

代數學教授書 第三

175
2
60

目 概 三 之

○第十節 自第八十 七款到第 九十二款 法 一 第 丁 ○第十七節 自第九十 三款到第 一百款 約 七 第	○第十一節 自第百一 四款 第二 二 第 丁 ○第十八節 自第百五 八款 第三 三 第	○第十二節 自第百一 五款 第三 三 第 丁 ○第十九節 自第百五 十九款 第四 四 第	○第十三節 自第百一 十六款 第四 四 第 丁 ○第二十節 自第百六 十款 第五 五 第	○第十四節 自第百一 十七款 第五 五 第 丁 ○第二十一節 自第百六 十一款 第六 六 第	○第十五節 自第百一 十八款 第六 六 第 丁 ○第二十二節 自第百六 十二款 第七 七 第	○第十六節 自第百一 十九款 第七 七 第 丁 ○第二十三節 自第百六 十三款 第八 八 第	○第十七節 自第百二 十款 第八 八 第 丁 ○第二十四節 自第百六 十四款 第九 九 第	○第十八節 自第百二 十一款 第九 九 第 丁 ○第二十五節 自第百六 十五款 第十 十 第	○第十九節 自第百二 十二款 第十 十 第 丁 ○第二十六節 自第百六 十六款 第十一 十一 第	○第二十節 自第百二 十三款 第十一 十一 第 丁 ○第二十七節 自第百六 十七款 第十二 十二 第	○第二十一節 自第百二 十四款 第十二 十二 第 丁 ○第二十八節 自第百六 十八款 第十三 十三 第	○第二十二節 自第百二 十五款 第十三 十三 第 丁 ○第二十九節 自第百六 十九款 第十四 十四 第	○第二十三節 自第百二 十六款 第十四 十四 第 丁 ○第三十節 自第百七 十款 第十五 十五 第	○第二十四節 自第百二 十七款 第十五 十五 第 丁 ○第三十一節 自第百七 十一款 第十六 十六 第	○第二十五節 自第百二 十八款 第十六 十六 第 丁 ○第三十二節 自第百七 十二款 第十七 十七 第	○第二十六節 自第百二 十九款 第十七 十七 第 丁 ○第三十三節 自第百七 十三款 第十八 十八 第	○第二十七節 自第百三 十款 第十八 十八 第 丁 ○第三十四節 自第百七 十四款 第十九 十九 第	○第二十八節 自第百三 十一款 第十九 十九 第 丁 ○第三十五節 自第百七 十五款 第二十 二十 第	○第二十九節 自第百三 十二款 第二十 二十 第 丁 ○第三十六節 自第百七 十六款 第二十一 二十一 第	○第三十節 自第百三 十三款 第二十一 二十一 第 丁 ○第三十七節 自第百七 十七款 第二十二 二十二 第	○第三十一節 自第百三 十四款 第二十二 二十二 第 丁 ○第三十八節 自第百七 十八款 第二十三 二十三 第	○第三十二節 自第百三 十五款 第二十三 二十三 第 丁 ○第三十九節 自第百七 十九款 第二十四 二十四 第	○第三十三節 自第百三 十六款 第二十四 二十四 第 丁 ○第四十節 自第百八 十款 第二十五 二十五 第	○第三十四節 自第百三 十七款 第二十五 二十五 第 丁 ○第四十一節 自第百八 十一款 第二十六 二十六 第	○第三十五節 自第百三 十八款 第二十六 二十六 第 丁 ○第四十二節 自第百八 十二款 第二十七 二十七 第	○第三十六節 自第百三 十九款 第二十七 二十七 第 丁 ○第四十三節 自第百八 十三款 第二十八 二十八 第	○第三十七節 自第百四 十款 第二十八 二十八 第 丁 ○第四十四節 自第百八 十四款 第二十九 二十九 第	○第三十八節 自第百四 十一款 第二十九 二十九 第 丁 ○第四十五節 自第百八 十五款 第三十 三十 第	○第三十九節 自第百四 十二款 第三十 三十 第 丁 ○第四十六節 自第百八 十六款 第三十一 三十一 第	○第四十節 自第百四 十三款 第三十一 三十一 第 丁 ○第四十七節 自第百八 十七款 第三十二 三十二 第	○第四十一節 自第百四 十四款 第三十二 三十二 第 丁 ○第四十八節 自第百八 十八款 第三十三 三十三 第	○第四十二節 自第百四 十五款 第三十三 三十三 第 丁 ○第四十九節 自第百八 十九款 第三十四 三十四 第	○第四十三節 自第百四 十六款 第三十四 三十四 第 丁 ○第五十節 自第百九 十款 第三十五 三十五 第	○第四十四節 自第百四 十七款 第三十五 三十五 第 丁 ○第五十一節 自第百九 十一款 第三十六 三十六 第	○第四十五節 自第百四 十八款 第三十六 三十六 第 丁 ○第五十二節 自第百九 十二款 第三十七 三十七 第	○第四十六節 自第百四 十九款 第三十七 三十七 第 丁 ○第五十三節 自第百九 十三款 第三十八 三十八 第	○第四十七節 自第百五 十款 第三十八 三十八 第 丁 ○第五十四節 自第百九 十四款 第三十九 三十九 第	○第四十八節 自第百五 十一款 第三十九 三十九 第 丁 ○第五十五節 自第百九 十五款 第四十 四十 第	○第四十九節 自第百五 十二款 第四十 四十 第 丁 ○第五十六節 自第百九 十六款 第四十一 四十一 第	○第五十節 自第百五 十三款 第四十一 四十一 第 丁 ○第五十七節 自第百九 十七款 第四十二 四十二 第	○第五十一節 自第百五 十四款 第四十二 四十二 第 丁 ○第五十八節 自第百九 十八款 第四十三 四十三 第	○第五十二節 自第百五 十五款 第四十三 四十三 第 丁 ○第五十九節 自第百九 十九款 第四十四 四十四 第	○第五十三節 自第百五 十六款 第四十四 四十四 第 丁 ○第六十節 自第百九 十款 第四十五 四十五 第	○第五十四節 自第百五 十七款 第四十五 四十五 第 丁 ○第六十一節 自第百九 十一款 第四十六 四十六 第	○第五十五節 自第百五 十八款 第四十六 四十六 第 丁 ○第六十二節 自第百九 十二款 第四十七 四十七 第	○第五十六節 自第百五 十九款 第四十七 四十七 第 丁 ○第六十三節 自第百九 十三款 第四十八 四十八 第	○第五十七節 自第百六 十款 第四十八 四十八 第 丁 ○第六十四節 自第百九 十四款 第四十九 四十九 第	○第五十八節 自第百六 十一款 第四十九 四十九 第 丁 ○第六十五節 自第百九 十五款 第五十 五十 第	○第五十九節 自第百六 十二款 第五十 五十 第 丁 ○第六十六節 自第百九 十六款 第五十一 五十一 第
--	--	---	---	---	---	---	--	---	---	---	--	--	--	--	--	--	---	--	--	---	--	--	--	--	--	--	---	--	--	---	--	--	--	--	--	--	---	--	--	---	--	--	--	--	--	--	---	--	--

大日本教育會藏書

乃函
二架
四
四號
五册

第四百六十四號

共四册

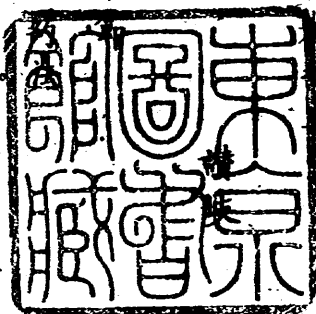
讚岐中條澄清譯述

代數學教授書 第三

明治十二年
神港鳩居堂發兌
第四月刻成

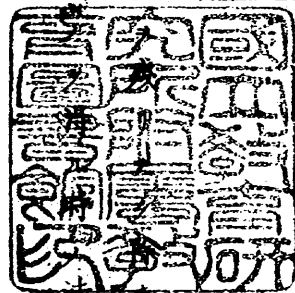
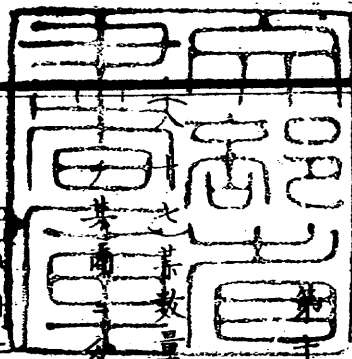
代數學教授書卷之三

書庫引之證



中條澄清

譯述



其數量ノ約法ハ其數量
 數ヲ有タサルモ
 例(七十三)ノ(一)例(七十五)ノ(一)例(七十六)ノ(一)等ノ諸
 例ニオイト其法ハ其實ノ約法ニ(七十六)ノ(一)例(八
 十六)ノ諸例ニオイト其法ハ其實ノ約法ニ(八十六)ノ(一)例
 (八十八)除算第一格即チ單項式ヲ以テ單項式ヲ除クニ次

ニ述ル三款ノ一ヲ知ル時ハ(七十四)ノ除算法則ニ依テ其法ハ其實ノ約法ニアラス

第一 法ノ數係數實ノ數係數ノ約法ナラサル時

第二 法ノ字乘數ノ指數實ノ同乘數ノ指數ヨリ較大ナル時

第三 實ニ法ノ某字乘數ヲ有タサル時

除算第二格即チ單項式ヲ以テ多項式ヲ除クニ其法ト實ノ各項トヲ照シテ右ノ一款ヲ知レハ其法ハ其實ノ約法ナラサルヲ自ラ顯カナリ

(八十九)除算第三格即チ多項式ヲ以テ多項式ヲ除クニ次ニ述ル三款ノ一ヲ知ル時ハ(七十六)ノ除算法則ニ依テ

其法ハ其實ノ約法ニアラス

第一 諸文字中ノ一字ニ關係シテ列シタル法ノ第

一項同文字ニ關係シテ列シタル實ノ第一項ノ約法ナラサル時

第二 法ノ第一項ヲ有タサル残リヲ得ル時

(問)約法ハ如何○(八十八)ノ第一款ハ如何○全第二ハ○全第三ハ○各其理ヲ述ヘヨ○(八十九)ノ第一款ハ如何○全第二ハ○各其理ヲ述ヘヨ

(九十)實ハ二數ノ同乘積ノ代數和ニシテ法ハ其二數ノ代數和ナルハ其法ハ實ノ約法ナルト否ハ左ノ諸式ニ依テ容易ク決定スルヲ得ベシ

第一 法實俱ニ差ナル者

$$\begin{aligned} \frac{a-b}{a-b} &= 1 \\ \frac{a^2-b^2}{a-b} &= a+b \\ \textcircled{1} \left\{ \begin{aligned} \frac{a^3-b^3}{a-b} &= a^2+ab+b^2 \\ \frac{a^4-b^4}{a-b} &= a^3+a^2b+ab^2+b^3 \\ \frac{a^5-b^5}{a-b} &= a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

