

ミ、1.25 ㎝ 戻ル。コノヤウニ、 X ニ向カツテ進ンデハソノ距離ノ半分ダケ戻リ、戻ツテハソノ距離ノ半分ダケ進ムモノトスル。

問一 (一) P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。圖ニ書イテ調べヨ。

(二) P ハドノ邊ノ點ニ近ヅイテ行クカ。ソノ點ノ位置ヲ圖ニ就イテ調べ、コレヲ推定セヨ。

次ニ、計算デ動點 P ハドノ邊ノ點ニ近ヅイテ行クカラ調べテミヨウ。ソレニハ、 P ガ進行方向ヲ變ヘル所ヲ初メカラ順ニ $P_1, P_2, P_3, \dots$ トシテ、 $OP_1, OP_2, OP_3, \dots$ ガドノヤウニ變ツテ行クカラ明ラカニスレバヨイ。

問二 $OP_1, OP_2, OP_3, \dots$ ノ長サヲ順ニ並ベルト數列ガ出來ル。コノ數列ノ一般項ハドウ書き表サレルカ。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

O カラ X ニ向カラ方向ヲ正トスルト

(一) O カラ P_1 マデノ距離ハドウ表サレルカ。

(二) P_1 カラ P_2 マデノ距離ハドウカ、 O カラ P_2 マデノ距離ハドウカ。

(三) P_2 カラ P_3 マデ、 P_3 カラ P_4 マデ、 P_4 カラ P_5 マデノ距離ハドウカ。又、 P_{n-1} カラ P_n マデノ距離ハドウカ。

(四) OP_n ハドウ表サレルカ。

問三 前問デ求メタ OP_n ヲ表ス式ハ、モット簡單ナ形ニマツメルコトガデキル。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

(五) OP_n ニ就イテ、次ノ式ヲ參考ニシテ考ヘヨ。

中等數學

三

第一類

文 部 省

(中) ¥ 25



昭和21年5月13日印刷 同日刷印
昭和21年5月17日發行 同日刷印發行 完 價 25 錢
〔昭和21年5月17日 文部省検印〕

著作権所有

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(DATE May 13, 1946)

著 作 者 文 部 省
発 行 者 東京都神田區錦町三番地
中等學校教科書株式會社
代表者 加 野 庄 吾
翻 印 者 東京都神田區市谷加賀町一丁目十二番地
大 日 本 印 刷 株 式 會 社
代 表 者 佐 久 間 長 吉 郎
印 刷 者

發行所 中等學校教科書株式會社

教科書委託
61 / 三

三 無限小數	20
四 區分求積法	23
五 種々ノ問題	26

誤 差 と 近 似 式

一 近似値と測定値	29
二 誤差と測定値ノ處理	34
三 誤差ノ分配	40
四 三角函數ノ誤差 (一)	42
五 三角函數ノ誤差 (二)	44
六 誤差と測定値ノ處理 (二)	48
七 種々ノ問題	50

$$OP_1 = 10 + 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)OP_1 = 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$+ 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4$$

(二) OP_3 = 就イテ考ヘヨ。

(三) OP_n ヲ簡單ナ形ノ式ニマトメテ書キ表セ。

問四 (一) n ヲ増シテ行クト、上デ求メタ OP_n ノ長サヲ表
ス式ノドノ部分ノ値ガ變ルカ。又、ドンナ値ニ近ヅイテ行クカ。

(二) P ハドノ邊ノ點ニ近ヅイテ行クトイヘルカ。

問五 問二ノ P_1 カラ P_2 マデノ距離、 P_2 カラ P_3 マデノ距離、
.....ヲ順ニ並ベルト數列ガ出來ル。コノ數列ハ、ドノヤウナ
規則ニ從ツテ並ンデキルトイヘルカ。

