

K240.4

2a

中等數學

三

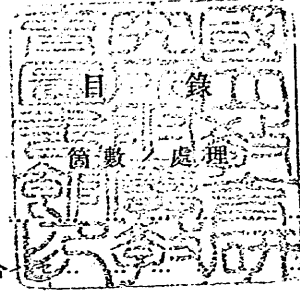
第一類

文部省

(前) ¥.40

文部省圖書刊行總局贈

(61)



一 場合ノ數	1
二 順列ト組合	3
三 種々ノ問題	8

系列ノ考察處理

一 等差數列	10
二 等比數列	13

昭和 21 年 3 月 13 日 印刷 同日 録刻 印刷
昭和 21 年 3 月 17 日 發行 同日 録刻 發行
〔昭和 21 年 3 月 17 日 文部省 檢査済〕

著作権所有 著 者 文 部 省

APPROVED BY MINISTRY
OF EDUCATION
(Date Mar. 13, 1946)

東京府神田區岩本町三番地
録刻發行者 中等學校教科書株式會社
代表者 龜 井 寅 雄

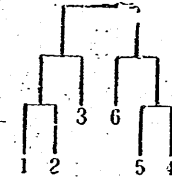
東京府牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者 大日本印刷株式會社
代表者 佐 久 間 長 吉 郎

簡 數 ノ 處 理

一 場 合 ノ 數

甲、乙、丙三ツノ學校カラ野球選手ヲソレゾ
レニ組ヅツ出シテ試合ヲスルコトニナツタ。

甲カラ出ル組ヲ a, a' トシ、乙、丙カラ出ル組
ヲソレゾレ $b, b'; c, c'$ トスル。番組ハ右ニ
示シタヤウニ作り、且ツ、同シ學校カラ出タ



組ハ優勝戰以外デハ合ハナイヤウニスルト、幾通りノ番組ガ出
來ルカ。但シ、次ノヤウナ番組ハ同ジモノト見ナス。

(一) 1, 2 ガソレゾレ a, b デアルモノト、 b, a デアルモノ

(二) 1, 2, 3; 4, 5, 6 ガソレゾレ $a, b, c; a', b', c'$ デア
ルモノト、 $a', b', c'; a, b, c$ デアルモノ

問一 種々ノ番組ヲドノヤウナ方針デ作ツテ行ケバヨイカ。

六ツノ組ヲ二ツノ班ニ分ケテ、一ツハ 1, 2, 3 ニナルモノト
シ、他ハ 4, 5, 6 ニナルモノトスル。コレヲソレゾレ第一班、
第二班トイフコトニスル。

問二 第一、第二ノ二ツノ班ニ分ケル仕方ハ幾通りアルカ。

コレヲ次ニ示シタ順序デ殘ラズ示セ。

(一) 第一班ガ a, b, c デアルモノ

(二) 第二班ニ a' ノ附イタ組ガ二ツダケハイツタモノ

(三) 第一班ニ a' ノ附イタ組ガ二ツダケハイツタモノ

(四) 第一班が a', b', c' デアルモノ

問三 前問(一)ノ場合ニ就イテ、幾通りノ番組ガ出来ルカ、コレヲ残ラズ示セ。

問四 問二(四)ノ場合ニ、ドンナ番組ガ出来ルカ。コレト前問デ作ツタモノトヲ比ベヨ。ドンナコトガワカルカ。

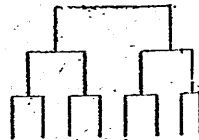
問五 全部デ幾通りノ番組ガ出来ルカ。前問デワカッタコトヲ基ニシテ考ヘヨ。

一 拾四札一枚、五圓札三枚、五拾錢札三枚ノ全部又ハ一部分デチャウド支拂フコトノデキル金額ハ幾通りアルカ。ソノ金額ヲ順序正シク書き並ベヨ。

二 一瓦カラ二百瓦マデ測ルコトノデキル天秤ガアル。コレニ附属シテキル分銅ハ、一瓦、二瓦、五瓦、十瓦、二十瓦、五十瓦、百瓦ノ七種デアル。

コノ七種ノ分銅ダケヲ用ヒテ、一瓦カラ二百瓦マデノドンナ目方デモ測レルヤウニスルニハ、各分銅ガソレゾレ何箇ヅツアレバ足リルカ。

三 四ツノ學校カラ庭球選手ヲ二組ヅツ出シテ仕合ヲスルコトニナツタ。番組ハ右ニ示シタヤウニ作り、且ツ、同ジ學校カラ出タ組ハ優勝戦以外デハ合ハナイヤウニスルト、幾通りノ番組ガ出来ルカ。