第二 法ハ和實

ハ差ニソ其指數

ハ偶數

ナル者

$$\begin{aligned} \frac{a^2-b^2}{a+b} &= a-b \\ \frac{a^4-b^4}{a+b} &= a^3-a^2b+ab^2-b^3 \\ \textcircled{2} \left\{ \begin{aligned} \frac{a^6-b^6}{a+b} &= a^5-a^4b+ab^2-a^2b^3+ab^4-b^5 \\ \frac{a^8-b^8}{a+b} &= a^7-a^6b+a^5b^2-a^4b^3+a^3b^4 \\ &\quad -a^2b^5+ab^6-b^7 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

第三 法實俱ニ
和ニノ實ノ指數
奇數ナル者

$$\frac{a+b}{a+b} = 1$$

$$\frac{a^3+b^3}{a+b} = a^2-ab+b^2$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{a^5+b^5}{a+b} = a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4$$

$$\frac{a^7+b^7}{a+b} = a^6-a^5b+a^4b^2-a^3b^3+a^2b^4-ab^5+b^6$$

右諸例ノ法ハ實ノ約法ナル理由ヲ一般ニ解説スレハ
高尙ニ涉ルヲ以テ爰ニ解明セス然レハ除算ヲ以テ諸
例ヲ試ルルハ自ラ正當ナルヲ了解スヘシ
此公法ヲ示セハ次ノ如シ

ルヲ整数トフレハ $a-b$ ヲ以テ $a^{n-1}b^n$ ヲ除キ得ヘシ

ルヲ偶數ノ整数トスレハ $a+b$ ヲ以テ $a^{n-1}b^n$ ヲ除キ得ヘシ

ルヲ奇數ノ整数トスレハ $a+b$ ヲ以テ $a^{n-1}b^n$ ヲ除キ得ヘシ

此三法ハ前ノ(1)(2)(3)ヲ順次ニ照考スレハ明晰ナルヲ

以テ爰ニ「法」ヲ述ヘス學者此三公法ト前諸例ノ形象ヲ
記念スヘシ

尚ホ左ノ一法ヲ示ス

n ヲ偶數ノ整數トスレハ次テ $a+b$ 或 $a-b$ $a+b$ ヲ以テ $a+b^n$ ヲ除

キ能ハサルナリ

此理由モ高尚ナレハ爰ニ解明セス學者頃ク

$$\frac{a^2+b^2}{a+b} \quad \frac{a^4+b^4}{a+b}$$

$\frac{a^2+b^2}{a-b}$ $\frac{a^4+b^4}{a-b}$ 等ニ除算ヲ施シテ真實ナルコトヲ了解スヘ

(問) 公法第一ハ如何ノ全第二ハ〇全第三ハ〇全第四ハ

(九十一) 學者右各法ニ於テ最モ單一ナル形象ノ者ニ注意
スレハ此法ヲ記念スルノ補助トナルヘシ

例 $a+b$ 或 $a-b$ a^2-b^2 $a+b$ ヲ以テ a^2-b^2 ヲ除キ得ルヤ否ヲ決定セン

ト欲スレハ q ハ奇數ノ整數ナルユヘ $a-b$ ノ種類ノ最モ

單一ナル者 $a-b$ $a-b$ ナリ然レバ $a-b$ ヲ以テ除キ得ル者ニ $a+b$

ヲ以テ除キ能ハス故ニ a^2-b^2 $a-b$ ヲ以テ除キ得ル者ニ a

$a+b$ ヲ以テ除キ能ハス

又 $a-b$ ノハ偶數ノ整數ナルユヘ此種類ノ單一ナル者

ハ a^2-b^2 ナリ然テ a^2-b^2 ハ七十七ニ依テナルユヘ此各乘數

ヲ以テ除キ得ヘシ故ニ a^2-b^2 ハ $a+b$ 或ハ $a-b$ ヲ以テ除得ヘシ

(九十二)前ノ九十款ニ示ス法ハ代數運算中最モ有益ノ者トレハ學者務メテ前款ノ解説ヲ記憶スヘン尚約法ヲ

看出シ之ヲ除キタル商ヲ心算シテ求ムルキハ代數除算ヲ簡短ニ為シ其有益最モ夥シ

例ハ a^2-b^2 ハ前説ニ依テ $a-b$ ヲ以テ除キ得ヘシ故ニ(九十)

(1)ノ形象ニ依テ次ノ如ク心算ニテ其商ヲ求得ヘシ

$$a^2 + a^2b + a^2b^2 + a^2b^3 + a^2b^4 + a^2b^5 + a^2b^6 + a^2b^7 + a^2b^8 + a^2b^9$$

又 x^2-y^2 ハ前説ニ依テ $x+y$ 或ハ $x-y$ ヲ以テ除キ得ヘシ故ニ其

第一ノ商ハ(九十)(2)ノ形象ニ依テ次ノ如シ

$$x^2 - x^2y + x^2y^2 - x^2y^3 + x^2y^4 - x^2y^5 + x^2y^6 - x^2y^7 + x^2y^8 - x^2y^9$$

第二ノ商ハ(九十)(1)ノ形象ニ依テ次ノ如シ

$$x^7 + x^6y + x^5y^2 + x^4y^3 + x^3y^4 + x^2y^5 + xy^6 + y^7$$

又 $x^3 + y^3$ ハ前解ニ依テ $x + y$ ヲ以テ除キ得ヘキヲ知ル故ニ其

商ハ(九十)ノ(3)ノ形象ニ依テ次ノ如シ

$$x^{12} - x^{11}y + x^{10}y^2 - x^9y^3 + x^8y^4 - x^7y^5 + x^6y^6 - x^5y^7 + x^4y^8 - x^3y^9 + x^2y^{10} - xy^{11} + y^{12}$$

問題第卅一

(1) $a^5 - b^5$ ハ $a - b$ 或ハ $a + b$ ヲ以テ除キ得ルヤ且ツ

此約法ヲ以テ除キタル商ヲ心算ニテ記セ

(2) $x^{10} - y^{10}$ ハ $x - y$ 或ハ $x + y$ ヲ以テ除キ得ルヤ且ツ

此約法ヲ以テ除キタル商ヲ心算ニテ記セ

右二題ノ如ク次ノ諸題ヲ答フヘシ

(3) $a^5 + b^5$

(4) $a^8 - z^8$

(5) $x^9 - b^9$

(6) $A^7 + B^7$

(7) $1 - a^7$

(8) $p^2 - 1$

(9) $C^2 + D^2$

(10) $a^4 + b^4$

(11) $a^{10} - b^{10}$

(12) $G'' + H''$

(13) $a^6 + 1$

(14) $1 - a^9$

(15) $x^{15} + y^{15}$

(16) $E^2 + 1$

第十一節

自約

九十三 自約ハ其數量ヲ成ス諸乘數ヲ省出スル者ヲ云フ
 代數學ノ數量モ算數學ノ如ク檢査ヲ以テ自約スル者
 ナリ然テ自約ニ熟達スレハ演算ヲ最モ簡約ニ爲シ其
 裨益少カラサレハ學者須ク下説ヲ研窮スベシ