數列ノ各項ガ、ソノ前ニアル項ニ一定ノ數ヲ掛ケテ得ラレル時、コノ數列ヲ 等
比列 トイヒ、掛ケル一定ノ數ヲ、コノ等比數列ノ 公比 トイフ。

問六 初項ガ a 、公比ガ r デアル數列ニ就イテ、次ノコトヲ
證明セヨ。

(一) 一般項 a_n ハ、次ノ式デ書キ表サレル。

$$a_n = ar^{n-1}$$

(二) 初メノ n 項ノ和 S ハ、次ノ式デ書キ表サレル。

$$S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

上ニ書イテ式ヲ 等比數列ノ和ノ公式 トイフ。

問七 P_n が P_{n+1} へ P_n までの距離、或は OP_n の長さで作ラレル無限数列 P_n は、無限に続く数列ヲ考ヘナレバナラナイ場合ガアル。前者デハ、 n ヲ限りナク増シテ行クト、第 n 項ノ値ガ0ニ限りナク近ヅイテ行ク。又、後者デハ、 n ヲ限りナク増シテ行クト、問四デソカッタヤウニ、第 n 項ノ値ガ或ル定マツタ値ニ限りナク近ヅイテ行ク。

無限に続く数列ヲ無限数列トイフ。無限数列ノ項数ヲ限りナク増シテ行ク時、項ノ値ガ或ル定マツタ値ニ限りナク近ヅイテ行クコトガアル。コノ定マツタ値ヲ無限数列ノ極限值又ハ極限トイフ。

OP_n は $P_n P_{n+1}$ デ作ル無限等比数列ノ初メノ n 項ノ和デアルコレヲ第 n 項トスル数列ヲ作ルト、問四デソカッタヤウニ、ソノ数列ニ極限ガアル。

無限数列ノ初メノ n 項ノ和ヲ第 n 項トスル数列ニ極限ガアル場合ニ、ソノ極限值ヲ、元ノ無限数列ノ和トイフ。

無限数列

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

ニ和ガアル場合ニ、コレヲ次ノ式デ書き表ス。

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$

問七 次ノ無限等比数列ニ和ガアルカドウカ。

(一) $5, 5 \times 2, 5 \times 2^2, 5 \times 2^3, \dots$

(二) $5, 5 \times (-2), 5 \times (-2)^2, 5 \times (-2)^3, \dots$

(三) $5, 5 \times \frac{1}{3}, 5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2, 5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3, \dots$

(四) $5, 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right), 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2, 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3, \dots$

(五) $5, 5 \times (-1), 5 \times (-1)^2, 5 \times (-1)^3, \dots$

問八 初項ガ a 、公比ガ r デアル無限等比数列ニ就イテ、次ノコトヲ證明セヨ。

(一) コノ数列ニ和ガアルノハ、 r ノ絶対値ガ1ヨリ小サイ場合デアル。

一般ニ、 a ノ絶対値ヲ a ト書き表ス。

(二) 和ガアル場合ニ、ソノ和 S ハ次ノ式デ書き表サレル。

$$S = \frac{a}{1-r}$$

上ニ書イテ式ヲ無限等比数列ノ和ノ公式トイフ。

一 三角形 $A_1 B_1 C_1$ ノ三邊ノ中點ヲ

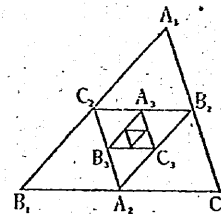
ソレゾレ A_2, B_2, C_2 トシ、次ニ、三角

形 $A_2 B_2 C_2$ ノ三邊ノ中點ヲソレゾレ $A_3,$

B_3, C_3 トスル。コノヤウニシテ次々ニ

三角形ヲ書クト、ソノ頂點ハドノヤウ

ナ點ニ近ヅイテ行クカ。



二 前問デ、三角形 $A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2, A_3 B_3 C_3, \dots$ ノ面積

デ作ラレル無限数列ニ和ガアルコトヲ證明セヨ。

三 次ノ無限数列ノ一般項ヲ書ケ。

(一) $3, -6, 12, -24, \dots$

(二) $0.3, 0.03, 0.003, 0.0003, \dots$

(三) $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, 9, \dots$

$$(四) \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3}, \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3, \left(\frac{2}{3}\right)^2, \dots$$