二 順列ト組合ハセ

本節デハ、場合ノ數ヲ求メル時ノ基本ニナル方法ニ就イテ考メショウ。

問一 赤・青・白ノ三本ノ旗ガアル。コノ旗ヲ一本ヅツ三回掲ゲテ、幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。次ニ示シタ順序ヲ考ヘヨ。但シ、赤・赤・白或ハ白・白・白ノヤウニ、同ジ旗ヲ二度或ハ三度重複シテ掲ゲテモヨイ。

(一) 最初ニ掲ゲル旗ノキメ方ハ幾通りアルカ。

(二) 最初ニ或ル色ノ旗ヲ掲ゲタトシテ、二番目ニ掲ゲル旗ノキメ方ハ幾通りアルカ。

一番目、二番目ニ掲ゲル旗ヲキメル方法ハ幾通りアルカ。

(三) 全部デ幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。

問二 赤・黄・青・白ノ四本ノ旗ヲ一本ヅツ四回掲ゲテ、幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。但シ、同ジ旗ヲ重複シテ掲ゲテモヨイ。

問三 假名四十八文字ノ中カラ三十一文字ヲ取り、コレヲ一列ニ並ベル仕方ハ幾通りアルカ。但シ、同ジ文字ヲ重複シテ用エテモヨイ。

異なる物ノ中カラ同一ノ物ヲ經リ返シテ取ルコトヲ許シタ場合ニ、 n 箇ノ物カラ取ル物ノ列ニ並ベタモノヲ n 箇ノ物ノ中カラ r 箇取ル重複順列 トイフ。コレヲ nPr トイフ。コレヲ nPr トイフ。コレヲ nPr トイフ。

問四 $n!_r$ ヲ用ヒテ、問一、問二、問三ノ結果ヲ書き表セ。

問五 $n!_r$ ハ次ノ式デ書き表サレル。コレヲ證明セヨ。

$$n!_r = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-r+1)$$

問六 五種ノ色ヲ用ヒテ、三ツノ國甲、乙、丙ニ色ヲ國別ニ塗ル方法ハ幾通りアルカ。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

(一) 甲、乙、丙ノ順序ニ色ヲ塗ルモノトスル。

(イ) 甲ニ塗ル色ハ幾通りアルカ。

(ロ) 甲ニ或ル色ヲ塗ツタトスルト、乙ニ塗ル色ハ幾通りアルカ。

(ハ) 甲、乙ニ色ヲ塗ル方法ハ幾通りアルカ。

(ニ) 甲、乙、丙ニ色ヲ國別ニ塗ル方法ハ幾通りアルカ。

問七 五種ノ色ヲ用ヒテ、四ツノ國ニ色ヲ國別ニ塗ル方法ハ幾通りアルカ。

問八 赤・青・白ノ三種ノ旗ガ各、一枚ヅツアル。コレヲ一列ニ並ベテ幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。

n 箇ノ異ナル物カラ r 箇選ンデ、コレヲ一列ニ並ベタモノヲ、 n 箇ノ物カラ r 箇取ル順列 トイフ。此ノ順列ノ總數ヲ n 箇ノ物カラ r 箇取ル順列ノ數 トイヒ、コレヲ $n!_r$ ト書き表ス。