九十四 例ハ $12a^2b^3x^4y$ ヲ自約スレハ左式ノ如ク先ツ係數ヲ自約

シ順次ニ字乘數ヲ自約スヘシ

算式

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$a^2 = a \times a$$

$$b^3 = b \times b \times b$$

$$x^4 = x \times x \times x \times x$$

$$y = y$$

$$2 \times 2 \times 3 a a b b b x x x x y$$

此運算ハ〔法〕ヲ述ヘス學者宜ク
 此算式ト解説ニ依テ次ノ諸題
 ヲ自約スベシ

問題第卅二

(1) $6a^2b^3$ ヲ自約セヨ

(2) $10x^2y^3z^4$ ヲ自約セヨ

(3) $24a^3b^4c^5d^6$ ヲ自約セヨ

(4) $75m^4n^5p^6q^7r^8$ ヲ自約セヨ

九十五單項ト多項ノ兩乘數ニ自約シ得ル者ノ例ヲ示セ
ハ次ノ如シ

例ハ $ab + 3acd$
ハ a ノ通乘數(即チ各項ニ共有スル乘數)ニハ括

標ヲ用テ括レハナリ

又 $3a^2x^3 - 6ax^2 + 9a^2x$
ハ $3ax^3$
ノ通乘數アルニハ自約スレハナリ
 $3ax^3(a - 2x^2 + 3ax)$

此運算モ法ヲ述ヘス學者前例ニ依テ次ノ諸題ヲ自約

スヘジニ準ヘ之

問題第卅三

(1) $ax + ay$

(2) $bm + cm$

(3) $2x^2 - 4xy$

(4) $8x^2y + 4xy^2$

(5) $9a^2b^3 - 8a^3b^4$

(6) $7x^2z^3 + 7z^3$

5) $a^2b^3x + a^3b^2x^2 - ab^3x^3$

6) $9m^2n^3 - 8mn + 6m^3n^2$

7) $14x^3y^2 - 7x^2yz + 9z$

8) $5AB^3 + 10AB^2 - 25AB^3$

9) $6x^2y^3 + 27ax^2y^3 - 15x^2y^3$

10) $8a^2b^3x^4 - 4ax^3 + 6a^3x^3 - 10a^2x^3$

九十六乗算公積ニ依テ容易ニ自約スルヲ得ヘキ數量ヲ
リ今順次ニ解説スヘシ

七十七第一式ニ依テ

$$(a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

ナルニ

$$a^2 + 2ab + b^2$$

ヲ自約スレハ

$$(a+b)(a+b)$$

又

$$(2x+3y)(2x+3y) = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

ナルニ

$$4x^2 + 12xy + 9y^2$$

ヲ自約スレハ

$$(2x+3y)(2x+3y)$$

ナリ

全第二式ニ依テ

$$(a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

ナル故

$$a^2 - 2ab + b^2$$

ヲ自約スレハ

$$(a-b)(a-b)$$

又

$$(5x-2z)(5x-2z) = 25x^2 - 20xz + 4z^2$$

ナルニ

$$25x^2 - 20xz + 4z^2$$

ヲ自約スレハ

$$(5x-2z)(5x-2z)$$

ナリ

全第三式ニ依テ

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

ナル故

$$a^2 - b^2$$

ヲ自約スレハ

$$(a+b)(a-b)$$

又

$$(x^2+y^2)(x^2-y^2) = x^4 - y^4$$

ナルユハ
 $(x^6 - y^6)$

ヲ自約スレハ
 $(x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$
 ナリ

前款ト右例ニ依テ
 $x^8 y^8 - y^8 = y^8(x^8 - y^8)$
 ヲ自約スレハ左ノ如シ

$$\begin{aligned} x^8 y^8 - y^8 &= y^8(x^8 - y^8) = y^8(x^4 + y^4)(x^4 - y^4) \\ &= y^8(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \\ &= y^8(x^2 + y^2)(x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \end{aligned}$$

此諸例ニ徴ヒ左ノ諸題ヲ答フヘシ

問題第卅四

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------|
| 6) $4m^2 - 4m + 1$ | 1) $a^3 + 3ad + d^3$ |
| 7) $y^2 - 4x^2$ | 2) $x^2 - 3xy + y^2$ |
| 8) $25m^2 - 1$ | 3) $z^3 - 2z + 1$ |
| 9) $p^2 - 2pq + q^2$ | 4) $x^3 - y^3$ |
| 10) $a^6 - a^2b^4$ | 5) $4a^2 - 9b^2$ |
| 11) $a^2c^2 - 2ac + 1$ | |
| 12) $9x^4 + 12x^2y^2 + 4y^4$ | |
| 13) $x^4y^4z^4 - 2x^2y^2z^2a + a^2$ | |
| 14) $x^3 - y^3$ | (15) $81a^2c^2 - 9b^2c^2$ |
| 16) $36x^4 - 24x^2y^2 + 4y^4$ | |
| 17) $1 - 81x^4$ | (18) $16 - x^2y^2$ |
| 19) $4y^6 - 4y^3z^3 + z^6$ | |

(九十七)

(七十一) 第一式ニ依テヲ自約スレハナリ

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)(a+b)(a+b)$$

全第二式ニ依テヲ自約スレハナリ

$$x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 - y^2)(x^2 - y^2)$$

$$19) \frac{1}{9} + 2y + 9y^3$$

$$20) 10x^4 - 8x^2y^2 + y^4$$

$$21) m^6 - 1 \quad (22) x^{32} - y^{32}$$

$$23) x^{2m} - 2x^m y + y^2$$

$$24) a^{2n} b^{2m} + 4a^n b^m x^n + 4x^{2n}$$

$$25) x^{4n} - y^{4n} \quad (26) (x+y)^2 - 1$$

$$27) a^2 - b^2 + 2bc - c^2$$

$$28) x^4 - 9x^2y^2 - 6xyz^2 - z^4$$

$$29) x^4 + x^2y^2 + \frac{1}{4}y^4$$

$$30) 1 - 4a^{2m} - 4a^m b^2 x^3 - 4b^2 x^6$$

$$31) x^4 - 2x^2y^2 + 4y^4 - x^6 + 2x^3y^3 - y^6$$

$$32) m^3 - 2n^4 + 1 - n^2 + 2nm^2 - m^4$$

$$1) x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$2) a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$3) x^3 + y^3 \quad (4) c^3 - d^3$$

$$5) 1 - 3x + 3x^2 - x^3$$

$$6) b^3 + a^3$$

$$7) a^5b + 3a^4b^2 + 3a^3b^3 + a^2b^4$$

$$8) 8a^3 - c^3 \quad (9) 1 + 64x^3$$

$$10) x^7y^4 - 64xy^4$$

$$11) 27x^3 - 135x^2 + 225x - 125$$

$$12) x^6 - y^6 \quad (13) m^6n^6 - n^6$$

$$14) a^6b^6 - 3a^4b^4x^2y^2 + 3a^2b^2x^4y^4 - x^6y^6$$

問題第卅五

右諸例ニ準ヒ次ノ諸題ヲ自約スヘシ

$$\begin{aligned} x^{12} - y^{12} &= (x^4 - y^4)(x^8 + x^4y^4 + y^8) \\ &= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)(x^8 + x^4y^4 + y^8) \\ &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)(x^8 + x^4y^4 + y^8) \end{aligned}$$

如シ

全第四式ト(七十)、第四式ニ依テ
ヲ自約スレハ左、

$$x^{12} - y^{12} = (a^2 - ab + b^2)(a + b)$$

全第三式ニ依テ
ヲ自約スレハ
ナリ

$$a^3 + b^3$$

$$(a^2 - ab + b^2)(a + b)$$

全
第
二
式
= 依
テ

$$x^2 - 9x + 20$$

$$= x^2 + (-5-4)x - 5 \times -4$$

$$= (x-5)(x-4)$$

ナ
ニ
ユ
ハ

$$x^2 - 9x + 20$$

ヲ
自
約
ス
レ
ハ

$$(x-4)(x-5)$$

ナ

$$(x+5)(x+4)$$

ナ
リ

(
x
+
九
、
第
一
式
= 依
テ

$$x^2 + 9x + 20$$

$$= x^2 + (5+4)x + 5 \times 4$$

$$= (x+5)(x+4)$$

ナ
ニ
ユ
ハ

$$x^2 + 9x + 20$$

ヲ
自
約
ス
レ

(
九
+
八
)

$$16) \frac{1}{8}x^3 + 1$$

$$(10) \frac{1}{27}y^3 - 729$$

$$17) x^{3m} + 3x^{2m} + 3x^m + 1$$

$$18) x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$$

$$19) a^{3x} + b^{3x}$$

$$(20) x^9 - y^9$$

$$21) a^9 + 3a^6b^3 + 3a^3b^6 + b^9$$

$$22) x^{3m} - y^{3n}$$

$$(23) x^{12}y^6 - a^{12}b^6$$

$$24) x^6z^3 - 2x^3y^3z^3 + y^6z^3$$

$$25) a^9b^3 - 3a^6b^6 + 3a^3b^9 - a^3b^9$$

$$26) 4A^4B^2 + 4A^6B^5 - 8A^3B^5$$

$$27) x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 + z^3$$

$$28) x^4y + 3x^3y^2 + 3x^2y^3 + 3xy^4$$

此諸例ニ準ヒ左ノ諸題ヲ自約スヘシ

$$(a-9b)(a+8b)$$

ナ
リ

全第四式ニ依テ

$$\begin{aligned} & a^2 - ab - 72b^2 \\ &= a^2 + (8-9)ab - 9 \times 8b^2 \\ &= (a-9b)(a+8b) \end{aligned}$$

ナ
ル
ユ
ヘ

$$a^2 - ab - 72b^2$$

ヲ自約スレハ

$$(y+\frac{1}{4})(y-\frac{1}{4})$$

ナ
リ

全第三式ニ依テ

$$\begin{aligned} & y^2 + \frac{19y}{4} - \frac{5}{4} \\ &= y^2 + (\frac{20}{4} - \frac{1}{4})y - \frac{1}{4} \times 5 \\ &= (y+\frac{1}{4})(y-\frac{1}{4}) \end{aligned}$$

ナ
ル
ユ
ヘ

$$y^2 + \frac{19y}{4} - \frac{5}{4}$$

ヲ自約スレ

$$12) a^2 - (a+b)m + m^2$$

$$13) a^3 - (b^2 - c^2)a^2 - b^2c^2$$

$$14) x^4y^2 + (z^2 + y^2)y^2x^2 + y^4z^2$$

$$15) a^6b^6 + (1 - x^3)a^3b^3 - x^6$$

$$16) 256 - 16x^2y^2(x^2 + y^2) + x^6y^6$$

$$17) x^6y^3 - (\frac{1}{8} - z^3)x^3y^3 - \frac{1}{8}y^6$$

$$18) (x+y)^2 - 11z(x+y) + 30z^2$$

$$19) a^2 + 2ab + b^2 + (c+d)(a+b) + cd$$

$$20) a^4y^4 + \frac{7}{2}a^2y^2 - \frac{7}{2}$$

$$21) (a+b)^2 - 17(a+b)x + 72x^2$$

$$22) (a^2 - b^2)^2 + 2b(a^2 - b^2) - (a^2 - b^2)$$

$$1) x^2 + 6x + 9$$

$$2) x^2 - 18x + 40$$

$$3) x^2 + x - 20$$

$$4) x^2 - x - 20$$

$$5) x^4 + 10x^3 + 9x^2$$

$$6) a^2 + 9ab + 20b^2$$

$$7) x^2 - 13xy + 42y^2$$

$$8) x^2 - \frac{23x}{3} + \frac{14}{3}$$

$$9) x^2 - \frac{37x}{5} - \frac{24}{5}$$

$$10) 27 + 12x + x^2$$

$$11) x^2 + (z-y)x - yz$$

(九十九) 前ノ諸款ハ皆一定ノ法ヲ以テ自約ヲ為シ得ル者
 ノミヲ示セリ今直ニ前諸法ヲ旋シ能ハサル者或ハ各
 種ノ方法ヲ以テ自約スルトモ同一ノ答ヲ得ル者等ノ
 數例ヲ解説スヘシ

