

五 指數定理

正ノ數ノ累乘ノ指數ニ關スル計算規則ヲ調べコウ。

問一 m, n 正ノ整數トスルト、次ノ等式ガ成リ立ツ。コノ理由ヲ明ラカセヨ。

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}, \quad (ab)^n = a^n b^n$$

コレヲ 指數定理 トイフ。

前節ヲ調べタコトカラ、 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 、 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ガ擴張サレタ指數ニ就イテモ成リ立ツコトハ明ラカデアル。

問二 m, n ガ分數デアツテモ、 $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

問三 m, n ガ分數デアツテモ、 $(ab)^n = a^n b^n$ ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

上ノヤウナ手順ヲ繰リ返スト、指數定理ハ擴張サレタ指數ニ就イテモ、ソノママ成リ立ツコトガ證明サレル。随ツテ、指數ニ關スル計算規則ハ、指數ガ正ノ整數ノ場合ト同ジデアルコトガワカル。

a ガ正ノ數デアツテ、二數 x, y ノ間ニ $y = a^x$ ノ關係ガアル時、エフ a フ底トスル y ノ對數 トイヒ、コレヲ $\log_a y$ ト書キ表ス。特ニ、10 フ底トスル對數ヲ常用對數 トイヒ、 $\log y$ ト書キ表ス。

ワレワレノ用ヒル數ハ十進法デアレテキルカラ、數ノ乗除

中等數學

三

第二類

文部省

[中] ¥ .25

中等數學

三
第二類

昭和21年4月18日印刷 同日翻刻印刷 〔中〕
昭和21年4月22日發行 同日翻刻發行 定價 25 錢

〔昭和 21 年 4 月 22 日 文部省検査済〕

著作権所有

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(DATE Apr. 18, 1946)

著作
發行者

文 部 省

翻
發行

東京都豊田區岩本町三番地
中等學校教科書株式會社
代表者 龜井寅雄

印刷者

東京都千代田市谷加賀町一丁目十二番地
大日本印刷株式會社
代表者 佐久間長吉郎

發行所 中等學校教科書株式會社

教科書番號 71ノ三

六 計算圖…	15
七 種々ノ問題…	17

周 期 運 動

一 圓運動ト三角函數…	19
二 單振動…	23
三 運動ノ合成…	27
四 加法定理…	31
五 種々ノ問題…	34

三 角 形 ノ 解 法

一 三角形ノ解法〔一〕…	36
二 三角形ノ解法〔二〕…	39
三 三角形ノ面積…	42
四 三角函數ノ圖形へノ應用…	44
五 種々ノ問題…	46

軌 跡

一 點ノ運動…	48
二 軌跡〔一〕…	50
三 軌跡〔二〕…	53
四 軌跡ト作圖…	57
五 種々ノ問題…	59

計算ヲ行ナフクメニハ常用對數ガ最モ都合ガヨイ。

問四・M, N ガ正ノ數デアル時, 次ノ等式ガ成リ立ツ, コレヲ證明セヨ。

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N, \quad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

一 次ノ式ヲ簡單ニセヨ。

$$(一) (a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}})^6 \quad (二) a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{3}} b^{-4}$$

二 次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$$\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

三 $\log_2 5$ ハ, $\log 5 \div \log 2$ ト計算シテ求メルコトガデキル, コレヲ證明セヨ。

四 昭和十五年頃ノワガ國ノ内地人口ハ約七千五百萬デアツタ。一年ゴドニ千人ニ就イテ十四人ノ割合デ増加スルモノトスレバ, 人口ガ二億ニナルノハ凡ソ何年ノ後カ。

六 計 算 圖

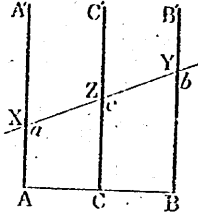
本節デハ, 圖ヲ用ヒテ種々ノ計算ヲ簡單ニスルコトヲ示スヨウ。

問一 長サノ等シイ三ツノ直線 AA', CC', BB' ヲ次頁ノ圖ノヤツニ等シイ間隔デ平行ニ引ク, コレヲト交ハル一直線ヲ引イテ, 交點ヲソレゾレ X, Z, Y トスルト, AX, CZ, BY ノ長サ

