヨ。

$$y = 4 \sin \frac{\pi}{6} t + 3 \cos \frac{\pi}{6} t$$

問八 前頁ノ圖デ、 P ノ O ニ對スル角速度ト、 P' ノ O' ニ對スル角速度トガ等シイカラ、角 OPP' ノ大キサ及ビ OP' ノ長サハ一定デアアル。コレヲ證明セヨ。

今ワカッタコトカラ、 t 秒後ニ於ケル P' ノ y 座標ハ、前問デ書イタノト異ナツタ形ノ式ニ書キ表スコトガデキル。ソノ式ヲ書キ、問六デ推定シタコトヲ確カメヨ。

問九 前問ト同様ニシテ問四デ推定シタコトヲ確カメヨ。

二ツノ單振動ノ周期ガ等シクナイト、ソノ合成運動ハドウナルカ。コレヲ調べヨウ。

問十 次ノ二ツノ單振動ヲ合成スルト、ドノヤウナ運動ニナルカ。コレヲ圖表ニ示セ。

合成運動ハ單振動デアアルカ。コレヲ圖表ニ就イテ調べヨ。

$$x_1 = 2 \sin \pi t, \quad x_2 = 2 \cos 2\pi t$$

一 地面ニ垂直ナ柱ヲ軸ニシテ一様ナ速サデ回轉スル圓板ノ上デ、中心ニ向カッテ一様ナ速サデ歩ク人ガアル。コノ人ハ地面ニ對シテドノヤウナ運動ヲシタコトニナルカ。コノ合成運動ヲ圖表ニ示セ。

二 次ノ二ツノ單振動ヲ合成シ、振幅ト周期トヲ求メヨ。又、合成運動ヲ振幅ト角速度トヲ用ヒテ式ニ書キ表セ。

$$(一) \quad x_1 = 2 \sin \pi t, \quad x_2 = 3 \sin \left(\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$(二) \quad x_1 = 3 \sin \left(\frac{\pi}{3} t + \frac{\pi}{4} \right), \quad x_2 = 4 \sin \left(\frac{\pi}{3} t - \frac{\pi}{4} \right)$$

三 次ノ二ツノ單振動ヲ合成シ、コレヲ圖表ニ示セ。

$$x_1 = \sin \pi t, \quad x_2 = \cos \frac{\pi}{3} t$$

四 α ガドノヤウナ角デモ、次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$$

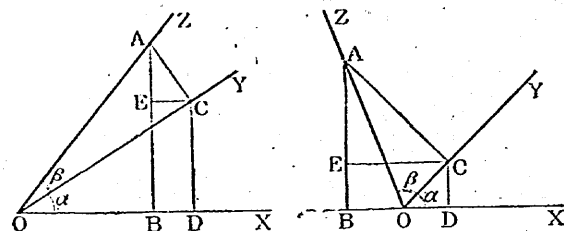
四 加法定理

前節デ、次ノ關係ノアルコトガワカッタ。

$$\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

一般ニ、 $\sin(\alpha + \beta)$ 、 $\cos(\alpha + \beta)$ ハ、 α, β ノ三角函數デドノヤウニ表ザレルカラヲ調べヨウ。

先ヅ、 α, β ガ共ニ銳角ノ場合ニ就イテ考ヘヨウ。直線 OX, OY, OZ ヲ引キ、 $\angle XOY = \alpha, \angle YOZ = \beta$ トスル。



OZ 上に A を取り、OA を 1 に等しくして、A から OX, OY に垂線 AB, AC を引くと、AB, AC, OC の長さから $\sin(\alpha + \beta)$, $\sin \beta$, $\cos \beta$ の値を表す。

問一 上の左の図を参考にして、 $\alpha + \beta$ が鋭角の場合、 $\sin(\alpha + \beta)$ を α , β の三角関数で書き表せ。

又、 $\alpha + \beta$ が鈍角の場合に就いて考へよ。

問二 $\cos(\alpha + \beta)$ を α , β の三角関数で書き表せ。

二つの角の和 $\alpha + \beta$ の正弦及び余弦は、 α , β の三角関数で、次のように書き表すことが出来る。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

コレは正弦・余弦の 加法定理 トイフ。

α が鋭角で、 β が鈍角であれば、 $\alpha + \beta$ は $\alpha + \beta' + \frac{\pi}{2}$ (β' は鋭角) トおくことが出来る。次の二つの式で値が等しければ、この場合にも正弦の加法定理が成り立つことが出来る。

$$\sin\left(\alpha + \beta' + \frac{\pi}{2}\right), \sin \alpha \cos\left(\beta' + \frac{\pi}{2}\right) + \cos \alpha \sin\left(\beta' + \frac{\pi}{2}\right)$$

問三 前の二式が等しいことを証明せよ。

問四 余弦の加法定理で、 α が鋭角で、 β が鈍角の場合に成り立つ。コレを証明せよ。

問五 正弦及び余弦の加法定理で、 α , β が共に鈍角の場合に成り立つ。コレを証明せよ。

問二、問三、問四の手順を繰り返すと、加法定理は α , β が正・負のどの角度でも成り立つことが証明出来る。

加法定理で、 β を $-\beta$ に置き換へると

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

が得られる。

コレは正弦・余弦の 減法定理 トイフことが出来る。

一 正弦及び余弦の加法定理で、 α , β が共に負の角で、 $-\frac{\pi}{2}$ より大きい場合に成り立つ。コレを確かめよ。

二 二つの角の和 $\alpha + \beta$ 及び差 $\alpha - \beta$ の正接は、 α , β の正接で、次のように書き表すことが出来る。コレを証明せよ。

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

三 次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$(一) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(二) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

四 次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$(一) \begin{cases} \sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \end{cases}$$

$$(二) \begin{cases} \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \\ \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \end{cases}$$