(1) $a^3 + 4a^2x^2 - 8bx$
 兩項ノ通乘數 a^3 ニ着目シテ(九十五)ニ依テ自約ス
 得ル或ハ第二第三兩項ノ通
 乘數 $4x$ ニ着目シテ自約スレハ
 $a^3(1 + 4x^2) - 8bx$
 $a^3 + 4x(a^2x - 2b)$

$$(2) \quad ax^3 + ay^3 + bx^2 + by^2$$

此第一第二兩項ノ通乘數 a ト第三第四
 兩項ノ通乘數 b ニ着目シテ自約スレハ
 此兩項

$$a(x^3 + y^3) + b(x^2 + y^2)$$

通乘數

$$x^2 + y^2$$

ナルニ

$$(x^2 + y^2)(a + b)$$

即チ

$$(x - y)(x^2 - xy + y^2)(a + b)$$

得ル或ハ第一

第三

ト第三

ト第三

ト第三

ト第三

ト第三

ト第三

ト第三

ト第三

ト第三

第二ト第四ノ兩項ヲ一對ト爲シ x^3 ト y^3 ノ通乘數ニ着

目ノ自約スレハ
得ル

$$x^3(a+b)+y^3(a+b)-$$

$$(x^3+y^3)(a+b)-$$

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)(a+b)$$

二様ノ方法ヲ以テ自約シ(ハ)例ハ答ノ形象二様ヲ得タ
 レトモ此例ハ同一ノ形象ヲ得タリ
 尚二様ノ方法ヲ以テ自約シテ同一ノ答ヲ得ル一例ヲ
 示ス

(δ)

$$x^3-x^2y+xy^2-y^3$$

先ッ順次ニ二項宛
 ヲ取テ自約スレハ

$$(x^3-y^3)-xy(x-y)$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2)-xy(x-y)$$

$$-(x-y)(x^2+xy+y^2-xy)$$

$$=(x-y)(x^2+y^2)$$

$$x^3(x-y)+y^3(x-y)$$

$$-(x-y)(x^2+y^2)$$

ヲ得ル或ハ第一ト第四
 第二ト第三ノ兩項ツ、

テ自約スレハ
 得ル

$$(4) \quad x^4 - y^4$$

ヲ兩乘數ニ自約セント欲スレハ(九十六)ニ依テ

$$(1) \quad (x^3 - y^3)(x^2 + y^2)$$

ナリ然テ法ト商ノ積ハ實ニ等シキ者ニハ(九十八)ノ

ト(8)ニ依テ自約スレハ
或ハナルノ顯カナリ

$$(x-y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)$$

$$(x+y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)$$

據例ハ兩乘數ニ自約スルヲ要スルニハ

一ハ各々二項式第二第三ハ何レモ二項式ト多項式ノ
兩乘數ナレドモ此數量ヲ三個ノ乘數ニ自約スレハ此
何レノ方法ヲ用キトモ同シ形乘ノ答ヲ得ヘシ左例ノ
如シ

答第一ノ左乘數
ヲ自約スレハ
全第二ノ右乘數
ヲ自約スレハ
(8) 前例

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$$

$$-(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

$$(x-y)(x^2 + x^2y + xy^2 + y^3)$$

$$-(x-y)\{x^2(x+y) + y^2(x+y)\}$$

$$=(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

ニ依テ答第三ノ右乘數ヲ自約スレハ何レモ同一ノ形
象ニノ三個ノ乘數ナルヘン

問題第卅七

(1) $3x^2 - ax + by$ ナ二項式ノ者ト為シ其一項ヲ單項ト
二項ノ相乘ナラシムヘシ

(2) $a^2x^2 - axx^2 + yx^2$ ナ前題ノ如クスヘシ

(3) $mx^2 + 3m^2x + nx^2 + 3n^2x$ ナ二項式ノ者ト為シ各項
ヲ單項ト二項ノ相乘ニスヘシ

(4) $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ ナ二項ノ者ト為シ其一項ヲ單項
ト多項ノ相乘ニスヘシ

(5) $x^5 + y^5$ ナ兩乘數ニ自約スヘシ

(6) $x^4y^2 + x^2y^4 + x^2y^2$ ナ各二項式ノ兩乘數ニ自

(7) $a^2x^2 - by^2 + ay^2 - bx^2$ ナ各々二項式ナル三個ノ乘

數ニ自約スヘシ

(8) $x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$ ナ二項式ト多項式ノ

兩乘數ニ自約スヘシ

(9) $x^9 + x^8y + x^7y^2 + x^6y^3 + x^5y^4 + x^4y^5 + x^3y^6 + x^2y^7 + xy^8 + y^9$ ナ二項式ト多項式ノ兩乘數ニ自約スヘシ

(10) $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$ ナ三個ノ乘乘數ニ自

約スヘシ

(百) 差ニ自約ヲ用テ代數式ノ兩邊相等シキヲ證スル數
例ヲ示スヘシ

$$(x-y)(y-z)(z-x) - x^2(z-y) + y^2(x-z) + z^2(y-x)$$

ノ兩邊相等
シキヲ證
セシニ先
此左邊ヲ
乘スルハ

$$zxy - zy^2 - xz^2 + yz^2 - x^2y + xy^2 + x^2z - xyz$$

此諸
項ヲ
置換
スル

$$x^2z - x^2y + xy^2 - zy^2 + yz^2 - xz^2$$

順次
ニ
項
ハ

$$x^2(z-y) + y^2(x-z) + z^2(y-x)$$

故ニ
本式
トゴ

右ハ題シタル式ノ左邊ヲ化シテ證ヲ求メタンドモ右
邊ヲ化スルモ其證ヲ得ヘシ今次ニ其例ヲ示ス

$$x^2z - x^2y + xy^2 - zy^2 + yz^2 - xz^2$$

公理第五ニ依
テ此式ニ同數
量ヲ加減スル
ハ其值變ヒス
故ニ x^2yz
ヲ加減

$$xyz + x^2z - x^2y + xy^2 - zy^2 + yz^2 - xz^2 - xyz$$

此第二
項ヨリ
第六項
迄ヲ置
換スル

$$zxy - zy^2 - xz^2 + yz^2 - x^2y + xy^2 + x^2z - xyz$$

順次
ニ
項
ハ

手

$$x^2z^2 + y^2z^2 + x^2u^2 + y^2u^2 \\ = x^2z^2 + y^2u^2 + x^2u^2 + y^2z^2$$

此式
= $2xyz u$
補

$$x^2z^2 + 2xyz u + y^2u^2 + x^2u^2 - 2xyz u + y^2z^2$$

(九十六) = 依
テ自約スルハ

$$(xz + yu)^2 + (xu - yz)^2$$

故 = 本式
如シ

$$(2) \quad (x-y)(yz - z^2 - xy + xz) \\ = (x-y)\{z(y-z) - x(y-z)\} \\ = (x-y)(y-z)(z-x)$$

故 = 本式ノ如シ
右 $x/y/z$ ノ如ク加減スル數量ヲ補數ト名ク然
テ補數ハ必ス其前ニ加減ノ兩号ヲ有ツハ
此例ノ補數 $x/y/z$ ヲ看出シ又補數ヲ爲シ二項
ヲ自約スル等ハ原式ヲ考檢スルノ後
決定スル者ニ素ヨリ一定ノ法則ニアラ
ス唯學者ノ熟練ニ在ルノミ

ヲ證センニ先ツ此左述ノ積ヲ求ムハ次ノ如シ
 $(x^2 + yz)(z^2 + u^2) = (xz + yu)^2 + (xu - yz)^2$ ノ相等

(2)

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 =$$

$$2(x-y)(z-x) + 2(y-z)(x-y) + 2(x-z)(y-z)$$

此兩邊ノ相等ヲ證セ

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(y-z)^2 = y^2 - 2yz + z^2$$

$$(z-x)^2 = z^2 - 2xz + x^2$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2xz$$

此通數ヲ乘ル

$$2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz) \dots \textcircled{1}$$

此標内ノ項ヲ置換ス

$$z^2 - yz - xz + y^2 + x^2 - xy$$

容易ナルヲ知スヘシ

(1) 例ノ運算ノ左邊ヲ化スルハ右邊ヲ化スルヨリ最モ簡易ニシ

(2) 例ハ右邊ヲ化スルハ左邊ヲ化スルヨリ最モ容易ナルヲ知スヘシ

或ハ右邊ノ積ヲ求ム

$$x^2z^2 + y^2z^2 + x^2u^2 + y^2u^2$$

之ヲ二項ニ自約ス

$$x^2(z^2 + u^2) + y^2(z^2 + u^2)$$

$$= (x^2 + y^2)(z^2 + u^2)$$

故ニ本式ノ如シ

代算者抄言卷之三

三項ノ係数
最下式ノ係数

$$z^2 - yz - xz + xy + y^2 - xz - yz + xz + x^2 - xy - xz + yz$$

依テ順次
二四項ヲ
括ルハ

$$(z-y)(z-x) + (y-x)(y-z) + (x-y)(x-z)$$

(1) 式ニテ通
乗数ニテ自
約ソタル故
之ヲ乗スルハ

$$2(z-y)(z-x) + 2(y-x)(y-z) + (x-y)(x-z)$$

故ニ
本題
ノ如シ

此レニ
x²
x²
ト
y²
ノ補数ヲ為セハ次ノ如シ

或ハ右邊ノ和ヲ求ムレハ左ノ如シ

$$\begin{aligned} &2(z-y)(z-x) \\ &-2z^2 - 2yz - 2xz + 2xy \\ &2(y-x)(y-z) \\ &= 2y^2 - 2xy - 2yz + 2xz \\ &2(x-y)(x-z) \\ &= 2x^2 - 2xy - 2xz + 2yz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2z^2 - 2yz - 2xz + 2xy + 2y^2 \\ &- 2xy - 2yz + 2xz + 2x^2 \\ &- 2xy - 2xz + 2yz \\ &= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 \\ &+ z^2 - 2xz + x^2 \end{aligned}$$