四 公式ヲ用ヒテ、前問ノ數列ノ初メカラ第二十項マデノ和ヲ求メヨ。又、ソノ近似値ヲ計算セヨ。

五 三ノ無限數列デ、和ガアルノハドレカ。又、ソノ和ヲ求メヨ。

六 次ノ無限數列デ、和ガアルノハドレカ。又、ソノ和ヲ求メヨ。

$$(一) 0.2, 0.025, 0.002, 0.00025, \dots$$

$$(二) 0.2, 0.025, 0.02, 0.05, 0.002, 0.1, \dots$$

$$(三) \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{12}, \dots$$

七 一般項ガ次ノヤウニ書キ表サレル無限數列デ、和ガアルノハドレカ。又、ソノ和ヲ求メヨ。

$$(一) (-1)^n \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \quad (二) (-1)^n \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n}{3}}$$

$$(三) \left(\frac{1}{2}\right)^n \sin \frac{n\pi}{2} \quad (四) \left(-\frac{1}{2}\right)^n \cos \frac{n\pi}{2}$$

$$(五) \left(\frac{2}{3}\right)^n \sin \frac{n\pi}{3} \quad (六) \left(-\frac{3}{2}\right)^n \cos \frac{n\pi}{6}$$

八 次ノ無限等比數列ニ和ガアル。初メカラ第何項マデ取レバ、ソノ和ト無限等比數列ノ和トノ差ガ一億分ノ一ヨリ小サナルカ。

$$(一) 1, \frac{1}{10}, \left(\frac{1}{10}\right)^2, \left(\frac{1}{10}\right)^3, \dots$$

$$(二) 1, \frac{1}{100}, \left(\frac{1}{100}\right)^2, \left(\frac{1}{100}\right)^3, \dots$$

九 無限等比數列ノ初項ヲ a 、公比ヲ r ($|r| < 1$) トスル。初メノ n 項ノ和ト無限等比數列ノ和トノ差ヲ ε ($\varepsilon > 0$) ヨリ小サクスルニハ、 n ヲ次ニ示シタモノヨリモ大キクスレバヨイ。コレヲ證明セヨ。

$$\frac{1}{\log |r|} \{ \log \varepsilon + \log (1-r) - \log |a| \}$$

十 無限等差數列ニ和ノアルコトガアルカ。

十一 無限等比數列ガアル時、ソノ各項ノ絶對値ノ對數ヲ順ニ並ベルト、新シイ數列ガ出來ル。コノ數列ハ等差數列デアロコトヲ證明セヨ。

十二 無限等比數列 $1, x, x^2, x^3, \dots$ ニ就イテ、次ノコトヲ調べヨ。

(一) 第 n 部分和(初メノ n 項ノ和)ヲ第 n 項トスル數列ノ一般項ヲ書ケ。

(二) 上デ作ツタ數列ノ各項ノ大小關係ヲ不等式ニ書キ表セ。又、直線上ニ書キ表セ。

(三) 上デ調べタコトヲ基ニシテ、初メノ無限等比數列ニ和ガアルカナイカヲ檢討セヨ。

十三 動點 A ガ A_1 カラ眞直ニ A_2 マデ 100

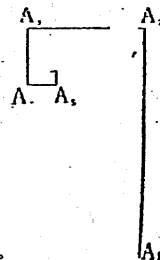
米進ミ、次ニ、左ニ直角ニ曲ツテ A_3 マデ 50 米

進ミ、更ニ、直角ニ曲ツテ A_4 マデ 25 米進ン

ル。コノヤウナ運動ヲ續ケルト、動點 A ハド

ノ邊ノ點ニ近ヅイテ行クカ。適當ニ座標軸ヲ

取リ、 A_n ノ座標ヲ n ノ式デ書キ表シテ考ヘヨ。



三 無限小数

分数ヲ小数ニ直シタメニ割算ヲ行ナフト、割リ切レル場合ト割リ切レナイ場合トガアル。

小数點以下ニ数字ヲ有限箇シカナイ小数ヲ 有限小数 トイヒ、小数點以下ニ数字無限ニ續クモノヲ 無限小数 トイフ。

整数 p ガ整数 q デ割リ切レル時、 p/q ノ 倍数 トイヒ、又、 q/p ノ 約数 トイフ。

幾ツカノ数ニ共数ナ倍数ヲ、ソレヲノ数ノ 公倍数 トイヒ、又、共通ナ約数ヲソレヲノ数ノ 公約数 トイフ。公倍数ノうち最小ノモノヲ 最小公倍数 トイヒ、又、公約数ノうち最大ノモノヲ 最大公約数 トイフ。