問一 間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

又、AA', CC', BB' ニ、計算尺ト同様ナ等シイ對數目盛ガ附ケテアルトスル。

一直線上ニアル AA', CC', BB' ノ目盛ヲソレゾレ a, c, b トスルト、コレラノ間ニハドノヤウナ關係ガアルカ。



問二 前問デ、目盛 a, b ノ積ガ CC' 上デ讀メルヤウニスルニハ、CC' ニドノヤウナ目盛ヲ附ケレバヨイカ。

又、本問デ調べタヤウナ圖ヲ作り、コレニ定木ヲ當テテデキル計算ヲ考ヘヨ。

コノヤウナ圖ヲ 計算圖 トイフ。

問三 胸圍ニ身長×100 ヲ比胸圍トイフ。身長ト胸圍トカラ比胸圍ヲ求メル計算圖ヲ作レ。但シ、身長ハ 90 程カラ 2 米マデ、胸圍ハ 40 程カラ 1 米マデノ範圍トスル。

問四 三數 x, y, z ノ間ニ $x^2 + y^2 = z^2$ ノ關係ガアル。z ヲ 1 トスルト、x, y ノ關係ヲ示ス圖表ハドノヤウニナルカ。

又、コレニ z ヲ 2, 3, 4, …… トシテ出來ル圖表ヲ書き加ヘヨ。コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立つカ。

一 問一ノ圖デ、AC:CB=2:1 トスルト、AX, BY, CZ ノ長サノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

又、コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立つカ。

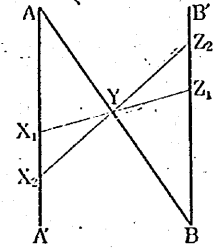
二 前問デ、三ツノ直線ニ目盛ヲ適當ニ附ケルド、a, b ヲ知

ツテ ab^2 ヲ求メル計算圖ガ作ラレル、三ツノ直線ニドノヤウナ目盛ヲ附ケレバヨイカ。

三 二點 A, B ヲ通ツテ反對ノ方向ニ平行ナ直線 AA', BB' ヲ引ク。

AB 上ノ一點 Y ヲ通ツテ幾ツカノ直線ヲ引キ、AA', BB' トノ交點ヲソレゾレ $X_1, Z_1, X_2, Z_2, ……$ トスル。

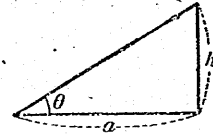
$AX_1, BZ_1; AX_2, BZ_2; ……$ ノ長サノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。



次ニ、AA', BB', AB ニ目盛ヲ適當ニ附ケテ、AA' ノ目盛ヲ BB' ノ目盛デ割ツタ高ガ、AB ノ目盛ニナルヤウニセヨ。

四 水平距離 a ト仰角 θ トヲ知レバ、ソノ高サ h ガ求メラレル。

a ハ 100 米カラ 200 米マデ、 θ ハ 0° カラ 15° マデノ範圍ニアルモノトシテ、



a, θ カラ h ヲ讀ミ取ルコトノデキル計算圖ヲ作レ。

五 三數 x, y, z ノ間ニ $z = xy$ ノ關係ガアル。z ヲ 1 トスルト、x, y ノ關係ヲ示ス圖表ハドノヤウニナルカ。

又、コレニ z ヲ 2, 3, 4, …… トシテ出來ル圖表ヲ書き加ヘヨ。コノ圖ハドノヤウナ計算ニ役立つカ。

七 種々ノ問題

一 單振子ノ長サヲ l 程トシ、ソノ周期ヲ T 秒トスルト、 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{930}}$ ノ關係ガアル。周期ガ 1 秒及ビ 2 秒ノ單振子ヲ