(九十六)ニ依
テ順次ニ三
項ツ、ヲ括
レハ次ノ如

代数学最要書卷之三

$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$ 故ニ本題ノ如シ

此例ハ左邊ヨリ右邊ヲ化スルハ最ト簡易ナリ

右諸例ニ準ヒ次ノ諸題ノ相等ノハ證ヲ求ムルニ必ス其
左邊ヲ化テ證スル者トス

問題第卅八

$$(1) (x^2+y^2)^2 - 4x^2y^2 = (x^2-y^2)^2$$

$$(2) 2x^2 - 2y^2 = \{(x-y)(x+y) + 2xy\}(x-y)^2$$

$$(3) (x+y+z)^2 + x^2 + y^2 + z^2 = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$$

$$(4) (x-y)^3 + y^3 - x^3 = 3xy(y-x)$$

$$5) (x^2-y^2+z^2-u^2)(x^2+y^2-z^2-u^2) \\ = (x^2-u^2)^2 - (y^2-z^2)^2$$

$$6) (a-b)(b-c)(c-a) \\ = bc(c-b) + ca(a-c) + ab(b-a)$$

$$7) (b^2-c^2)(2a^2+b^2+c^2) \\ = (a^2+b^2)^2 - (a^2+c^2)^2$$

$$8) (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 \\ = 3(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$9) a^6 - b^6 = \\ (a^3 + 2a^2b + 3ab^2 + b^3)(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3)$$

$$10) a^3(a-2b) + b^3(b-2a) = (a-b)^3(a+b)$$

$$11) a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$$

第十二節

最大公約法

(百一) 二個或ハ二個以上ノ數量ノ公約法ハ其各數量ヲ或
リナク除キ得ル數量ヲ云フ

○ 公約法ハ即チ通乘數ト相等シ

(百二) 二個或ハ二個以上ノ數量ノ最大公約法ハ其諸數量
ノ最大ナル公約法ヲ云フ

(百三) 代數學ノ最大公約法ヲ求ムルニ算數學ノ如クニ様
ノ方法アリ其第一ハ自約ヲ用キル者其第二ハ互除ヲ
用キル者ナリ今次ニ其第一法ノ例ヲ示スヘシ然レ此
法ノ原理ハ算數學ノ第一法ニテ數ト爰ニ代數數量ヲ

$$12) 2(x+y)^2 - 7(x+y)(a+b) + 3(a+b)^2 \\ = (2x+2y-a-b)(x+y-3a-3b)$$

$$13) 4(ab+cd)^2 - (a^2+b^2-c^2-d^2)^2 \\ = (a+b+c-d)(a+b-c+d) \\ \times (a-b+c+d)(b+c+d-a)$$

$$14) a(a-2b)^3 - b(b-2a)^3 = (a-b)(a+b)^3$$

$$15) (a+b+c)(ab+bc+ca) - abc \\ = (a+b)(b+c)(c+a)$$

用テ運算スルトノ別アルノミナレハ學者算數學ノ
最大公約法第一法ト代數學ノ自約ノ理ニ明晰ナレハ
左ノ算式ハ解説ノ待タスシテ顯カナルヘシ

(1) 設如ハ

$$\begin{aligned} &3a^3b^4c \\ &24a^3b^5c^2d \\ &12a^4b^3c^5x \end{aligned}$$

ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

式 算

$$3a^2b^4c = 3 \times a^2 \times b^4 \times c$$

$$24a^3b^5c^2d = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times a^3 \times b^5 \times c^2 \times d$$

$$12a^4b^3c^5x = 3 \times 2 \times 2 \times a^4 \times b^3 \times c^5 \times x$$

$$\therefore 3 \times a^2 \times b^3 \times c = 3a^2b^3c \quad \text{法公算}$$

(2) 設如ハ

$$\begin{aligned} &6x^3(a-b) \\ &36xy(a^2-b^2) \\ &42x^2y(a^2-b^2) \end{aligned}$$

ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

式 算

$$6x^3(a-b) = 2 \times 3 \times x^3 \times (a-b)$$

$$36xy(a^2-b^2) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times x \times y \times (a+b)(a-b)$$

$$42x^2y(a^2-b^2) = 2 \times 3 \times 7 \times x^2 \times y \times (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$\therefore 2 \times 3 \times x \times (a-b) = 6x(a-b) \quad \text{法公算}$$

(3) 設如ハ $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ ノ最大公約法

- 問題第卅九
- 1) $16a^2b^3x^9, 4a^5b^6x^8$
 - 2) $12x^5yz^3, 18x^2y^4z$
 - 3) $9a^4x^6, 27b^4x^3, 3x^3y$
 - 4) $91a^4b^3x^8y^4, 26a^5b^4x^3y^5$
 $52a^3b^4x^5y^3, 39a^3b^4x^3y^4z$
 - 5) a^2-b^2, a^3-b^3
 - 6) $a^4-b^4, (a+b)^2$
 - 7) $4x(x+y), 6xy(x^2+y^2)$
 - 8) $x^2-2xy+y^2, x^3-y^3$
 - 9) $8(a^2-b^2), 12(a+b)^2, 20(a+b)^3$
 - 10) $6(x+1)^3, 9(x^2-1), 27(x^3+1)$
 - 11) $12(x^2+y^2)^2, 8(x^4-y^4), 4(x^5-y^5)$

(問) 此例ニ準ヒ次ノ諸題ノ最大公約法ハ如何ニ求ムヘシ
 說セヨ
 (答) 如何ニ最大公約法ハ如何ニ求ムヘシ
 (問) 如何ニ求ムヘシ
 (答) 如何ニ求ムヘシ

此例ニ準ヒ次ノ諸題ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

式 算

$$\begin{aligned}
 & x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 \\
 &= x^2 + xy + x^2y + y^3 \\
 &= x(x^2 + y) + y(x^2 + y) \\
 &= (x^2 + y)(x + y) \\
 & x^4 - y^2 \\
 &= (x^2 + y)(x^2 - y) \\
 & \therefore (x^2 + y)
 \end{aligned}$$

以上三例ハ學者ノ明
 トラシメシメタル自約
 運算ヲ詳記シタルド
 可及的心算ヲ以テ簡易
 ニ運算スヘシ且此法ハ
 學者ノ了解スル処ナレ
 ハ更ニ(法)ヲ述ス

- 12) $x^2 + 8x + 15, x^2 + 9x + 20,$
 13) $x^2 - 9x + 14, x^2 - 11x + 18,$
 14) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, a^6 - b^6,$
 $a^3x + 3abx + b^3x, a^3y^3 + b^3y^3,$
 15) $x^2 + 2x - 120, x^2 - 2x - 80,$
 16) $5a^2b^4(x^2 - x + 1), 10a^5b(x^6 - 1)$
 17) $x^3 - 10x^2 + 26x - 8,$
 $x^3 - 9x^2 + 23x - 12,$
 18) $2x^2 + 3x + 1, x^3 - x - 2,$
 19) $x^4 + x^2 - 6, x^4 - 8x^2 + 2,$
 $x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2,$

百四

第四二法ハ互除ヲ用テ最大公約法ヲ求ル者ニシテ此法ハ學者其數學最大公約法第二法
 レハ代數學ニ於テモ其法ノ根理ト運算ハ明瞭ナル
 シ然レモ更ニ代數ノ公式ヲ以テ根理ヲ詳説スヘシ
 例ハAトBヲ以テ二個ノ代數式ヲ頭シ其兩式何レモ
 同シ文字ノ累乘積關係シテ別スル者トス然テBノ其
 文字ノ最高乘積ハAノ其最高乘積ヨリ較小ナル者ト
 ス
 先ッBヲ法トシAヲ實トシ除算ヲ施シ得ル商ヲPト
 シ其殘リヲQトス然テ此Qハ諸項ヲ結合スル者ニシ
 Cヲ其單項ノ乘數トス故ニCハBノ中ニ有サルナリ

次ニBヲ實Oヲ法トナシ得ル商ヲQトシ其残リヲDd
 ス然テ此Dハ諸項ヲ結合スル者ニソdハ其單項ノ
 乘數トス故ニdハOノ中ニ有タサルナリ
 亦-Oヲ實Dヲ法トシRノ商ヲ得テ残リ無キ者トス
 レハDハ今求ムル最大公約法ナリ
 此運算ヲ記セハ左ノ如シ

$$\begin{array}{r}
 B) \quad A \quad (P \\
 \underline{PB} \\
 Cc \\
 C) \quad B \quad (Q \\
 \underline{QC} \\
 Dd \\
 D) \quad C \quad (R \\
 \underline{RD} \\
 O
 \end{array}$$