整数ガ1及ビツノ数自身ノホカニ約数ヲモタナイ時、ツノ整数ヲ 素数 トイフ。二数ノ最大公約数ガ1デアル時、ソレヲハ 互ニ素デアル トイフ、又、互ニ素デアルツノ整数ヲ分母・分子トスル分数ヲ 既約分数 トイフ。

問一 既約分数 $\frac{a}{b}$ ガ有限小数ニナルノハ、 b ガ2ノヤウナ素数デアル場合カ、又、無限小数ニナルノハ2ノヤウナ場合カ、

$\frac{a}{b}$ ガ有限小数ニナル場合ニハ、 $\frac{a}{b}$ ヲ $\frac{a'}{10^n}$ (a' ハ整数) ト表ス トガデキル。コレヲ参考ニシテ考ヘヨ。

問二 (一) 次ノ分数ヲ小数ニ直シ、ドンナ特徴ガアルカ。

(イ) $\frac{2}{7}$ (ロ) $\frac{5}{6}$ (ハ) $\frac{3}{22}$

(二) 分数ヲ小数ニ直シタ時、無限小数ニナツタ場合ニ、ツノ小数ニ(一)デソカツタ特徴ガアルトイヘルカ。

無限小数デ、或ル指カシ数字ヲ循環シテ限リナク現レルモノヲ 循環小数 トイフ。

ツ、循環小数ヲ書き表スニハ、次ノ記號ヲ用ヒル。

$$\frac{2}{11} = 0.181818\cdots = 0.1\overline{8}, \quad \frac{1}{6} = 0.166\cdots = 0.1\overline{6}$$

上デ調べタコトカラ、分数ヲ小数ニ直スト有限小数ニナルカ、循環小数ニナルカノイヅレカデアルコトガソカッタ。

問三 有限小数ハ分数デ表スコトガデキルガ、循環小数ニ就イテハドウカ。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

(一) 循環小数 0.25 ハ分数デ表サレルカ。

0.25 ハ次ニ示ス數列ノ極限デアルコトヲ基ニシテ考ヘヨ、

$$0.25, \quad 0.2525, \quad 0.252525, \quad \cdots$$

(二) 次ノ循環小数ハ分数デ表サレルカ。

$$0.82\overline{5}, \quad 0.13\overline{5}$$

(三) 一般ニ、循環小数ハ分数デ表スコトガデキルトイヘルカ。

無限小数ハ、分数ヲ小数ニ直シタ場合バカリデナク、平方根ヲ小数デ表シタ場合ニモ現レル。

√2 ヲ小数デ表シタ時、循環小数ニナツタトスルト

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad (a, b \text{ ハ互ニ素デアル整数})$$

トナル。コレカラ次ノ等式ヲ導クコトガデキル。

$$a^2 = 2b^2$$

問四 上ノ等式ヲ成リ立タセル a, b ハ、共ニ2ノ倍数デアルコトヲ證明セヨ。

次ニ、 $\sqrt{2}$ ハ循環小数ニナラナイコトヲ證明セヨ。

一 次ノ分數ヲ小數ニ直セ。

$$\frac{2}{9}, \frac{1}{99}, \frac{6}{55}, \frac{1}{35}, \frac{1}{17}, \frac{19}{555}$$