作ルニハ、ソノ長サヲソレゾレ何程ニスレバヨイカ。

二 元金 850 圓ヲ年利 3 分、半年ゴトノ複利ヲ預ケ入レルト、十年後ニハ元利合計凡ソ何程ニナルカ。

三 計算尺ノ A 尺ト D 尺ヲ用ヒルト、數ノ二乗及ビ二乗根ヲ求メルコトガデキル。コノ方法ヲ述ベヨ。

又、對數ヲ用ヒテ、ソノ理由ヲ明ラカニセヨ。

四 直方體ノ三稜ノ長サカラ、ソノ體積ヲ求メルコトノテキル計算圖ヲ考案セヨ。

五 方程式 $x^2+px+q=0$ デ、 x ヲ 1, 2, 3, …… , -1, -2, -3, …… トスルト、 p, q ノ關係ヲ示ス圖表ハソレゾレドノヤツニナルカ。

又、コノヤツナ圖表ヲ作ツテオクト、ドノヤツナ計算ニ役立ツカ。

六 直角ニ交ハル座標軸ノ兩方ニ、原點ヲ 1 トシテ對數目盛ヲ附ケテオク。コノ軸ヲ用ヒテ $y=x^2$ ノ圖表ヲ書クト、ドノヤツナ線ニナルカ。

又、 $y=3x^2$ ノ圖表ヲ書クトドツカ。

周期運動

一 圓運動ト三角函數

柱時計ノ振子ヤ時計ノ針ノ位置ハ刻々ニ變化スル。シカシ、イヅレモ一定ノ時間ガタツト元ノ位置ニ戻ヅテ、マタ同ジ變化ヲ繰リ返ス。

コノヤツナ運動ヲ 周期運動 トイヒ、一定ノ時間ノ 周期 トイフ。周期運動ヲシテキル物ノ位置ハ 周期的ニ變化シテキル トイフ。

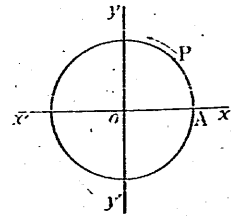
太陽ノ周リニ於ケル地球ノ運行、月ノ滿テ虧ケナド、自然現象ノウチニモ周期的ニ變化スルモノガ多イ。

問一 周期的ニ變化シテキルモノノ例ヲ舉ゲヨ。

又、大體周期的ニ變化シテキルモノノ例ヲ舉ゲヨ。

半徑十種ノ圓ガアツテ、一點 P ガコノ周上ヲ毎分五回ノ割合デ、左廻リニ回轉シテキル。コノ P ノ運動ハ周期運動デアル。

圓ノ中心ヲ原點トスル直交軸ヲ取り、P ガ右ノ圓ノ A ヲ通ル時カラ時間ヲ測リ始メルモノトシテ、P ノ運動ヲ式ニ書キ表シテミヨウ。



問二 次ノ各時刻ニ於ケル P ノ位置ヲ調べ、ソノ座標ヲ言へ。

2 秒後, 3 秒後, 5 秒後, 10 秒後

5 秒前, 10 秒前, 20 秒前, 30 秒前

運動シテキル點 P ノ定點 O カラ観測スル場合ニ、OP ノ 動徑 トイヒ、動徑ガ單位時間ニ回轉スル角ノ大キサヲ、O ニ對スル P ノ 角速度 トイフ、

問三 P ノ角速度ハ何程カ、ソレヲ度デ表セ、又、弧度デ表セ、

問四 P ノ座標ヲ (x, y) トスル、初メカラ 3 秒後マデノ範圍デハ、時間 t 秒ト x, y トノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ、ソレヲ式ニ書キ表セ、