問九 $n!_r$ ハ次ノ式デ書き表サレル。コレヲ證明セヨ。

$$n!_r = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)$$

特ニ $r=n$ ノ場合ニハ

$$n!_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$$

1 カラ n マデノ整数ノ乘積ヲ $n!$ ト書き表シ、コレヲ n ノ階乘 ト讀ム。

問十 $n!_r$ ヲ用ヒテ、問六、問七、問八デ求メタ箇數ヲ書き表セ。又、前問ノ公式ヲ用ヒテ、ソノ箇數ヲ計算セヨ。

問十一 十人デ四陣ヲ作ルノニ、幾通りノ並ビ方ガアルカ。

コレヲ $n!_r$ ヲ用ヒテ書き表セ。

又、 n 人デ四陣ヲ作ル場合ニハドウカ。

問十二 右ノ圖ニ示シタヤウニ九ツノ電燈

ガアツテ、コノウチ幾ツカヲ同時ニツケテ信號ヲ送ルコトニスルト、幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

(一) 全部ヲツケテ一通リノ信號ヲ送ルコトガデキル。

(二) 八ツツケテ幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。

(三) 七ツツケテ幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。

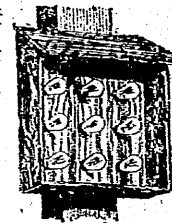
(四) 六ツツケテ幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。又、次ニ示シタ方法デ求メテミヨ。

(イ) 六ツノ電燈フーツヅツ順次ニツケルコトニスルト、各組合カラ幾通りノ場合ガデキルカ。

(ロ) 六ツツケテ x 通りノ信號ヲ送ルコトガデキルトスルト、此ノ等式ガ成リ立ツ。コレヲ證明セヨ。

$$n!_6 = 6! \times x$$

(ハ) 六ツツケテ幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。上ノ等式ヲ用ヒテ求メヨ。



(五) 五ツ、四ツ、三ツ、二ツ、一ツツケテ、ソレゾレ幾通りノ信號ヲ送ルコトガデキルカ。

n 箇ノ異ナル物カラ r 箇ヲ一組トシテ取ツタモノヲ n 箇ノ物カラ r 箇取ル組合ヘセ トイフ。コノ組合ヘセノ總數ヲ n 箇ノ物カラ r 箇取ル組合ヘセノ數 トイヒ、コレヲ ${}_nC_r$ ト書キ表ス。

問十三 ${}_nC_r$ ハ次ノ式デ書キ表サレル。コレヲ證明セヨ。

$${}_nC_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$$

問十四 ${}_nC_r$ ヲ用ヒテ、問十二ノ各場合ニ就イテ求メタ信號ノ數ヲ書キ表セ。

問十五 問十二デ、電燈ヲ一ツ、二ツ、三ツ、……ツケルコトハ、ソレゾレ八ツ、七ツ、六ツ、……ノ電燈ヲ消シテオクコトニホカナラナイ。コノコトカラ、次ノ關係式ノ成リ立ツコトガ決定サレル。

$${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$$

コノ等式ヲ、上ニ述ベタヤウナ方法デ證明セヨ。又、問十三ノ公式ヲ用ヒテ證明セヨ。

0! 或ハ ${}_nC_0$ ハ元來意味ノナイ記號デアルガ、コレヲ 1 ト定メル。コノヤウニ定メルト、上ノ等式ハ $r=0$ 及ビ $r=n$ ニ對シテモ成リ立ツコトニナル。

— 普通ノ電信符號ハ二種ノ記號・— ヲ幾ツカヅツ並ベテ作ル。コノ方法デ九十六通りノ符號ヲ作ルニハ、一ツノ符號ニ用ヒル記號ノ數ヲ幾ツマデニスレバ十分デアルカ。コノ最小

ノ數ヲ求メヨ。

二 汽船ノ船名記號ハ四箇ノローマ字ヲ並ベテ作ラレテキル。同ジ文字ヲ重複シテ用ヒルノハ差支ナイガ、第一文字ニハ A, B 及ビ Q ノ三字ヲ用ヒナイコトニナツテキル。コノ方法デ何幾ノ船名ヲ表スコトガデキルカ。