五 次ノ各式ヲ $y = a \sin(x + \alpha)$ ノ形ニ書き改メヨ。

$$(一) y = \sin x - \cos x \quad (二) y = 3 \sin x + 4 \cos x$$

$$(三) y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 3 \cos x$$

六 同ジ周期ノ二ツノ單振動ヲ合成スルト、元ト同ジ周期ノ單振動ニナル。コレヲ式ノ上カラ證明セヨ。

五 種々ノ問題

一 直線 $y = \frac{2}{3}x - 2$ ト x 軸トノ作ル角ヲ θ トスルト、 x ノ係數ハ θ ノ正接ノ値ニ等シイ。

一般ニ、直線 $y = ax + b$ ニ就イテモ、同様ノコトガイヘルカドウカラ調べヨ。

二 直圓柱ノ上ニ蔓卷線ガ書イテアル、直圓柱ヲ一ツノ母線ニ沿ツテ切り開キ、コレヲ一平面上ニ展開スルト、蔓卷線ハドノヤウナ線ニナルカ。

三 直圓柱ノ上ニ蔓卷線ガ書イテアル、コノ蔓卷線ヲ直圓柱ノ軸ニ平行ナ平面ヘ投影スルト、一ツノ曲線ガ出來ル。座標軸

ヲ適當ニ選ンデ、コノ曲線ノ式ヲ書ケ。

四 半徑2 極ノ圓周上ヲ點 P ガ毎秒 π ノ等角速度デ回轉シテキル。コノ圓ノ中心ガ毎秒2 極ノ速サデ直線運動ヲスルト、P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ示セ。

又、P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

五 次ノ函數ヲ α ノ三角函數デ書き表セ。

$$(一) \sin 3\alpha \quad (二) \cos 3\alpha$$

三角形ノ解法

一、三角形ノ解法〔一〕

甲船ハ18ノットノ速サ(海面ニ對シテ)デ北 30° 西ノ方向ニ航行シテキル。乙船ハ甲船ニ連絡ヲトルタメ、デキルダケ早ク追ヒツキタイト思フ。現在、甲ハ乙ノ東方3哩ノ所ニアル。

問一 乙ガ40ノットノ速サデ進ムモノトシテ、乙ハドノ方向ニ航行スレバヨイカ。コレヲ作圖ニヨツテ求メヨ。

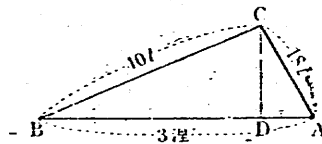
問二 前問デ、乙ハ追ヒツクマデニ何程ノ距離ヲ航行シナケレバナラナイカ。又、コレニ要スル時間ハ凡ソ何程カ。コレヲ前問デ書イタ圖ニヨツテ求メヨ。

問三 高サ400米ノ山ノ頂デ、東方ニアル甲驛ト東南方ニアル乙驛トノ俯角ヲ測ツタラ、ソレゾレ 35° , 15° デアッタ。コノ兩驛ノ距離ヲ作圖ニヨツテ求メヨ。

問一、問三ノヤウニ、實測シタ長サト角ヲ圖ニ移シ、未知ノ長サト角ノ大キサヲ以上デ求メル方法ヲ 縮圖法 トイフ。

未知ノ長サト角ヲ求メル方法ニハ、縮圖法ノホカニ、計算ニヨツテ一層精密ナ値ヲ求メル仕方ガアル。

問四 問一デ、甲、乙兩船ノ位置ヲA, Bトシ、追ヒツ

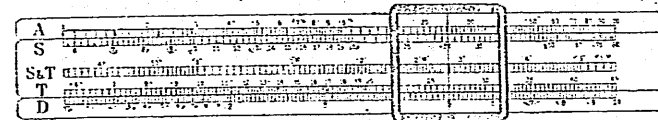


イタ地點ノ位置ヲCトスル。前頁ノ圖ハソレノ位置關係ヲ示シタモノデ、DハCカラABニオロシタ垂線ノ足デアル。CDヲ角Aノ正弦ヲ用ヒテ書キ表セ。又、角Bノ正弦ヲ用ヒテ書キ表セ。

上デ作ツタニツノ式ヲ用ヒテ、角Bノ正弦ノ値ヲ計算スル式ヲ作レ。次ニ、コレヲ用ヒテ角Bノ正弦ノ値ヲ計算シ、更ニ、數表ヲ用ヒテ角Bノ大キサヲ求メヨ。

今求メタ角Bノ大キサヲ、問一デ求メタモノト比ベヨ。

計算尺ノ内尺ヲ裏返ストS尺ガアル。コレヲ插入シテ、ソノ端ヲD尺ノ端ト一致サセル。S尺デ角ノ度數ヲ讀ンデ、ソレニ一致スルD尺ノ目盛ヲ讀ムト、ソノ角ノ正弦ノ値ノ10倍ガ求メラレルヤウニナツテキル。



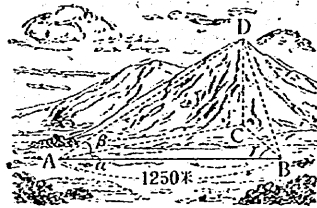
逆ニ、計算尺ヲ使ツテ、正弦ノ値カラソノ角ノ大キサヲ求メルコトモデキル。

問五 計算尺ヲ使ツテ、問四ノ角Bノ大キサヲ求メヨ。

一 船ニ乗ツテ、8ノットノ速サデ北 20° 東ノ方向ニ40哩離レタ島ニ向カツテ直進ショウト思フ。コノ附近デハ北 60° 東

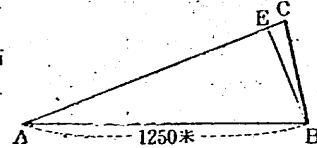
ノ方向ニ1ノットノ速サデ流レテキル潮流ノアルコトガワカツテキル。船ノ針路ヲDノ方向ニ向ケレバヨイカ。コレヲ作圖ニヨツテ求メヨ。

二 ABハ長サ1250米ノ基線デアル。A地點デBト山ノ頂Dトラ観測シテ、ソノ間ノ水平角 α 及ビDノ仰角 β ヲ測リ、又、B地點デAトDトラ観測シテ、ソノ間ノ水平角 γ ヲ測ツタラ、ソレゾレ次ノヤウデアツタ。コノ山ノ高サヲ縮圖法デ求メヨ。



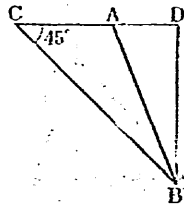
$$\alpha = 20^\circ, \quad \beta = 28^\circ, \quad \gamma = 83^\circ$$

三 前問デ、山ノ頂Dノ真下ニ當ル地點ヲCトスル。A地點ト山ノ頂トノ水平距離ACヲ計算デ求メヨ。



又、計算尺ヲ使ツテコノ距離ヲ求メヨ。

四 問三デ、甲驛ト乙驛トノ位置ヲA, Bトシ、山ノ頂ノ真下ニ當ル地點ヲCトスル。右ノ圖ハソレヲCノ地點ノ位置關係ヲ示シタモノデ、DハBカラACニオロシタ垂線ノ足デアル。AD, BDノ長サヲ、角Cノ三角函數ヲ用ヒテ書き表セ。次ニ、コレヲ用ヒテ甲、乙兩驛ノ水平距離ヲ計算デ求メヨ。