又、3 秒後カラ 6 秒後マデノ範圍デハドウカ、3 秒前カラ基準ニナル時刻マデノ範圍デハドウカ、

問五 O ノ周上ヲ毎秒 α 弧度ノ割合デ、左廻リニ回轉スル點 P ガアル、 t 秒後ノ P ノ座標ヲ (x, y) トスル時、 t ノ値ニ關係ナク、次ノ一組ノ式デ P ノ運動ヲ表スコトガデキレバ便利デアアル、但シ、 r ハ圓 O ノ半徑デアアル、

$$x = r \cos \alpha t, \quad y = r \sin \alpha t$$

問六 上ニ掲ゲタ式デ、 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ トシ、 $t = 1, 2, 3, \dots$ 或ハ $t = -1, -2, -3, \dots$ トシテ、 $\frac{n\pi}{6}$ ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ定メヨ、但シ、 n ハ整数トスル、

問七 前問ト同様ニシテ、 $\frac{n\pi}{4}, \frac{n\pi}{3}$ ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ定メヨ、但シ、 n ハ整数トスル、

上デ調べタコトカラ、角ノ大キサヲ 0° カラ 90° マデノ範圍ニ制限シナイデ、ドンナ大キナ角デモ考ヘルコトニシ、又、角ヲ測ル向キヲ正・負ノ符號デ區別スルコトニスレバ便利ナコト

ガツカル、

0° ヨリ大キク 90° ヨリ小キ角ヲ 銳角 トイヒ、 90° ヨリ大キク 180° ヨリ小キ角ヲ 鈍角 トイフ、

角ハ、時計ノ針ト反對ノ向キニ測ツタ時、ソノ大キサヲ正デ表シ、時計ノ針ト同ジ向キニ測ツタ時、ソノ大キサヲ負デ表スモノトスル、

問八 擴張サレタ角ノ正弦及ビ餘弦ノ値ハドノヤウニ定メレバヨイカ、ソノ方法ヲ述ベヨ、

半徑 1 ノ圓 O デ、 x 軸ノ正ノ方向ト角 θ ヲ作ル動徑 OP ヲ取ル時、P ノ x 座標、 y 座標ハ、ソレゾレ $\cos \theta, \sin \theta$ ト表サレル、即チ、前頁ノ式デ、 $r=1, \alpha t = \theta$ トシタモノデアアル、

問九 擴張サレタ角ニ就イテ、次ノ函數ノ圖表ヲ書ケ、

$$(一) y = \sin \alpha \quad (二) y = \cos \alpha$$

問十 前問デ書イタ各ノ圖表ニドノヤウナ性質ガアルカ、又、二ツノ圖表ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ、

問十一 書イタ曲線ヲ 正弦曲線 トイフ、

問十二 α ガドノヤウナ角デアツテモ、次ノ等式ガ成リ立ツ、コレヲ問八デ書イタ圖表ニ就イテ調ベヨ、但シ、 n ハ整数トスル、

$$(一) \sin(\alpha + 2n\pi) = \sin \alpha, \quad \cos(\alpha + 2n\pi) = \cos \alpha$$

$$(二) \sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$\sin \theta, \cos \theta$ デ、 6π 或ハ 2π ノ整数倍ヲ増減シテモソノ値ガ變リナイ、コノヤウナ函數ヲ、 2π ヲ周期トスル 周期函數 トイフ、

問十一 函數 $y = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ ノ圖表ヲ書キ、次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ調ベヨ。

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

又、次ノ等式ノ成リ立ツコトヲ、上ト同様ニシテ調ベヨ。

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$$

問十二 α ガ銳角ノ範圍デハ、次ノ等式ガ成リ立ツ。

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

擴張サレタ角ノ正接ノ値モ、上ノ式デ定メルコトニスル。次ノ各角ノ正接ノ値ヲ言ヘ。

$$240^\circ, \quad 300^\circ, \quad -120^\circ, \quad \frac{6}{5}\pi, \quad -\frac{\pi}{4}$$

問十三 擴張サレタ角ニ就イテ、 $y = \tan \alpha$ ノ圖表ヲ書ケ。又、コノ圖表ニドノヤウナ性質ガアルカラ調ベヨ。

一 次ノ角ノ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ言ヘ。

$$120^\circ, \quad 135^\circ, \quad 150^\circ, \quad 630^\circ \\ -120^\circ, \quad -225^\circ, \quad -300^\circ, \quad -540^\circ$$