三 或ル輕便鐵道ニ驛ガ十七アル。コノ鐵道ダケニ通用スル片道乗車券ハ幾種類アルカ。又、往復乗車券ハ幾種類アルカ。但シ、着驛ガ異ナレバ切符モ異ナルモノトスル。

四 n 人ヲ一列ニ並ベル仕方ノウチ、特別ノ二人ガ隣リ合フ場合ハ幾通りアルカ。

五 次ノ等式ヲ證明セヨ。但シ、 $n-r > k > 0$ トスル。

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \quad {}_nP_r \times {}_n P_{r-k} = {}_nP_{r+k}$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \quad {}_nC_r \times {}_n C_{r-k} = \frac{n!}{r!k!}$$

六 $2n$ 箇ノ物ヲ二ツヅツノ組ニ分ケル方法ハ幾通りアルカ。次ノ各場合ニ就イテ考ヘヨ。

(一) 出來タ組ニ區別ヲ認メル場合

(二) 出來タ組ニ區別ヲ認メナイ場合

七 n 箇ツツ二組ノ數

$$(a \text{ ノ組}) \quad a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

$$(b \text{ ノ組}) \quad b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$$

ガアル。次ノ式ヲ展開スルト、 r 箇ノ a ト $(n-r)$ 箇ノ b トノ積ハ幾通り出來ルカ。

$$(a_1+b_1)(a_2+b_2)\cdots(a_n+b_n)$$

八 前問ノ結果ヲ用ヒテ、次ノ式ヲ展開セヨ。

(一) $(a+b)^n$

(二) $(a-b)^n$

(三) $(2+x)^n$

(四) $\left(x - \frac{2}{x}\right)^n$

九 前問 (一), (二)ノ結果ヲ用ヒテ、次ノ等式ガ成リ立ツコトヲ證明セヨ。

$${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$$

$${}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^n {}_nC_n = 0$$

十 Π_r ヲ用ヒテ、問十二デ求メタ信號ノ總數ヲ書き表セ。

又、前問ノ結果ヲ用ヒテ、今求メタ總數ガ問十二デ求メタモノト等シイコトヲ證明セヨ。

十一 前節三デ求メタ箇數ヲ、順列・組合ハセノ考ヘヲ用ヒテ求メヨ。

三 種々ノ問題

一 n 角形ノ對角線ノ數ハ ${}_nC_2 - n$ デアル。コレヲ證明セヨ。

二 n 箇ノ點ガアツテ、ドノ三點モ一直線上ニナイトスル。コレヲノ點ヲ頂點トスル三角形ハ幾ツ出來ルカ。

又、 n 箇ノ點ノウチ m ($m \geq 3$) 箇ノ點ダケガ一直線上ニアツテ、他ノドノ三點モ一直線上ニナイトスルトドウカ。

三 等式 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ ガ成リ立ツコトヲ、次ノ方法デ説明セヨ。

(一) 公式ヲ用ヒテ計算スル。

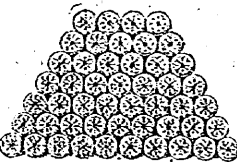
(二) ${}_{n-1}C_{r-1}$, ${}_{n-1}C_r$ ハ、ソレゾレ特別ノーツヲ含ム組合ハセノ數ト含マナイ組合ハセノ數トヲ示スコトヲ基ニスル。