二 三角形ノ解法 (二)

三角形ノ幾ツカノ邊ノ長サト角ノ大キサトガワカツテキル時、ソレカラ残りノ邊ノ長サヤ角ノ大キサヲ求メルコトヲ 三角形ノ解ク トイフ。

前節デ考ヘタ問題ハ、總ベテ三角形ノ解法ノ問題ニ歸着サセルヲトガデキル。ココデ、計算ニヨツテ三角形ヲ解ク方法ヲマツメテオカウ。

三角形デハ、次ニ舉ゲタヤウナ邊ヤ角ガ定マレバ、ソノ形・大キサガ定マル。

(一) 二角ト一邊 (二) 二邊ト夾角 (三) 三邊

ココデ、上ノ三ツノ場合ニ就イテ、ソノ解法ヲ調べヨウ。

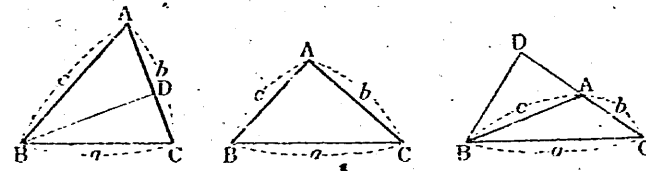
尚、今後ハ三角形ノ三ツノ角ノ大キサヲA, B, Cデ表シ、ソレニ對スル邊ノ長サヲソレゾレa, b, cデ表スコトニスル。

問一 三角形ABCデ、角ト邊トガ次ノヤウデアアル時、コノ三角形ヲ解ケ。

$$(一) \quad A = 64^\circ, \quad B = 72^\circ, \quad c = 25 \text{ cm}$$

$$(二) \quad A = 105^\circ, \quad B = 33^\circ, \quad c = 25 \text{ cm}$$

問二 三角形ABCデ、A, B, cカラC, a, bヲ求メル式ヲ作レ。



問三 三角形 ABC デ、角ト邊トガ次ノヤウデアル時、コノ三角形ヲ解ケ。

(一) $a=35\text{ cm}, b=25\text{ cm}, C=31^\circ$

(二) $a=25\text{ cm}, b=15\text{ cm}, C=105^\circ$

問四 三角形 ABC デ、 a, b, C カラ c ヲ求メル式ヲ作レ。
又、 A, B ヲ求メル式ヲ作レ。

三角形 ABC デ、次ノ等式ガ成リ立ツ。

(一) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

(二)
$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{cases}$$

上ニ書イタ(一)ヲ三角形ノ 正弦定理 トイヒ、(二)ヲ 餘弦定理 トイフ。

問五 三角形 ABC デ、三邊ノ長サガ次ノヤウデアル時、コノ三角形ヲ解ケ。

$a=62\text{ cm}, b=41\text{ cm}, c=55\text{ cm}$

一 小山ノ麓デ、ソノ頂ノ仰角ヲ測ツタラ $23^\circ 30'$ デアツタ。
ソコカラ $12^\circ 24'$ ノ傾斜ノ坂ヲ頂ニ向カツテ 156 米登リ、再ビ
頂ノ仰角ヲ測ツタラ $30^\circ 59'$ デアツタ。コノ小山ノ麓カラノ高
サハ何程カ。

二 汽船ガ港ヲ出テカラ 21 ノットノ速サデ東ニ向カツテ航行
シ、1 時間 20 分後ニ針路ヲ 南 $68^\circ 30'$ 東ニ變ヘタ。ソレカラ
3 時間タツタ時ニ、コノ船ハ港カラドレクラキ離レタ所ニ居ル
カ。

又、ソノ時ニ船ハ港カラドノ方向ニ居ルカ。

三 一點ニ二ツノ力ガ働イテキル。ソノ大キサヲ a, b トシ、
ソノ方向ガ作ル角ヲ θ トスルト、合力ノ大キサハ何程カ。コレ
ヲ式ニ書キ表セ。

四 三角形 ABC ノ外接圓ノ半徑ヲ R トスルト、 $\frac{a}{\sin A}$ ハ
 $2R$ ニ等シイ。コレヲ證明セヨ。

又、前述ノコトカラ正弦定理ヲ證明セヨ。

五 三角形 ABC デ、邊ト角トガ次ノヤウデアル時、コノ三
角形ノ外接圓ノ直径ヲ求メヨ。

(一) $a=7.56\text{ cm}, A=130^\circ 20'$

(二) $a=48\text{ cm}, B=65^\circ, C=78^\circ$

六 三角形 ABC デ、次ノ關係式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$a=b \cos C + c \cos B$

七 三角形ノ面積ヲ、二邊トソノ夾角トデ表ス式ヲ作レ。

八 三角形ノ三邊ノ長サガ次ノヤウデアルト、ソノ三角形ハ
鋭角三角形デアルカ。或ハ鈍角三角形デアルカ。餘弦定理ヲ用
ヒテ調べヨ。

(一) $4\text{ cm}, 5\text{ cm}, 7\text{ cm}$

(二) $5\text{ cm}, 12\text{ cm}, 13\text{ cm}$

(三) $15\text{ cm}, 16\text{ cm}, 18\text{ cm}$

九 三角形 ABC デ、邊ト角トガ次ノヤウデアル時、コノ三角形ヲ解ケ。

(一) $c=125.3\text{ m}$, $A=70^\circ 19'$, $B=30^\circ 10'$

(二) $b=42.8\text{ m}$, $A=130^\circ 12'$, $C=20^\circ 42'$

(三) $a=872\text{ m}$, $b=1035\text{ m}$, $C=65^\circ 12'$

(四) $a=12.5\text{ cm}$, $b=8.3\text{ cm}$, $c=7.7\text{ cm}$

三 三角形ノ面積

三角形 ABC ノ面積ヲ M トスル時、次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$M = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$= \frac{1}{2}ca \sin B$$