右式ニ依テ
 ナルヲ知ルヘシ

$$\begin{aligned}
 C &= RD \\
 B &= QC + Dd \\
 A &= PB + Cc
 \end{aligned}$$

是ヲ以テDハCノ約法ナルニハDハQCノ約法ニシテ

尚ホDdノ約法ナリ
 算數學最大公約
 法第二法第二理

QC

故ニDハBノ約法ニハ尚ホPBノ約法ナリ故ニDハ

$$PB + Cc$$

ノ約法即チAノ約法ナリ
 前全

故ニDハA及ヒBノ約法ナルニヘABノ公約法ナリ
 AトBノ最大公約法ハ其AトBヲ残リナク除キ得ル

者ニヘ尚ホ
 $A - PB$ 即チ Ca ヲ残リナク除キ得ヘシ
 其約法

第三法 故ニ此最大公約法ハ QC 即チ Dd 及ヒ D ヲ残リナ

ク除キ得ヘシ前法ニDハAトBノ最大公約法ナルヘシ
 此根理ニ依テ次ニ其例ヲ示ス

(1) 設如ハ $a^2 - 5ab + 4b^2$, $a^3 - a^2b + 3ab^2 - 3b^3$

最大公約法ヲ求ムニシ

$$\begin{cases} A = a^3 - a^2b + 3ab^2 - 3b^3 \\ B = a^2 - 5ab + 4b^2 \end{cases}$$

$$a^3 - 5a^2b + 4ab^2 \quad a^3 - a^2b + 3ab^2 - 3b^3 \quad (a + 4b - P)$$

$$a^3 - 5a^2b + 4ab^2$$

$$4a^2b - ab^2 - 3b^3$$

$$4a^2b - 20ab^2 + 16b^3$$

$$19a^2b^2 - 19b^3 - Qc$$

前式ノ
 第一節

然テ $19ab^2 - 19b^3 = 19b^2(a-b)$ ナリ然テ前ノ公式

ニテ $a-b=0$ ナルニハ $19b^2 - c$ ヲ以テ A ト B ヲ残リナク除キ能

ハキルナリ故ニ式ニ $a-b$ ヲ以テ B ヲ除ケハ次ノ如シ

$$c - (a-b)ab^2 - 5ab + 4b^2(a-4b) = 0$$

$$a^2 - ab$$

$$-4ab + 4b^2$$

$$-4ab + 4b^2$$

$$0$$

故ニ $a-b$ ハ求ムル最大公約法ナリ

右例ノ如ク運算スルニ A 或ハ B ノ一式ニ他ノ一式中
乗數ナラサル一數ヲ乘スル時ハ便理ナルアリ斯
ク一數ヲ乘スルトモ其 A ト B ノ最大公約法ニ於テ更
ニ感動ナシ今其理ヲ解説スヘシ

例ハ D ヲ A ト B ノ最大公約法トスレハ除算ノ理ニ依

$$A = pD$$

$$B = qD$$

ト爲スヘシ然シテ nA ヲ B ニ乗スレハ

$$nB = nqD$$

公理然テ D ハ尚ホ A ト nB ノ最大公約法ナルニハ n ヲ

Bニ乘スルトモDニ於テ震動ナキヲ知ルノシ

今左ニ此一例ヲ示ス

$$(8) \text{ 設如ハ } 7a^2 - 28ab + 6b^2 + 5a^2 - 18ab + 11ab^2 -$$

$6b^3$ ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

此題ニ於テ前例ノ如ク運算スルニ法ノ第一項ハ $7a^2$ 實
ノ第一項ハ $5a^2$ ナルニハ第一ノ商ニ $\frac{5a}{7}$ ヲ得ヘシ此分
數ヲ避クル為メ前説ニ依テ法ノ第一ノ係數 7 ヲ實ニ
乘スレハ $7a^2$ ノ第一項ヲ以テ新實ノ第一項ヲ除キ分數
ノ商ヲ得ス左ニ示ス算式ノ如シ

此 解

$$5a^2 - 18ab + 11ab^2 - 6b^3$$

ノ商ハ

$$7a^2 - 28ab + 6b^2 \quad 5a^2 - 18ab + 11ab^2 - 6b^3$$

$$55a^2 - 115ab^2 + 30ab^3$$

$$-11a^2b + 47ab^2 - 42b^3$$

ノ商ハ

$$-77a^2b + 330ab^2 - 294b^3 (-11b)$$

$$-77a^2b + 330ab^2 - 66b^3$$

$$76ab^2 - 22b^3$$

$$= 76b^2 (a - 3b)$$

此殘リノ乘數

$76b^3$

ハ法ト為ス可ラスノ前公式故ニ試ミニ

$a-b$

ヲ以テ除算スルハ次ノ如シ

$$a-b) 7a^2-23ab+6b^2 (7a-2b$$

$$7a^2-21ab$$

$$-2ab+6b^2$$

$$-2ab+6b^2$$

0

故ニ $a-b$ ハ求ムル最大公約法ナリ

若シ A 或ハ B ノ何レニテキ一式ノ諸項ニ通算數アレハ始メニ之ヲ省キ然ル右運算スヘシ

若シ最初ニ A ト B ニ公約法アルヲ知レハ之ヲ省ト然

テ后前例ノ如ク運算ヲ爲シ得ル最大公約法ニ前ニ省キタル公約法ヲ乘シ得ル積ヲ求ムル最大公約法トハ三式或ハ三式以上ノ最大公約法ヲ求ムルハ算數學ノ如ク先ツ二式ヲ以テ最大公約法ヲ求メ之ト他ノ一式ヲ以テ最大公約法ヲ求メ順次ニ同法ヲ施スヘシ

右ニ解説スル法ハ二項式或ハ多項式ニ施行スヘキ者ニメ單項式ニ用ナルヲ得ス

是ニ解説スル法ハ算數學ト同理ナレハ特ニ法ヲ述ヘス學者須ク此二例ニ準ヒ左ノ諸題ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

(問) 第二法ノ根理ヲ詳説セヨ。(1) 例ヲ(2) 例ヲ

$$9) x^4 - a^4, \quad x^3 + b x^2 - a^2 x - a^2 b$$

$$10) 3x^2 - 38x + 119,$$

$$x^3 - 19x^2 + 119x - 245$$

$$11) x^4 + x^3 y + x^2 y^2 + x y^3, \quad x^4 - y^4,$$

$$12) x^3 + x^2 y^2 + x y^3 + y^3, \quad x^4 - y^4,$$

$$13) 9x^3 + 53x^2 - 9x - 18,$$

$$x^2 + 11x + 30,$$

$$14) 2x^3 + x^2 - 8x + 5,$$

$$7x^2 - 12x + 5$$

$$15) 2x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x + 6,$$

$$3x^3 - 3x^2 - 6x + 9$$

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x$$

$$1) x^2 + 2x - 8, \quad x^2 + 5x + 6,$$

$$2) x^2 + 8x + 15, \quad x^2 + 2x - 15,$$

$$3) a^2 - 2ax + x^2, \quad a^2 - x^2,$$

$$4) a^3 + x^3, \quad a^3 + 2ax + x^2$$

$$5) x^3 - 2x^2, \quad x^2 - 4x + 4,$$

$$6) x^3 - 6x^2 + 11x - 6,$$

$$x^2 + 4x^2 + x - 6,$$

$$7) 3x^2 - 22x + 32,$$

$$x^3 - 11x^2 + 32x - 32$$

$$8) x^4 - 9x^3 + 29x^2 - 39x + 18$$

$$4x^3 - 27x^2 + 58x - 39$$

第十三節

最小公倍数

(百五) 某數量ノ倍數ハ其數量ヲ以テ残りナク除キ得ル數量ヲ云フ

(百六) 二個或ハ二個以上ノ數量ノ公倍數ハ其各數量ヲ以テ残りナク除キ得ル者ヲ云フ

(百七) 二個或ハ二個以上ノ數量ノ最小公倍數ハ其各數量ヲ以テ残りナク除キ得ル最小ナル者ヲ云フ

(百八) 代數學ニ於テ最小公倍數ヲ求ルモ算數學ノ異ナルヲナシ左例ノ如シ

(1) 設如ハ $4a^3b^2c$ 、 $12a^2b^3c^2y$ 、 $2ab^2c^2xy^3$ ノ最

小公倍數ヲ求ムハシ

解

$$4a^3b^2c = 2 \times 2 \times a^3 \times b^2 \times c$$

$$12a^2b^3c^2y = 3 \times 2 \times 2 \times a^2 \times b^3 \times c^2 \times y$$

$$2ab^2c^2xy^3 = 2 \times a \times b^2 \times c^2 \times x \times y^3$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times a^3 \times b^3 \times c^2 \times xy^3 = 12a^3b^3c^2xy^3$$

〔分難〕 諸數ノ最小公倍數ハ其各數ヲ以テ残りナク除キ得ル者ナルニ一題シタル數量ヲ自納シ凡テ各數ニ在ル諸乘數ノ積ヲ求メタルナリ

(2) 設如ハ $ac^3 + y^3 + ac^2 - y^2$ ノ最小公倍數ノ求ムハ

其

$$x^3 - y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$\therefore (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)$$

右例、如ク自約ヲ為スニ可及的心算ヲ以テ簡易ニ答
ヲ求ムヘシ

此ニ例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法第一〕 題シタル諸數量ヲ自約スヘシ

〔法第二〕 凡テ諸乘數ノ最高乘積ノ者ヲ相乘スヘシ

〔問〕 倍數ハ如何ニ公倍數ハ如何ニ最小公倍數ハ如何
○法第一ハ如何ニ法第二ハ如何ニ

問題第四十一

左ノ諸題ハ最小公倍數ヲ求ムヘシ

1) $4a^2b, 5ab^2$

2) $8a^2, 12a^3, 20a^4$

3) $6xy, 9x^2y, 3x^2y^2, x^4y$

4) $a^2 - x^2, 4(a - x), 3(a + x)$

5) $a + b, a^2 - b^2, a^2 + 2ab + b^2$

6) $8x^3(x - y), 15x^5(x - y)^2, 12x^3(x^2 - y^2)$

7) $m^4 - 1, m^3 - 2m + 1, m^2 + 2m + 1$

- 8) $m^2-4, 3m-2z, m^2+2m,$
 9) $x^2+7x+12, x^2+8x+15,$
 10) $a-x, a^2-x^2, a^3-x^3,$
 11) $15(a^2b-ab^2), 27(a^3-ab^3),$
 $35(ab^2+b^3)$
 12) $x^2-1, x^3+1, x^5-1,$
 13) $x^2-1, x^2+1, x^4+1,$
 $x^8-1,$
 14) $x^2-1, x^3+1, x^5-1,$
 $x^6+1,$
 15) x^2+5x+6, x^2+2x-8
 x^3+7x^2+12x