四 $2n$ 箇ノ異ナル物カラ n 箇取ル組合ハセノウチデ、特別ノーツヲ含ム組合ハセノ數ハ、ソレヲ含マナイ組合ハセノ數ニ等シイ。コレヲ證明セヨ。

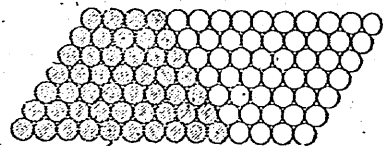
系列ノ考察處理

一 等差數列

問一 俵ガ右ノ上ノ圖ニ示シタヤウニ積ンデアツテ、下積ミガ 10 俵、上積ミガ 4 俵デアル。俵ノ總數ハ何程カ。右ノ下ノ圖ヲ參考ニシテ、ソノ求メ方ヲ考ヘヨ。



下積ミガ a 俵、上積ミガ b 俵ナラバドウカ。コノ求メ方ヲ式ニ書キ表セ。



問二 1 カラ 50 マデノ整數ノ和ヲ求メヨ。又、-10 カラ 20 マデノ整數ノ和ヲ求メヨ。

問三 1 ト 100 トノ間ニアル偶數ノ和ヲ求メヨ。又、奇數ノ和ヲ求メヨ。

或ル規則デ次々ニ作ラレル數ヲ順ニ並ベタモノヲ 數列 トイフ。又、ソレヲノ數ノ各々ヲ 數列ノ項 トイヒ、初メカラ順ニ 初項、第二項、第三項、…… トイフ。數列ノ各項ガ、ソノ前ニアル項ニ一定ノ數ヲ加ヘテ得ラレル時、コノ數列ヲ 等差數列 トイヒ、加ヘル一定ノ數ヲ、コノ等差數列ノ 公差 トイフ。

問四 1 ト 100 トノ間ニアル偶數デ作ラレル數列ハ、等差數列デアル。コノ數列ノ初項及ビ公差ヲ言ヘ。又、第 n 項ヲ n ノ式デ書キ表セ。

1 ト 100 トノ間ニアル奇數デ作ラレル數列ニ就イテ、上ト同

様ノコトヲ調べヨ。

問五 初項ガ a 、公差ガ d デアル等差數列ニ就イテ、次ノコトヲ證明セヨ。

(一) 第 n 項 a_n ハ次ノ式デ書キ表サレル、

$$a_n = a + (n-1)d$$

(二) 初メノ n 項ノ和 S ハ次ノ式デ書キ表サレル。

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

數列ノ第 n 項ヲ n ノ式デ書キ表シタモノヲ、コノ數列ノ 一般項 トイフ。又、初メノ n 項ノ和ヲ上ニ書イタ n ノ式デ書キ表シタモノヲ 等差數列ノ和ノ公式 トイフ。

問六 次ノ等差數列ノ一般項ヲ書ケ。又、初メノ n 項ノ和ヲ求メヨ。

(一) 1, 4, 7, 10, 13, ……

(二) 5, 2, -1, -4, -7, ……

(三) -10, -15, -20, -25, -30, ……

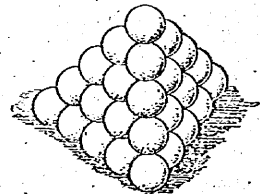
問七 右ノ圖ニ示シタヤウニ、球

ガ三角錐狀ニ積ンデアアル。各段ニハ

球ガ正三角形狀ニ並ンデキテ、ソノ

箇數ハ上カラ順ニ、1, 3, 6, 10,

……デアル。



n 段ニ積ンデアアル時、球ノ總數ハ何程カ。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

(一) 球ノ總數ヲ求メルニハ、ドンチ數列ノ和ガ求メラレルトヨイカ。デキルダケ簡單ナ數列ノ和ニ分解シテ考ヘヨ。

(二) 1 から n マデノ整数ノ平方ノ和

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

ハ $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ ト書き表サレル。次ニ示シテ等式デ、
 x ヲ 1, 2, 3, ..., $(n-1)$, n トシテ n 箇ノ等式ヲ作り、コレ
ヲ用ヒテ證明セヨ。