二 次ノ角ノ正弦・餘弦及ビ正接ノ値ヲ求メヨ。

$$112^\circ, \quad 128^\circ 21', \quad 240^\circ 20', \quad 1200^\circ \\ -16^\circ 12', \quad -59^\circ 20', \quad -130^\circ 30', \quad -520^\circ 10'$$

三 圓周上ヲ毎分五回ノ割合デ、右廻リニ回轉スル點ガアル。コノ角速度ハ何程カ。

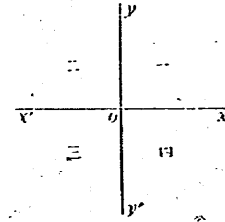
四 次ノ函數ヲ α ノ正弦又ハ餘弦デ書き表セ。

(一) $\sin(\pi + \alpha), \quad \cos(\pi + \alpha)$

(二) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right), \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

五 直交軸 xox', yoy' ハ平面ヲ四ツノ部分ニ分ケル。ソノ各ノ部分ヲ シテカクシ 象限トイヒ、右ノ圖ニ示シタヤウニ 第一象限、第二

象限、第三象限、第四象限ト呼ブ。



角ノ動徑ガドノ象限ニアルカニヨツテ、三角函數ノ符號ガキマル。ソノキメ方ヲ述ベヨ。

六 α ガ銳角ノ範圍デハ、次ノ等式ガ成リ立ツ。 α ガドノヤウナ角デモ成リ立ツカドウカヲ調ベヨ。

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

七 次ノ函數ノ周期ハ何程カ。

(一) $y = \sin 2x$ (二) $y = \cos 3x$

(三) $y = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ (四) $y = \tan \frac{x}{2}$

八 $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ヲ成リ立タセル θ ノ値ノウチ、 -4π ト 4π トノ間ニアルモノヲ書ケ。ソレラノ値ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。

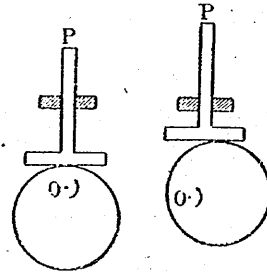
又、上ノ式ニ適スル θ ノ値ヲ一ツノ式ニマツメテ書き表セ。

九 方程式 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ヲ解ケ。

二 單 振 動

次頁ノ圖ニ示シタノハ、回轉運動ヲ直線上ノ往復運動ニ變ヘ

ル装置ノ一種デ、カムト呼バレルモ
ノデアル。圓板ヲソノ中心ト異ナル
點 O ノ周リニ回轉サセルト、P ハ
上下運動ヲスル。



問一 圓板ノ半徑ヲ 4 種トシ、圓
板ノ回轉ノ中心 O ト圓板ノ中心トノ
距離ヲ 3 種トスル、圓板ヲ O ノ周リ
ニ毎分 10 回ノ割合デ左廻リニ回轉サセルト、P ハドノヤウナ
運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ書イテ調べヨ。

P ノ位置ハ、振動ノ中央ノ點ヲ座標ノ原點トシテ書き表スモ
ノトシ、時間ハ P ガ座標ノ原點ヲ通ル時カラ測ルモノトシテ、
P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

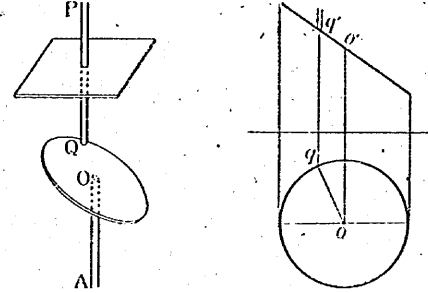
問二 前問デ、座標ノ原點ハ振動ノ最下點ニ取り、基準ノ時
刻ハ P ガ原點ヲ通ル時ニ取ツテ、P ノ運動ヲ式ニ書き表セ。