第十四節

分數命名

(百九) 分數ハ除算ニ於テ横線ノ上ニ實其下ニ法ヲ記シテ
 頭シタル數量ヲ云フ例ハ $\frac{a}{b}$ 或ハ $\frac{x}{x+y}$ 等ノ如シ

(百十) 分數ノ分母ハ横線ノ下ニ在ル者即チ法ヲ云フ前例

ニ於テ b 及ヒ $x+y$ 如シ

(百十一) 分數ノ分子ハ横線ノ上ニ在ル者即チ實ヲ云フ前

例ニ於テ a 及ヒ $x-y$ 如シ

(百十二) 全數量。或ハハ分數形象ノ者ヲ有タサル代數式ヲ

云フ例ハ $8ab$ $x+y$ x^2-3y+z 等ノ如シ

(百十三) 混數量。或ハ混分數或ハ全數量ト分數ト相混シタル

者ヲ云フ例ハ $a+\frac{c}{b}$ $x-\frac{z}{3y}$ 等ノ如シ

(百十四) 代數分數ノ數値ハ整數或ハ分數ニシテ其諸文字ヲ以テ顯ス數ニ依テ一定セス(百十七)ノ例ヲ見ルヘシ

分數ノ記号

(百十五) 分母子ノ各項ノ記号ハ分數ノ記号ヲ顯ハス者ニ

アラス故ニ $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^3-b^3}$ ニ於テ分母子ノ各項ニ在ル記号ハ其

各項ノ記号ナルニヘテ以テ此分數ノ正負ヲ決定スル能ハス然テ分數ノ記号ニハ現標ト真標ノ兩様アリ

下款ニ之ヲ解説スヘシ
○此例ノ如ク分母子ノ第一項ニ記号ナキハ正項ト知ルヘシ(三十三)見ヨ

(百十六) 分數ノ現標即チ外見ノ記号ハ横線ノ前ニ識シタル記号ヲ云フ

例ハ $\frac{c}{a+b}$ ハ横線ノ前ニ十ノ記号ヲ畧スル者ニハ此分

數ノ現標ハ十ナリ又 $\frac{y}{x}$ ハ現標ハ一ナリ然テ此第一

分數ノ現標ハ十零ニ加ヘ第二ノ現標ハ一零ヨリ減ス

ヘキデ示ス此他之

又 $m + \frac{x-y}{x+y}$ ニ於テ此分數ノ現標ハ十ニソ m ニ加ユヘキヲ

示ス又

$\frac{a^2c}{a+b}$ ニ於テ此分數ノ現標ハ一ニソ x ヨリ減ス

$x -$

ベキヲ示ス此他之

百十七) 分數ノ真標即チ眞實ノ記号ハ其諸文字ヲ以テ頭

ハス數ニ代ヘテ一項ノ者トナシ其數值ヲ求メ得タル

時ノ記号ヲ云フ

例ハ $\frac{x^2y}{x+y}$ ニ於テ $x = 4$ $y = 1$ ト為シ其數值ヲ求レハ次如シ

$\frac{x^2-y}{x+y} = \frac{16-1}{4+1} = \frac{15}{5} = +3$ 此分數ハ現標十二ノ其真標モ十ナリ

$$\begin{aligned} &\text{又} \frac{a-x^2}{\delta+x} \\ &\quad = \text{於} \\ &\quad \text{テ} \quad x=4 \\ &\quad \quad a=2 \\ &\quad \quad \text{トスレハ} \\ &\frac{a-x^2}{\delta+x} = \\ &\frac{2-16}{\delta+4} = \\ &\frac{-14}{7} = \\ &\quad -2 \quad \text{故ニ} \end{aligned}$$

此分數ハ現標トニソ真標一ナリ

$$\begin{aligned} &\text{又} \frac{ab}{ba-b} \\ &\quad = \text{於} \\ &\quad \text{テ} \quad a=2 \\ &\quad \quad b=-\delta \\ &\quad \quad \text{トスレハ} \\ &\frac{ab}{ba-b} = \\ &\frac{2 \times (-\delta)}{2 \times 2 - (-\delta)} = \\ &\frac{-6}{7} \\ &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

故ニ此分數ノ現標ハ一ニソ其真標ハ十ナリ
 (問) 分數ハ如何。分數ノ分母ハ。分數ノ分子ハ。全

此類ヲ推セヨ

數量ハ。混數量ハ。全數量ヲ又何ト云フヤ。混數量ヲ又。分數ノ數値ハ常ニ整數ナリヤ。現標ハ如何。真標ハ。現標トニソ真標一ナル者ノ一例ヲ示セ。現標一ニソ真標一ナル一例ヲ示セ

第十五節

分數ノ公理

百十八 分數ハ除算ヲ示者故其分母子ノ變化ハ除算ノ法ニ隨テ其值ト記號ニ於テ變化ヲ生スヘシ然テ八十三(八十三)ノ解説ニ於テ分母子。分母。分數ノ語ヲ以テ實法。商ニ代ヘテ分數ノ值ト記号ノ變化ノ公理ヲ次ニ解説スヘシ

值ノ變化

第一 分子ニ乗スルハ其分數ニ乗スルニ等シ然テ

分子ヲ除スルハ其分數ヲ除クニ等シ

第二 分母ニ乗スルハ其分數ヲ除クニ等シ然テ分

母ヲ除クハ其分子ニ乗スルニ等シ

第三 同數量ヲ以テ分母子ニ乗シ或ハ分母子ヲ除

ケハ其分數ノ値變セス

右三款ノ理ハ次ノ公法ニ歸ス

公法

分子ノ變化ハ其分數於テ同シ變化ヲ生シ分母ノ變化

ハ其分數ニ於テ反對ノ變化ヲ生スヘシ

記号ノ變化

百十九

第一 分子或ハ分母ノ記号ヲ變スルハ其分數ノ真

標ヲ變スルニ等シ

第二 分母子ノ記号ヲ同時ニ變スルハ其分數ノ真

標ノ變セス

第三 分數ノ現標ヲ變スルハ其真標ヲ變スルニ等シ

問

値ノ變化ノ第一理ハ如何。今第二理ハ。今第三理

ハ。各其例ヲ示セ。公法ハ如何。記号ノ變化ノ第

一理ハ如何。第二理ハ。第三理ハ

分數化法

百二十分數化法ハ分數ノ値ヲ變スルヲナク其形跡ヲ變
スル運算ヲ云フ

分數化法ヲ區テ六格トス今順次ニ解説スヘシ

第一格

百二十二此格ハ題シタル分數ヲ最低分數ニ化スル者
最低分數ハ其分母子ニ公約法ヲ有タサル分數ヲ云フ

(1) 設如ハ

$$\frac{21a^2b^3c}{35ab^4c^5}$$

ヲ最低分數ニ化セ

分鮮 (百十八) 第三理ニ依テ分母子ノ最大
公約法即チ $7ab^3c$ ヲ以テ分母子ヲ除クハ
答ヲ得ヘシ次ノ二例モ之ニ準ヘ

式 算

$$\frac{21a^2b^3c}{35ab^4c^5} = \frac{3a}{5b^2c^2}$$

答

(2) 設如ハ

$$\frac{x^4y^2 - x^2y^5}{x^4 - 3x^3y + 3x^2y^2 - xy^3}$$

ヲ最低分數ニ化セ

式 其

$$\begin{aligned} & x^4 y^2 - x y^5 \\ & x^4 - 3x^3 y + 3x^2 y^2 - x y^3 \\ & x y^2 (x - y)(x^2 + x y + y^2) \\ & x(x - y)(x - y)(x - y) \\ & x y^2 (x^3 - y^3) \\ & x(x^3 - 3x^2 y + 3x y^2 - y^3) \\ & y(x^2 + x y + y^2) \\ & x(x - y)(x - y) \end{aligned}$$

右側ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

[注] 分母子ノ最大公約法ヲ以テ其兩數ヲ互約ス

ヘシ

(問) 分數化法ハ如何○化法ヲ分テ何格トスルヤ○第一格ハ如何○最低分數ハ○(1)例ヲ詳説セヨ○第二法ハ如何

問題第四十二

左ニ題シタル諸分數ヲ各最低分數ニ化スヘシ

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 7) $\frac{x^5 - b^2 x^3}{x^4 - b^4}$ | 1) $\frac{12xy}{18x^2z}$ |
| 8) $\frac{x^2 - 1}{xy + y}$ | 2) $\frac{14a^2 b^3}{27a^5 b^0}$ |
| 9) $\frac{cx + cx^2}{acx + abx}$ | 3) $\frac{3a^2 - 3b^2}{4a - 4b}$ |
| 10) $\frac{x^2 - a^2}{x^2 + 2ax + a^2}$ | 4) $\frac{5(a^2 - x^2)}{10(a - x)}$ |
| 11) $\frac{3ax^2 - 3a^2x}{2x^2y + 2axy}$ | 5) $\frac{4(a^2 - x^2)}{3(a + x)}$ |
| 12) $\frac{(x^3 + y^3)(x^2 - y^2)}{x^2 + 2xy + y^2}$ | |
| 13) $\frac{9x^3 + 53x^2 - 9x - 18}{x^2 + 11x + 30}$ | |

$$74) \frac{6ac + 10bc + 9ad + 15bd}{6c^2 + 9cd - 2c - 3d}$$

$$75) \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - x - 2}$$

$$76) \frac{a^4 - 4ab^3 + 3b^4}{a^4 - ab^3 - a^3b + b^4}$$

$$77) \frac{a^2 - 3ab + ac + 2b^2 - 2bc}{a^2 - b^2 + 2bc - c^2}$$

$$78) \frac{x^8 + x^6y^2 + x^2y^4 + y^8}{x^4 - y^4}$$

$$79) \frac{3x^3 - 3x^2y + xy^2 - y^3}{4x^2 - xy - 3y^2}$$

$$20) \frac{ab + 2a^2 - 3b^2 - 4bc - ac - c^2}{9ac + 2a^2 - 5ab + 4c^2 + 8bc - 12b^2}$$