二 次ノ循環小數ヲ分數ニ直セ。

$$0.\dot{6}, 0.82\dot{4}, 0.53\dot{6}, 0.60\dot{9}, 5.48\dot{1}, 3.090\dot{2}$$

三 次ノ循環小數ヲ分數ニ直セ。

$$0.\dot{9}, 0.0\dot{9}, 0.00\dot{9}, 0.000\dot{9}$$

四 前問ノ結果ヲ用ヒテ、次ノ有限小數ヲ循環小數デ表セ。

$$1.1, 2.25, 3.1412$$

又、分數ヲ小數ニ直シタ時、必ズ循環小數トシテ表スコトガデキルコトヲ説明セヨ。

五 (一) $\sqrt{3}$ ヲ小數デ表スト、循環小數ニナルカ。

(二) 既約分數 $\frac{a}{b}$ ノ平方根ガ循環小數デ表サレルノハドンナ場合カ。

六 整數 a, b ノ最大公約數ヲ g トシ、 $a=a'g, b=b'g$ トスル。

(一) a', b' ハ互ニ素デアル。

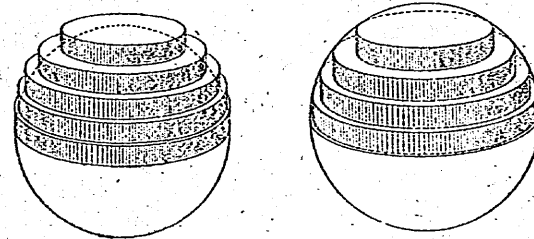
(二) a, b ノ最小公倍數ハ $a'b'g$ ト表サレル。

上ニ述ベタニツノコトガラヲ證明セヨ。

七 ニツノ整數ガアル。ソノ積ハ 360 デ、最小公倍數ハ 120 デアル。コノ二數ヲ求メヨ。

四 區分求積法

半徑 r ノ球ノ體積ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$ ト表サレル。コレヲ證明スルタメ、先ヅ、次ノ圖ニ示シタヤウニ、球ヲ等間隔ニ並ンダ平行平面デ區切り、各部分ヲ圓板トミナシテ球ノ體積ノ近似値ヲ求メヨウ。但シ、球ノ半徑 OA ヲ n 等分スル點 $O_1, O_2, O_3, \dots, O_{n-1}$ 及ビ O, A ヲ通り、 OA ニ垂直ナ平面デ半球ヲ區切ツタモノトスル。



問一 上ノ左ノ圖ヲ參考ニシ、次ニ示シタ順序ニ從ツテ球ノ體積ノ近似値ヲ求メヨ。

(一) 分點 O_k ヲ通ル平面デ切ツタ時ノ切り口ノ面積ハ何程カ。コレヲ r, k ノ式デ書き表セ。

(二) 球ノ體積ノ近似値ヲ r, n ノ式デ書き表シ、コレヲデキルダケ簡單ナ形ニマトメヨ。

問二 上ノ右ノ圖ヲ參考ニシテ、球ノ體積ノ近似値ヲ r, n ノ式デ書き表セ。

問一及ビ問二デ求メタ近似値ヲソレゾレ a_n, a'_n ト表スコトスル。

問三 球ノ體積 a ト、ソノ近似値 a_n, a'_n トノ間ニドンナク等關係ガアルカ。コレヲ式ニ書き表セ。

半径 OA ヲ等分スル數 n ヲ増スト、上デ求メタ近似値ハ球ノ體積ニ近ゾイテ行ク。

問四 球ノ體積ノ近似値 a_n デ作ラレル數列ニ極限ガアツテソノ極限值ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$ デアル。次ニ示シタ順序デ證明セヨ。

(一) 一般項ガ次ノ式デ示サレル數列 b_n ニ極限值ガアル。 n ヲ $10, 100, 1000, \dots$ トシテ、コノ極限值ヲ推定セヨ。

$$b_n = \frac{(n-1)(2n-1)}{n^2}$$

(二) 上デワカッタコトヲ式ノ上カラ證明セヨ。

(三) 數列 a_n ニ極限ガアツテ、ソノ極限值ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$ デアルコトヲ證明セヨ。

問五 球ノ體積ノ近似値 a'_n デ作ラレル數列ニ極限ガアツテソノ極限值ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$ デアルコトヲ證明セヨ。

問六 球ノ體積ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$ ト表サレル。次ノ不等式ヲ參考ニシテ證明セヨ。

$$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n > \dots > a > \dots > a'_n > \dots > a'_3 > a'_2 > a'_1$$