$$(x+1)^3 - x^3 = 3x^2 + 3x + 1$$

(三) 球ノ總數ヲ n ノ式デ書き表セ。

問八 1 から n マデノ整数ノ三乗ノ和ヲ n ノ式デ書き表セ。
前問(二)デ述べタ方法ヲ參考ニシテ考ヘヨ。

一 次ノ數列ハドノヤウナ規則デ出來テキルカ。又、ソノ一般項ヲ書ケ。

(一) 3, 9, 15, 21, 27,

(二) 3, 0, -3, -6, -9,

(三) 2^2 , 4^2 , 6^2 , 8^2 , 10^2 ,

(四) 1^2 , 3^2 , 5^2 , 7^2 , 9^2 ,

(五) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$,

(六) 5, -25, 125, -625,

(七) 1, -1, 1, -1,

二 前問ノ數列(一), (二), (三), (四)ノ初メカラ第二十項マデノ和ヲ求メヨ。

三 第 n 項デ終ツテキル等差數列ガアル。コノ和ヲ、初項 a 、第 n 項 l 及ビ項數 n デ書き表セ。

四 次ノ等差數列ノ和ヲ求メヨ。

(一) 5, 13, 21,, 117

(二) 7, 4, 1,, -35

(三) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$,, $1\frac{1}{6}$

五 一般項ガ次ノ式デ書き表サレル數列ガアル。コノ數列ノ初メノ n 項ノ和ヲ求メヨ。

(一) $\frac{1}{2}n + \frac{1}{3}$ (二) $2n^2 - n + \frac{2}{3}$

(三) $4n^3 - 6n^2 + 4n + 1$

六 初メノ n 項ノ和ガ n^3 ト書き表サレル數列ガアル。コノ數列ノ一般項ヲ書ケ。

七 第一日目ニ一錢、第二日目ニ二錢、第三日目ニ三錢トイフヤウニ、毎日ソノ前日ヨリモ一錢ヅツ多ク積ミ立テルト、積ミ立テタ金額ガ一萬圓ヲ越エルノハ、初メカラ何日目カ。

八 等差數列 18, 15, 12, 9, 6,ガアル。初メカラ第何項マデ取レバ、ソノ和ガ 50 ヲリ大キクナルカ。

九 直線ニ沿ツテ十米オキニ旗ガ十一本立テテアル。一番手前ニアル旗カラ更ニ二十米手前ノ所ニキル人ガ、全部ノ旗ヲソコヘ集メヨウト思フ。旗ヲ一度ニ一本ヅツ取ツテ歸ルトスレバ、ソノ人ハ何米歩クコトニナルカ。

二 等比數列

直線 OX 上ヲ運動スル點 P ガアル。P ハ初メ點 O カラ X ニ向カツテ 10 徑進ミ、次ニ 5 徑戻ル。更ニ、X ニ向カツテ 2.5 徑進

ミ、1.25 ㎝ 戻ル。コノヤウニ、 X ニ向カツテ進ンデハソノ距離ノ半分ダケ戻リ、戻ツテハソノ距離ノ半分ダケ進ムモノトスル。

問一 (一) P ハドノヤウナ運動ヲスルカ。圖ニ書イテ調べヨ。

(二) P ハドノ邊ノ點ニ近ヅイテ行クカ。ソノ點ノ位置ヲ圖ニ就イテ調べ、コレヲ推定セヨ。

次ニ、計算デ動點 P ハドノ邊ノ點ニ近ヅイテ行クカラ調べテミヨウ。ソレニハ、 P ガ進行方向ヲ變ヘル所ヲ初メカラ順ニ $P_1, P_2, P_3, \dots$ トシテ、 $OP_1, OP_2, OP_3, \dots$ ガドノヤウニ變リテ行クカラ明ラカニスレバヨイ。

問二 $OP_1, OP_2, OP_3, \dots$ ノ長サヲ順ニ並ベルト數列ガ出來ル。コノ數列ノ一般項ハドウ書き表サレルカ。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

O カラ X ニ向カラ方向ヲ正トスルト

(一) O カラ P_1 マデノ距離ハドウ表サレルカ。

(二) P_1 カラ P_2 マデノ距離ハドウカ、 O カラ P_2 マデノ距離ハドウカ。

(三) P_2 カラ P_3 マデ、 P_3 カラ P_4 マデ、 P_4 カラ P_5 マデノ距離ハドウカ。又、 P_{n-1} カラ P_n マデノ距離ハドウカ。

(四) OP_n ハドウ表サレルカ。

問三 前問デ求メタ OP_n ヲ表ス式ハ、モット簡單ナ形ニマツメルコトガデキル。次ニ示シタ順序デ考ヘヨ。

(五) OP_n ニ就イテ、次ノ式ヲ參考ニシテ考ヘヨ。

中等數學

三

第一類

文 部 省

(中) ¥ 25