又、前問デ求メタ式ヲ基ニシテ考ヘヨ。

次頁ノ圖ニ示シタノモカムノ一種デアル。鉛直ノ軸 OA ノ
先端 O ニ圓板ガ傾ケテ取り附ケテアリ、軸 OA ガ廻ルト棒 PQ
ハ上下ニ往復運動ヲスル。

コノ運動ヲ調べルニハ、圓板ガ静止シテキテ、棒 PQ ガ軸
OA ノ周リニ回轉スルモノト考ヘルガヨイ。次頁ノ右ノ圖ハ、
コノヤウニ考ヘテ、P ノ運動ヲ調べルタメニ書イタ投影圖デア
ル。

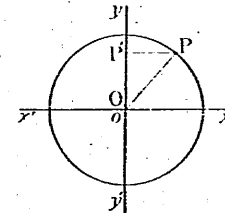
問三 軸 OA ト PQ トノ距離ガ 3 種デ、圓板ハ軸ニ對シテ



60° 傾イテキルモノトスル。軸ヲ毎分 10 回ノ割合デ回轉サセル
ト、P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。コレヲ圖ニ書イテ調べヨ。
座標ノ原點ト基準ニナル時刻トヲ適當ニ定メテ、P ノ運動ヲ
式ニ書き表セ。

次ニ、コノ式ト問一及ビ問二デ作ツタ式トヲ比ベヨ。

半徑 r ノ圓周上ヲ、點 P ガ毎秒 α ノ等
角速度デ回轉シテキルモノトスル。圓ノ
中心 O ラ原點トスル直交軸 xox' , yoy' ラ
取り、P カラ y 軸ニオロシタ垂線ノ足ヲ
P' トスルト、P' ハ P ノ運動ニツレテ y
軸上デ周期運動ヲスル。



問四 OP ガ x 軸ノ正ノ方向ト一致シタ時カラ t 秒後ニ於ケ
ル P' ノ位置ヲ y 軸上ノ座標 y デ表スコトニスルト、y ト t ト
ノ間ニドノヤウナ關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

問五 OP ガ x 軸ノ正ノ方向ト $+\frac{\pi}{2}$ ノ角ヲナス時刻ヲ基準

ニシテ、 P' ノ運動ヲ式ニ書キ表セ。

問四、問五デ調ベタ P' ノ運動ヲ 單振動 トイフ。

問六 次ノ式ハ單振動ヲ表スモノトミラレルカ。但シ、 t ハ時間(秒)ヲ、 y ハ距離(種)ヲ表スモノトスル。

$$(一) y=3 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \quad (二) y=2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(三) y=5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (四) y=4 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

問七 單振動ハ、次ノヤウナ形ノ式ヲ表スコトガデキル。コレヲ説明セヨ。但シ、 r 、 α 、 β ハ定數トスル。

$$y=r \sin(\alpha t + \beta)$$

上ノ式デ、 r ヲ單振動ノ 振幅 トイフ。

一 問一ノ圖ニ示シタヤウナ構造ノカム デ、 P ニ次ノ式ヲ表サレル單振動ヲサセヨウト思フ。(單位ハ秒、耗)

$$y=25 \sin \frac{3}{4}\pi t$$

圓板ノ中心ト圓板ノ回轉ノ中心トノ距離ヲ何程ニスレバヨイカ。又、圓板ヲ毎分何回ノ割合デ回轉サセレバヨイカ。

二 單振動ヲスル點ノ速サハ、ドコデ最モ速イカ。又、ドコデ最モ遅イカ。單振動ヲ示ス圖表ニ就イテ調べヨ。

三 次ノ各式ヲ $y=a \sin(\alpha t + \beta)$ ノ形ニ改メヨ。但シ、 α 、 β ハ正ノ角トスル。

$$(一) y=3 \cos \pi t \quad (二) y=3 \sin(-\pi t)$$

中等數學

三

第二類

文部省

[後] ¥ .70