コレハ三角形ノ二邊トソノ夾角トガワカッテキル時、ソノ面積ヲ求メルノニ用ヒラレル式デアル。コノホカノ場合ニ就イテ考ヘヨウ。

問一 三角形 ABC デ、邊ト角トガ次ノヤウデアル。

$$a=32, \quad B=48^\circ, \quad C=73^\circ$$

邊 AB ノ長サヲ求メル式ヲ書ケ。次ニ、コレヲ用ヒテ三角形 ABC ノ面積ヲ求メヨ。

又、邊 AC ノ長サヲ求メテカラ、コノ三角形ノ面積ヲ求メテミヨ。

問二 三角形ノ面積ヲ、ソノ二角ト一邊トヲ用ヒテ計算スル

式ヲ作レ。

次ニ、三角形ノ三邊ノ長サガワカッテキル時、ソノ面積ヲ求メル方法ヲ考ヘヨウ。

餘弦定理ヲ用ヒレバ、三角形ノ三邊ノ長サカラ角ノ餘弦ノ値ガ求メラレル、餘弦ノ値ガワカレバ、ソノ角ノ正弦ノ値ガ計算デ求メラレル。

問三 三角形ノ三邊ガ 5 種、6 種、8 種デアル時、上ニ述ベタ順序ニ従ッテ、一ツノ角ノ正弦ノ値ヲ計算セヨ。

次ニ、コノ三角形ノ面積ヲ計算セヨ。

問四 三角形 ABC デ、次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ確カメヨ。

$$\sin^2 A = \frac{(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)}{4b^2c^2}$$

問五 三角形 ABC ノ三邊ノ長サノ和ヲ $2s$ トオクト、ソノ面積 M ハ、次ノ式デ書き表サレル。コレヲ證明セヨ。

$$M = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

一 三角形 ABC デ、次ノ邊ヤ角ガワカッテキル時、コノ三角形ノ面積ヲ求メヨ。

(一) $a=34.5$, $b=28.3$, $C=57^\circ 36'$

(二) $a=24.8$, $B=59^\circ 10'$, $C=82^\circ 30'$

(三) $a=32.7$, $A=30^\circ 15'$, $B=115^\circ 20'$

(四) $a=147.6$, $b=203.9$, $c=86.7$

二 三角形ノ土地ガアル。コノ三邊ノ長サヲ步測シテ、125 米, 78 米, 96 米ヲ得タ。コノ土地ノ面積ヲ、計算尺ヲ使ツテ計算セヨ。

三 三角形 ABC ノ面積ヲ M , 内接圓ノ半径ヲ r , 三邊ノ長サノ和ヲ $2s$ トスルト、次ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$M = sr$$

次ニ、内接圓ノ半径ヲ a, b, c デ書き表セ。

四 四邊形 ABCD ノ對角線ノ交點ヲ E トシ、ソノ交角ヲ θ トスル。

$$AE = x, BE = y, CE = z, DE = u$$

トシテ、四邊形 ABCD ノ面積ヲ書き表セ。

次ニ、今求メタ式ヲ基ニシテ、四邊形ノ面積ヲ二ツノ對角線ノ長サトソノ交角トデ書き表セ。

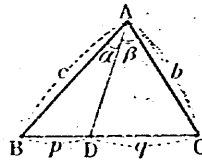
五 三邊ガ 4.2 種, 5.3 種, 7.9 種ノ三角形ガアル。コノ三角形ノ三ツノ高サヲ求メヨ。

四 三角函數ノ圖形ヘノ應用

三角函數ハ、周期運動ヲ測量ナドニ限ラズ、圖形ノ性質ヲ調べル場合ニモ用ヒラレル。

問一 三角形 ABC ノ底邊 BC ノ上ニ點 D ヲ取ツテ

$$\begin{aligned} BD &= p, & DC &= q \\ \angle BAD &= \alpha, & \angle DAC &= \beta \end{aligned}$$



トスル。 p ト q ノ比ヲ b, c, α, β デ書き表セ。

問二 前問デ、 $\alpha = \beta$ トスルト、上ノ關係式ハドウナルカ。ソノ結果ハ、三角形ノドノヤウナ性質ヲ示スカ。

問三 三角形 ABC デ、

角 A ノ外角ノ二等分線

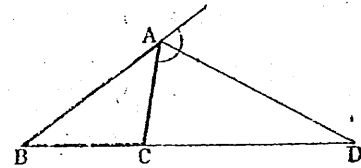
ガ BC ト交ハル點ヲ D ト

スル。 BD, CD, AB, AC

ノ間ニ、ドノヤウナ關係

ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

問四 問二、問三ノ結果ヲマトメテ述ベヨ。



一 問四デマトメタコトノ逆ヲ述ベヨ。次ニ、ソレガ成リ立ツカドウカラヲ調べヨ。

二 右ノ圖デ、 $\angle XOZ = \alpha$,

$\angle ZOY = \beta$ トスル。又、一直線ガ OX,

OY, OZ ト交ハル點ヲソレゾレ A, B, C

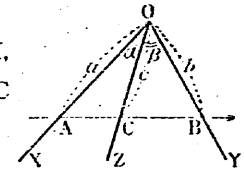
トシ、

$$OA = a, OB = b, OC = c$$

トスル。三ツノ三角形 AOC, COB, AOB ノ面積ノ間ニ、ドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

コノ關係式カラ、 c ヲ a, b, α, β デ書き表シタ式ヲ導ケ。

三 前問デ、 α, β ガ共ニ 60° ノ場合ニハ、 c, a, b ノ間ニアル關係ハドウナルカ。コレヲ式ニ書き表セ。



四 三つの数 a, b, c の間ニ次ノ關係ガアル時, a, b, c ノウチノ二ツヲ知ツテ, 残りノ一ツヲ讀ミ取ルコトノデキル計算圖ヲ作レ。前問ノ結果ヲ參考ニシテ考ヘヨ。

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$$

又, 次ノヤウナ關係ニアル三ツノ数ニ就イテハドウカ。

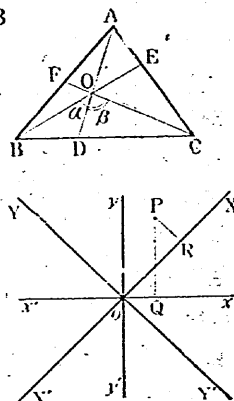
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$$

五 三角形 ABC ノ邊 BC, CA, AB ノ上ニソレゾレ點 D, E, F ガアツテ, AD, BE, CF ガ一點 O ニ集ルト, 次ノ關係式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$$