先ヅ圓形ヲ幾ツカノ部分ニ區切ツテ、ソノ面積・體積ノ近似値ヲ求メ、次ニ、ソノ値ヲ基ニシテ元ノ圓形ノ面積・體積ヲ計算スル方法ガアル。コノ方法ヲ「區分法」トイフ。

問四、問五デ、一般項ガ次ノ式デ表サレル數列ノ極限ニ就イ

テ問ベク。

$$\frac{(n-1)(2n-1)}{n^2}$$

問七 (一) 一般項ガ次ノ式デ表サレル數列ニ極限ガアルカ。

$$(i) \quad 2n-1 \qquad (ii) \quad n^2-100n$$

$$(iii) \quad \frac{(n-1)(n-2)}{n} \qquad (iv) \quad \frac{(n-1)(n-2)}{n^2}$$

$$(v) \quad \frac{n^2+n+1}{n^2} \qquad (vi) \quad \frac{n^3-n^2-n+1}{n^3}$$

(二) 一般項ガ n ノ p 次式デ表サレル數列ニ極限ガアルカ。

(三) 一般項ガ n ニ就イテノ分數式デ表サレ、分子ガ p 次式、

分母ガ q 次式デアル時、コノ數列ニ極限ガアルカ。

一 圓錐及ビ角錐ノ體積ヲ區分求積法デ求メヨ。

二 曲線 $y=x^2$ ガアル。コノ曲線ト二直線 $y=0, x=a$ トデ圍マレル圓形ノ面積ヲ求メヨ。

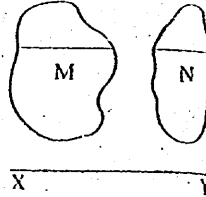
三 前問デ、曲線ガ $y=2x^2$ デアル時ハドウカ。又、 $y=-\frac{1}{2}x^2$ デアルト、ドウカ。

上デ求メタモノト、前問デ求メタモノトヲ比ベコ。ドンナコトガワカルカ。

四 前問デワカッタコトヲ基ニシテ、曲線 $y=kx^2$ ト二直線 $y=0, x=a$ トデ圍マレル圓形ノ面積ヲ求メヨ。

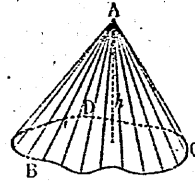
五 長徑ガ $2a$ 、短徑ガ $2b$ デアル橢圓ノ面積ハ πab ト表サレタ。コレヲ證明セヨ。

六 曲線で囲まれる二つの図形 M, N がアル。一定の直線 XY に平行な直線を引く時、M の内部ニアル部分の長さト N の内部ニアル部分の長さとの比が、常に $3:2$ に等しいト、M ト N トの面積の間ニドノヤツナ関係ガアルカ。



一般ニ、比ガ $a:b$ デアルトドウカ。

七 面積ガ M 平方種ノ平面図形 BCD ガアル。コノ平面カラ h 種ノ距離ニアル點 A ト、図形 BCD ノ周上ノ各點トヲ結ブ直線ハ一ツノ曲面ヲ作ル。コノ曲面ト平面図形 BCD トデ一ツノ立體ヲ作ル。



コノ立體ノ體積ハ、底面積ガ M 平方種デ、高サガ h 種ノ角錐ハ圓錐ノ體積ニ等シイ。コレヲ證明セヨ。

八 一般項ガ次ノ式デ表サレル無限數列ガアル。コレヲノ數列ニ極限ガアレバ、ソノ値ヲ求メヨ。

$$(一) \frac{(n-2)(5n-6)}{(6n^2+1)(4n+3)} \quad (二) \frac{n-3}{(7n-3)(n+4)}$$

$$(三) \frac{1}{n^2}(1+2+\cdots+n)$$

$$(四) \frac{1}{n^3}\{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n(n+1)\}$$

五 種々ノ問題

一 數列ノ各項カラソノ前ニアル項ヲ引イタ各ノ第一階差

中等數學

三

第一類

文部省

[後] ¥ .55

文部省調查普及局刊行課寄贈

(61)