六 直交軸 xox', yoy' ガアル。コレヲ原點ノ周リニ 45° 回轉シテ出來ル新シイ直交軸ヲ XoX', YoY' トスル。

點 P ノ初メノ軸ニ關スル座標ヲ (x, y) トシ, 新シイ軸ニ關スル座標ヲ (X, Y) トスルト, ソレラノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。



五 種々ノ問題

一 汽船ガ真東ニアル地點ニ向カツテ航行シヨウトシテ, 16 ノットノ速サデ出帆シタ。ソレカラ3時間後ニ針路ガ南へ 5° ダケ誤ツテキタコトニ氣ヅイタ。直チニ針路ヲ變ヘテ1時間後ニ

豫定ノ航路ニ達シヨウト思フ, 針路ヲドノ方向ニ向ケレバヨイカ。計算ニヨツテ決定メヨ。

二 飛行機ノ高度ヲ測ラウトシテ, 右ノ圖ニ示シタヤウナ裝置ヲ工夫シタ。

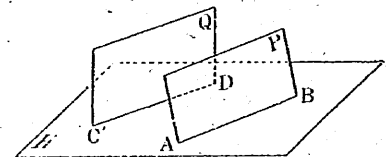
二ツノ矩形ノ板 P, Q ヲ用意シ, ソノ一邊 AB, CD ガ水平ナ板 H ノ上デ平行ニナルヤウニ固定スル。 AB, CD ヲ軸トシテ P, Q ヲ回轉シ, 飛行機ガ P, Q ノ延長上ニ同時ニ來ルヤウニスル。

飛行機ノ高度ヲ知ルニハ, ドノ長サトドノ角ノ大キサトヲ測レバヨイカ。

又, コノ裝置ヲ用ヒテ觀測シ, 高度ヲ求メルニハドウスルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

三 梯形ガアツテ, ソノ兩底ハ 7.3 糧, 12.6 糧デ, 他ノ二邊ハ 6.8 糧, 4.2 糧デアル。コノ面積ヲ求メヨ。

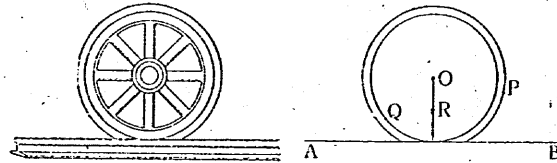
四 正弦定理ト四十一頁六ノ結果トヲ用ヒテ, 正弦ノ加法定理ヲ導ケ。



軌 跡

一 點ノ運動

列車が走ツテキル時、ソノ車輪ノ上ノ點ハドノヤウナ運動ヲ
スルカラ調べヨウ。

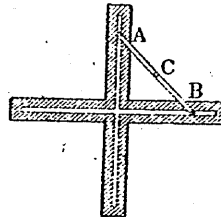


問一 列車が走ツテキル時、次ノ各點ハドノヤウナ線ノ上ヲ
動クカ。コレヲ圖ニ示セ。

- (一) 車輪ノ外輪ノ周上ノ點 P
- (二) 車輪ノ内輪ノ周上ノ點 Q
- (三) 車輪ノ輻ノ上ニアル點 R

問二 右ノ圖ハ、棒ノ兩端 A, B ガ直角ニ交ハルニツノ溝ニ
沿ツテ沿ルヤウニナツテキル装置ヲ示
シタモノデアル。

A, B ヲ溝ニ沿ツテ動かス時、ソノ
中點 C ハドノヤウナ線ニ沿ツテ動クカ。
棒ノ長サヲ 3 種トシテ、コノ線ヲ書
ケ。



今書イタ線ハ何カ。又、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

問三 四本ノ棒ガ右ノ圖ニ示シタ

ヤウニ連絡サレテキテ、平行四邊形
ヲ作ツテキル。コレヲ平面上ニ置イ

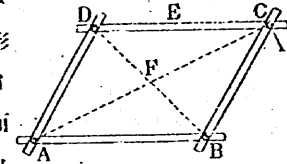
テ、邊 AB ヲ固定シ、他ノ邊ヲ平面
上デ動かシテ平行四邊形ヲイロイロ

ニ變ヘルト、邊 CD ノ中點 E ハドノヤウナ線ニ沿ツテ動クカ。

又、對角線ノ交點 F ハドウカ。

問一、問二、問三ノヤウニ、點ガ或ル條件ニ從ツテ動ク時、ソノ點ノ書ク図形ヲ、
コノ條件ニ從フ點ノ軌跡トイフ。

問四 三角形ノ三頂點カラ等距離ニアル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

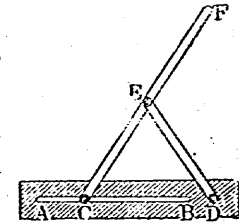


一 ゴム絲ノ一端ヲ固定シ、他端ヲ引ツ張りナガラ一ツノ圓
周上ヲ動かスト、ゴム絲ノ中點ハドノヤウナ線ニ沿ツテ動クカ。
ソノ線ヲ書ケ。

今書イタ線ハ何カ。又、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

二 右ノ圖ニ示シタ装置デ、D ハ固定サレ、AB ハ溝ニナツ
テキテ、C ハコレニ沿ツテ往復デキル
ヤウニナツテキル。又、CE, EF, ED
ノ長サハ總ベテ等シイ。F ヲ下ノ方ニ
押スト、F ハドノヤウナ道ヲ通ツテ動
クカ。ソノ線ヲ書ケ。

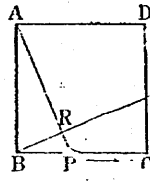
今書イタ線ハ何カ。又、ソノ理由ヲ



明ラカニセヨ。

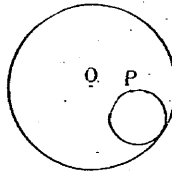
三 間周ハ點ガ或ル條件ニ從ツテ動ク時ニ出來ル軌跡ト考ヘラレル。ソノ條件ヲ舉ゲヨ。

四 正方形 ABCD ガアル。點 P ハ B ツ出發シテ邊 BC 上ヲ動キ、點 Q ハコレト同時ニ C ツ出發シテ邊 CD 上ヲ P ト同じ速サデ動クモノトスル。直線 AP, BQ ノ交點 R ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。ソレヲ圖ニ示セ。



今書イタ線ハ何カ。又、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

五 圓 O ガアル。ソノ直徑ノ $\frac{1}{3}$ ヲ直徑トスル小圓ガ、圓 O ノ内部ニアツテ、コレニ接シナガラ滑ラナイヤウニ轉ガル時、小圓ノ周上ノ點 P ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。ソレヲ圖ニ示セ。



六 正三角形ガーツノ直線ニ沿ツテ滑ラナイヤウニ回轉スル時、コノ三角形ノ頂點ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。ソレヲ圖ニ示セ。

二 軌 跡 (一)

直線 AB ヲ弦トシテ角 α ヲ含ム弓形ノ弧 ACB ガアル。點 P ガコノ弧ノ上ヲ動クト、ソレニツレテ三角形 APB ノ内心 Q モ動ク。内心 Q ノ軌跡ヲ求メヨウ。

問一 α ヲ 60° トシテ、Q ノ軌跡ヲ圖ニ示セ。

問二 前問ノ軌跡ハ圓弧デアル。コレヲ證明セヨ。

問二ノ證明ハ、次ノヤウニ書クトヨイ。

解 弧 ACB ノ上ニ任意ノ點 P ヲ取り、三角形 APB ノ内心ヲ Q トスル。三角形 AQB デ

$$\angle AQB = 180^\circ - (\angle QAB + \angle QBA)$$

又、三角形 APB デ、Q ハソノ内心デアルカラ

$$\begin{aligned}\angle QAB + \angle QBA &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) \\ &= \frac{1}{2}(180^\circ - \angle APB)\end{aligned}$$

$\angle APB = 60^\circ$ デアルカラ

$$\frac{1}{2}(180^\circ - \angle APB) = 60^\circ \quad \text{故ニ} \quad \angle AQB = 120^\circ$$

ソレ故、Q ハ常ニ AB ヲ弦トシテ、 120° ノ角ヲ含ム弓形ノ弧 AOB ノ上ニアル。尙、P ガ弧 ACB ノ上ヲ A カラ B マデ動クニツレテ、Q ハ弧 AOB ノ上ヲ A カラ B マデ動ク。

故ニ、Q ノ軌跡ハ、AB ヲ弦トシテ、 120° ノ角ヲ含ム弓形ノ弧 AOB デアル。

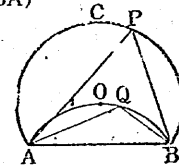
問三 問一デ、弓形 ACB ノ角ヲ α トスルト、Q ノ軌跡ハドウナルカラ調べヨ。

問四 點 A ト直線 l ガアル。A ト l 上ノ點 B トヲ結ブ直線 AB ヲ 2:3 ニ内分スル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

問五 二點 A, B ト直線 l ガアル。A, B ト l 上ノ點 C ヲ結ンデ出來ル三角形ノ重心ノ軌跡ヲ求メヨ。

一 圓 O ト直線 l ガアル。l ニ平行ナ圓 O ノ弦ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ。

二 交ハル二直線 AOB, COD ガアル。コノ二直線ニ接スル



円ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ。

三 円 O ガアル。ソノ周上ノ點 A ヲ通ル弦ノ中點ノ軌跡ヲ求メヨ。

A ガ円 O ノ内部ニアルト、軌跡ハドウナルカ。又、外部ニアルトドウカ。

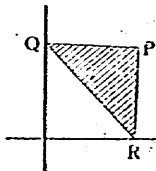
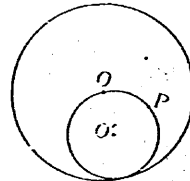
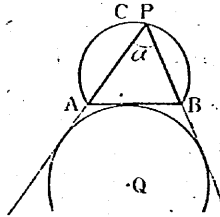
四 點 P ガ定マツタ圆弧 ACB ノ上ヲ動ク時、 AP ノ延長上ニ Q ヲ取ツテ $PQ = BP$ ニスルト、 Q ノ軌跡ハドウナルカ。又、 Q ノ AP 上デ前ト反對方向ニ取ルトドウカ。

五 AB ヲ弦トシテ角 α ヲ含ム弓形ノ弧 ACB ガアル。點 P ガコノ弧ノ上ヲ動クト、三角形 APB ノ邊 AB ト二邊 PA, PB ノ延長トニ接スル圓ノ中心 Q ノ軌跡ハドウナルカ。

コノ軌跡ハ、問三デ求メタモノトドノヤウナ關係ニアルカ。コレヲ調べヨ。

六 円 O ガアル。ソノ半徑ニ等シイ直徑ヲモツ小圓 O' ガ、円 O ノ内部ニアツテ、コレニ接シナガラ滑ラナイヤウニ轉ガル時、小圓 O' ノ周上ノ點 P ノ軌跡ハドウナルカ。

七 直角二等邊三角形ノ板 PQR ガアル。コノ斜邊ノ兩端 Q, R ヲ直交スル二直線ノ上ニアルヤウニシテ板ヲ滑ラセルト、直角ノ頂點 P ノ軌跡ハドウナルカ。



八 前問デ、直角二等邊三角形ノ板ノ代リニ、一ツノ角ガ 60° デアル直角三角形ノ板ヲ用ヒルト、軌跡ハドウナルカ。

三 軌 跡 (二)

平面 M 上ニ二點 A, B ガアツテ、ソノ距離ハ 6 種デアル。 M 上ニアツテ、次ノ條件ニ適スル點 P ノ軌跡ハ、ドウナルカ。コレヲ調べヨ。

$$AP^2 + BP^2 = 100 \text{ cm}^2$$

問一 AP ノ長サヲキメルト、ソレニ應ジテ BP ノ長サガキマル。 BP ノ長サヲ作圖ニヨツテ求メル方法ヲ考ヘヨ。

問二 前問ノ方法デ AP, BP ノ長サヲ求メ、條件ニ適スル種ノ三角形 APB ヲ書イテミヨ。點 P ノ軌跡ハドウナルカ。

問二デワカツタコトハ、種々ノ方法デ證明スルコトガデキル。ココデハ、座標軸ヲ設ケテ、軌跡ノ上ニアル點ノ座標ノ間ニアル關係ヲ示ス式ヲ作り、コレニヨツテ證明シヨウ。

問三 座標軸トシテドウナル直線ヲ選ブノガ適當デアルカ。次ニ、今選ンダ座標軸ニ就イテ A, B ノ座標ヲ言ヘ。

問四 前問デキメタ座標軸ヲ用ヒテ、軌跡ノ上ニアル點 P ノ座標 x, y ノ間ノ關係ヲ式ニ書キ表セ。

コノ式ニヨツテ、問二デ推定シタコトガ正シイコトヲ證明セヨ。

問五 問三デキメタ以外ノ座標軸ヲ選ビ、前問ト同様ノ方法

問二デ推定シタコトガ正シイコトヲ證明セヨ。

問四、問五デ作ツタ式ノヤウニ、軌跡ノ上ニアル點ノ座標ノ關係ヲ表シタモノヲ軌跡ヲ表ス式トイフ。

座標軸トシテ適當ナ直線ヲ選バナイト、軌跡ヲ表ス式ガ複雑ニナツタリ、軌跡ガドノヤウナ線デアルカラ判定スルノガ困難ニナツタリスル。随ツテ、軌跡ヲ表ス式ヲ求メルニハ、座標軸ノ選擇ニ留意スルガヨイ。

問六 平面 M 上ニ二點 A, B ガアツテ、ソノ距離ハ6種デアル。 M 上ニアツテ、次ノ條件ニ適スル點 P ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。

$$AP:BP=2:1$$

先ヅ、多クノ點ヲ取ツテ軌跡ヲ推定シ、次ニ、軌跡ヲ表ス式ヲ作ツテ考ヘヨ。

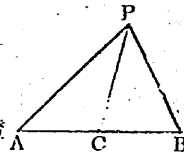
問四、問六デソカッタコトハ、圖形ノ性質ヲ用ヒテモ證明スルコトガデキル。

問七 三角形 APB ノ二邊 AP, BP 及ビ中線 CP ノ長サノ間ニ次ノ關係ガアル。

$$AP^2 + BP^2 = 2(CP^2 + AC^2)$$

二ツノ三角形 ACP, BCP ニ餘弦定理ヲ適用シテ AP^2, BP^2 ヲ求メ、上ノ等式ヲ證明セヨ。

問八 前問ノ結果ヲ用ヒテ、問二デ推定シタコトガ正シイコ



トヲ證明セヨ。

問九 四十五頁問四デマツメタ内角及ビ外角ノ二等分線ノ性質ヲ用ヒテ、問六ノ軌跡ノ證明ヲセヨ。

問十 問四、問六デ、 P ガ平面 M 上ニアルト限定シナクレバ、軌跡ハソレゾレドノヤウナ圖形ニナルカ。

軌跡ガ特殊ナ圖形デアルト推定サレタ場合ニハ、上ノヤウニ圖形ノ性質ヲ用ヒタリ、或ハ式ヲ用ヒタリナドシテ、ソノ推定ガ正シイコトヲ證明スルガヨイ。コノヤウニスレバ、軌跡ノ性質ヲ明確ニ知ルコトガデキ、又、軌跡ヲ正シク簡單ニ書クコトガデキル。

一 平面 M 上ニ二點 A, B ガアツテ、ソノ距離ハ6種デアル。 M 上ニアツテ、次ノ條件ニ適スル點 P ノ軌跡ハ、ドノヤウナ圖形ニナルカ。

$$AP^2 - BP^2 = 12 \text{ cm}^2$$

二 二點 $(a, b), (a', b')$ ノ距離ハ、 $\sqrt{(a-a')^2 + (b-b')^2}$ ト書キ表スコトガデキル。コレヲ證明セヨ。

三 點 (a, b) ヲ中心トスル半径 r ノ圓周上ノ點ノ座標ノ間ニ次ノ關係ガアル。コレヲ證明セヨ。

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

上ノ等式ヲ圓ノ式トイフ。

四 次ノ等式ハ圓ノ式ト考ヘラレル。各圓ノ中心ト半径トヲ

求メヨ。

又、各圓ト座標軸トノ位置關係ヲ示ス略圖ヲ書ケ。

$$(一) \quad x^2 + y^2 - 2x = 0, \quad x^2 + y^2 + 2x = 0$$

$$(二) \quad x^2 + y^2 - 2y = 0, \quad x^2 + y^2 + 2y = 0$$

$$(三) \quad x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

五 三角形 ABC ガアツテ、BC ヲ x 軸ニ取り、BC ノ垂直二等分線ヲ y 軸ニ取ルト、各頂點ノ座標ハ次ノ通りデアル。

$$A(1, 3), \quad B(-2, 0), \quad C(2, 0)$$

次ノ條件ニ適スル點 P ノ軌跡ヲ求メヨ。又、コノ軌跡ヲ圖ニ示セ。

$$AP^2 + BP^2 + CP^2 = 15$$

六 圓 O トソレニ交ハル直線 l

ガアル。コノ圓ト直線トニ同時ニ接スル圓ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ。

七 點 A ト直線 l ガアツテ、ソノ距離ハ 2 種デアル。A ト l ト

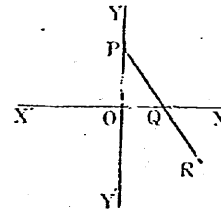
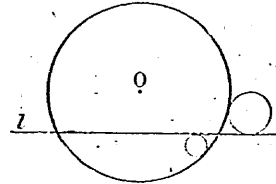
カラ等距離ニアル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

八 直線 PQR ガアツテ、

$$PQ = QR = 2 \text{ cm}$$

デアル。P, Q ガソレゾレ直交スル直線 YOY', XOY' 上ヲ動ク時、點 R ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。

九 次ノ各式デ、 t ノ値ヲイロイロニ變ヘルト、ソレニ應ジテ x, y ノ値ガ定マル。各組ノ値ヲソレゾレ x 座標、 y 座標ト



スル點ハドノヤウナ線ノ上ニアルカ。但シ、 a, b ハ定マツタ數デアル。

$$(一) \quad x = a \cos t, \quad y = a \sin t$$

$$(二) \quad x = a \cos t, \quad y = b \sin t$$

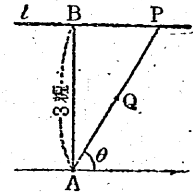
$$(三) \quad x = \frac{a}{\cos t}, \quad y = b \tan t$$

$$(四) \quad x = \frac{2t^2}{1+t^2}, \quad y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

十 點 A ト直線 l ガアツテ、ソノ距離ハ 3 種デアル。P ヲ l 上ノ點トシ、Q ヲ AP 上ニ取ツテ、

$AP \cdot AQ = 6 \text{ cm}^2$ トナルヤウニスル。P ガ

l 上ヲ動クト、Q ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。右ノ圖ニ示シタ角 θ ヲ用ヒテ、Q ノ座標ヲ書き表セ。



十一 正方形 ABCD ガアル。BC, CD 上ニソレゾレ點 P, Q ヲ取り、 $BP : CQ = 2 : 1$ トスル。直線 AP, BQ ノ交點 R ノ軌跡ヲ求メヨ。

十二 半徑十種ノ地球儀ガアル。北極ヲ中心トシテ球面ニ沿ツタ距離ガ 5 種デアル點ノ軌跡ヲ求メヨ。

四 軌跡ト作圖

船 P カラ燈臺 A, B, C ノ方位ヲ測ツテ、次ノ結果ヲ得タ。

$$\angle APB = 20^\circ, \quad \angle BPC = 35^\circ$$

地圖上デ、A, B, C ノ位置ガワカツテキル。

問一 地圖上デ、次ノ條件ニ適スル點 P ハドノヤウナ範圍ニ

アルカ。

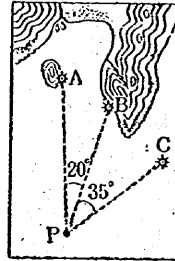
$$\angle APB = 20^\circ$$

又、次の条件に適する点ハドウカ。

$$\angle BPC = 35^\circ$$

次ニ、船Pノ位置ヲ、地図上デ定メル方法ヲ考ヘヨ。

問二 同Oト直線 l ガアル。 l 上ニ點Pヲ求メテ、Pカラ同Oニ引イタ接線ノ長サヲ3種ニセヨ。



一 直径ガ4種ト8種ノ二ツノ圓ガアツテ、ソノ中心距離ハ7種デアル。コノ兩圓ニ接スル直径6種ノ圓ヲ書ケ。

二 二點 A, B ト直線 l ガアル。 l 上ニ點 P ヲ求メテ、 $\angle APB = 30^\circ$ ニシヨウト思フ。Pノ位置ヲドノヤウニシテ定メレバヨイカ。

三 角 XOY ノ内部ニ點 A ガアル。Aヲ通ツテ直線 PAQ ヲ引キ、OX, OY ト交ハル點ヲソレゾレ P, Q トスル時、 $PA=AQ$ トナルヤウニセヨ。

四 三角形 ABC ノ内部ニ點 P ヲ取ツテ、三ツノ三角形 PAB, PBC, PCA ガ等積トナルヤウニセヨ。

五 平面 X 上ニ二點 A, B ガアツテ、AB ノ長サヲ2種トスル。平面 X 上デ、AP, BP ノ差ガ1.5種トナルヤウナ點 P ノ軌跡ハドノヤウナ曲線デアルカ。コレヲ作圖スル方法ヲ工夫セヨ。

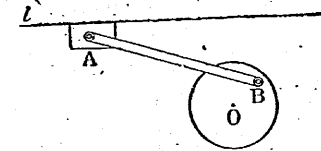
又、ソノ曲線ヲ式ニ書き表セ。

上ノ軌跡ニ現レタ曲線ヲ用ヒテ、平面上ノ點ノ位置ヲ定メル方法ヲ工夫セヨ。

六 四面體ノ總ベテノ頂點ハ一ツノ球面上ニアルトイヘル。コノ球面ノ中心ノ定メ方ヲ考ヘヨ。又、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

五 種々ノ問題

一 右ノ圖ニ示シタノハ、印刷機ナドニ用ヒラレル機構デ、Aハ直線 l ニ沿ツテ左右ニ滑ルヤウニナツテキル。車

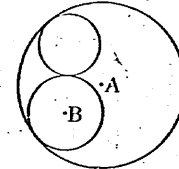


ヲ一様ノ速サデ回轉サセルト、Aハドノヤウナ運動ヲスルカ。

二 角 AOB ハ直角デアル。P, Q ハソレゾレ OA, OB 上ヲ次ノ條件ニ從ツテ動クモノトスル時、PQ ノ中點 R ノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。

$$OP + OQ = 10$$

三 圓 A ノ内部ニ小圓 B ガアル。コノ兩圓ニ接スル圓ノ中心ノ軌跡ヲ求メヨ。



四 直線 OA ガアル。初メ OA ニ重ナツテキタ直線ガOヲ中心トシテ回轉シ、又、ソノ直線上ヲ點Pガ運動スル。直線ガ θ ダケ回轉シタ時、 $OP = \sin \theta$ デアルトスルト、Pノ軌跡ハドノヤウナ線ニナルカ。コレヲ圖ニ示セ。

又、ソノ線ヲ表ス式ヲ書ケ。

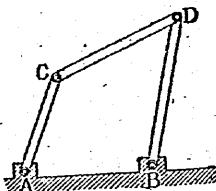
五 同Oト二定點 A, B ガアル。同Oノ直径 PQ ヲ引イテ、

AP=BQ トナルヤウニセヨ。

六 平行ナ二直線 a, b ガアル。 a ヲ含ム平面 M ト b ヲ含ム平面 N トガ、ソレゾレ a, b ヲ軸トシテ、イツモ直交シナガラ回轉スルモノトスレバ、ソノ交線ハドノヤウナ面ノ上ヲ動クカ。

七 二平面 M, N カラ等距離ニアル點ハドノヤウナ範圍ニアルカ。

八 棒 AC, CD, DB ヲ、右ノ圖ニ示シタヤウニ連結シ、 AC, BD ヲソレゾレ A, B ノ周リニ回轉デキルヤウニシタトスル。 C ガ A ノ周リヲ回轉スル時、 D ガ中心角 60° ノ弧ノ上ヲ往復運動スルヤウニ作ルニハ、 BD, CD ノ長サヲドノヤウニ定メレバヨイカ。ソノ方法ヲ考ヘヨ。



九 右ノ圖デ、

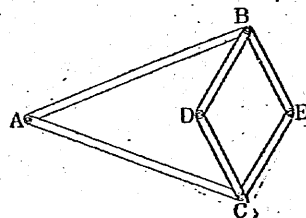
$$AB=AC=p$$

$$BD=DC=CE=EB=q$$

デアル。 A ヲ固定シテ D ヲ一直線

l 上ヲ動カス時、 E ノ軌跡ハドノヤ

ウナ線ニナルカ。先ヅ、 A, D, E ハ一直線上ニアルコトヲ證明セヨ。



十 座標ガ次ノ不等式ニ適スルヤウナ點 (x, y) ハ、ドノヤウナ範圍ニアルカ。

(一) $y > x^2 - 4x$

(二) $y > x^2 - 4x, y \leq 2x - 7$

(三) $x^2 + y^2 < 25$