- (21) $a^2x^2y + a^2x^2y^2$ $\times$ $x^2y^2 + x^2y^3$ $\times$ 除クハシ
- (22) $2a^2 - 2b^2$ $\times$ $\times$ $4a + 4b$ $\times$ 除クハシ
- (23) $a^2 - 4a^2 + 4a^2$ $\times$ $\times$ $a^2 - 2a^2$ $\times$ 除クハシ
- (24) $a^2 - 4a^2$ $\times$ $\times$ $a^2 + 5a^2$ $\times$ 除クハシ
- (25) $3(x^2 - a^2)$ $\times$ $\times$ $x^2 + 2ax + a^2$ $\times$ 除クハシ
- (26) $2x^3 - 3x + 1$ $\times$ $\times$ $x^2 + x - 2$ $\times$ 除クハシ
- (27) $x^2 + 6x - 55$ $\times$ $\times$ $x^2 - 9x + 20$ $\times$ 除クハシ
- (28) $2x^3 + 17x^2 + 16x + 16$ $\times$ $\times$ $2x^3 + 5x^2 - 8x - 16$
- (29) $2x^3 + a^2x^2 + a^2x - 4a^3$ $\times$ $\times$ $x^3 - 3a^2x + 2a^3$
- $\times$ 除クハシ
- $\times$ 除クハシ

第二格

百二十二 此格ハ題シタル分數ヲ全式或ハ混式ニ化スル者

(1) 設如ハ $\frac{20}{\delta}$ 及ヒ $\frac{ax+y}{x}$ ノ混式ニ化セ

第一式 算 答

$$\frac{20}{\delta} = 6 \frac{2}{\delta}$$

第二式 算 答

$$\frac{ax+y}{x} = a + \frac{y}{x}$$

〔分 解〕 算數學ノ如ク分母ヲ以テ分子ヲ除クニ代數ニテハ除キ得タル商ト分數ノ間ニ同有ノ記号ヲ記スヘシ

(2) 設如ハ

式 算

$$\frac{x^2 - 6x + 14}{x^2 - 3x + 4}$$

$$= x + 3 + \frac{-x+2}{x^2-3x+4}$$

或ハ

$$= x + 3 - \frac{x-8}{x^2-3x+4}$$

ノ混式ニ化セ

〔分 解〕 上式ノ答ハ現標トニ下式ノ答ハ現標ト一ニ變シタルナリ故ニ分子各項ノ記号ヲ變シタルヲ了解スヘシ且全式ニ化スル例ハ容易ナレハ算ニ示サ

右例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法 第一〕 分母ヲ以テ分子ヲ除キ得ル商ハ全式ナリ

〔法第二〕 若シ残りアレハ其商ヲ全式ノ部分トシ此残りヲ分母ノ上ニ記シ固有ノ記号ヲ以テ結合スヘシ
 問。第二格ハ如何。(1)ノ例ヲ詳説セヨ。(2)ノ法第一ハ、法第二ハ

問題第四十三

(1) $\frac{30}{7}$ 及 $\frac{ax+y}{x}$ ヲ混式ニ化スヘシ

(2) $\frac{a^2+ab+b^2}{a}$ ヲ混式ニ化セ

(3) $\frac{12a^2+4a-30}{4a}$ ヲ混式ニ化セ

(4) $\frac{x^2+2xy+y^2+x}{x+y}$ ヲ混式ニ化セ

(5) $\frac{a^2+ac}{a+c}$ ヲ混式ニ化セ

(6) $\frac{x^2+x-4}{x+2}$ ヲ混式ニ化セ

(7) $\frac{a^3+ab^3}{a^2+2ax+x^2}$ ヲ混式ニ化セ

(8) $\frac{2y^4+19y^2+35}{y^3-3y^2+7y-21}$ = 混式ニ化セ

(9) $\frac{x^2+3x^2y+3xy^2+y^3}{x^2+y^2+2xy}$ ヲ全式ニ化セ

$$(10) \frac{x^5 - y^4}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(11) \frac{x^4y + xy^4}{x^2y - xy^2 + y^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(12) \frac{x^2 - 6xy + 9y^2 - m}{3cd} \quad \text{ヲ混式ニ化セ}$$

$$(13) \frac{x^3 + ax^2 - 3a^2x - 3a^3}{x - 2a} \quad \text{ヲ混式ニ化セ}$$

$$(14) \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 - x + 1} \quad \text{ヲ混式ニ化セ}$$

$$(15) \frac{(x^2 - 3xy + 6y^2)(x - 4y)}{(x - 3y)(x - 4y)} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(16) \frac{x^6 + y^6 - 2x^3y^3}{(x - y)^3} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(17) \frac{x^6 + y^6 + 2x^3y^3}{(x + y)^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(18) \frac{(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)(a - b)}{a^2 - 3ab + b^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(19) \frac{(x^3 - 9x^2y + 23xy^2 - 15y^3)(x - 7y)}{x^2 - 8xy + 7y^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(20) \frac{a^5 + a^4b^4 + b^5}{(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(21) \frac{a^3 - b^3 + a^2b^2(a^4 - b^4)}{(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

第三格

(百二十三) 此格ハ題シタル分數ヲ全式ノ形狀ニ化スル者
最低分數ハ前格ニ依テ全式ニ化スルヲ得スト雖負指
數ノ理ニ依テ全式ノ形狀ニテ頭スヲ得ヘシ即チ左
例ノ如シ

(1) 設ルハ $\frac{b}{a^2}$ ヲ全式ノ形狀ニ化スヘジ

$$\frac{1}{a^2} = a^{-2}$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = ba^{-2}$$

〔今解〕 (八十六) ニ依テ $\frac{b}{a^2} = \frac{b}{a^2}$ 然テ $\frac{1}{a^2}$ ハ素トノ如シ
倍セテ者ニ上式ノ如シ

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕

題レタル分數ニ公約法ヲレハ最低分數ニ
化シ其分母ヲ負指數ノ者ト為シテ其分子ニ乗スヘシ

(問) 此格ハ如何。例ヲ詳説セヨ。法ハ如何

問題第四十四

左ノ諸題ヲ全式ノ形狀ニ化セ

1) $\frac{a^2 b}{x^3}$

2) $\frac{3 a b}{x^2 y^4}$

3) $\frac{2 a^3}{7 b^4 c^3}$

4) $\frac{a^2 x^3 m^2}{4 a y z^2}$

5) $\frac{x-y}{x+y}$

6) $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$

7) $\frac{x^4 - 2x^2z^2 + z^4}{x^6 - z^4x^2}$

百二十四 本格ニ依テ正指數ヲ有ツ分母ヲ負指數ノ者ニ
 化スレハ其分子ニ乗スル一ヲ得ルユヘ負指數ヲ有ツ
 分母ヲ正指數ノ者ニ化スレハ其分子ニ乗スルヲ得ヘ
 シ又正指數ヲ有ツ分子ヲ負指數ノ者ニ化スレハ其分
 母ニ乗スルヲ得又負指數ヲ有ツ分子ヲ正指數ノ者ニ
 化スレハ其分母ニ乗スルヲ得ル理ハ(八十六)ニ依テ明
 カナリ今此解説ヲ一般ニ述レハ次ノ如シ
 指數ノ記号ヲ變スレハ分子ハ分母又分母ハ分子ニ
 移スヲ得ヘシ

(1) 設如ハ $\frac{a^2 b^4}{x^{-3}}$ ノ全式ノ形狀ニ化セ

式 案

$$x^{-3} = \frac{1}{x^3}$$

$$\therefore \frac{a^2 b^4}{x^{-3}} = a^2 b^4 x^3$$
 答

(2) 設如ハ $\frac{a^2 b^{-3}}{d^{-2} c^{-1}}$ ノ正指數ノ者ニ化セ

式 案

$$b^{-3} = \frac{1}{b^3}$$

$$\frac{1}{d^{-2} c^{-1}} = d^2 c$$

$$\therefore \frac{a^2 b^{-3}}{d^{-2} c^{-1}} = \frac{a^2 d^2 c}{b^3}$$
 答

問題第四十五

- (1) $\frac{a^2b^2}{x^2}$ 7 全式ニ化セ
- (2) $\frac{4a^2b^2}{x^2y-2}$ 7 全式ニ化セ
- (3) $\frac{a(m+n)}{(m-n)-1}$ 7 全式ニ化セ
- (4) $\frac{xy}{a^2b-1cd}$ 7 全式ニ化セ
- (5) $\frac{a^2b^2cd^2}{a^2b-3cd-1}$ 7 全式ニ化セ
- (6) $\frac{a^2b^2x-3y-4}{a^4b-2c-5d-1}$ 7 正指数ノ分數ニ化セ

第四格

百二十五 此格ハ題シタル混式ヲ分數ニ化スル者

- (1) 設如ハ $6\frac{2}{3}$ 及ヒ $a\frac{c}{b}$ 7 分數ニ化スヘシ

式 美

$$6\frac{2}{3} = \frac{6 \times 3 + 2}{3} = \frac{20}{3}$$

$$a + \frac{c}{b} = \frac{ab + c}{b}$$

【分解】 分母ヲ以テ全式ノ部ニ乗シ分子ヲ加ヘテ新分子トナス1算數學ノ如シ

(2) 設如ハ

$$x+y - \frac{x^3 + x^2y}{x^2 - xy + y^2}$$

ヲ分數ニ化スヘシ

式 集

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= x^3 + y^3$$

∴

$$x+y - \frac{x^3 + x^2y}{x^2 - xy + y^2}$$

$$\frac{x^3 + y^3 - x^3 - x^2y}{x^2 - xy + y^2}$$

$$\frac{y^3 - x^2y}{x^2 - xy + y^2} \quad \text{答}$$

此格ノ運算ハ算數學ト同理ナレハ更ニ解説セス

右例ニ依テ法ヲ述ブレハ次ノ如シ

法

分母ヲ以テ全式ノ部分ニ乗シ得ル積ニ分

子ヲ加ヘ(分數ノ現標十ナレハ)減シ(現標一ナレ

ハ)之ヲ分母ノ上ニ記スヘシ

(開)此格ハ如何。(1)例ヲ解説セヨ。(2)例ヲ○法ハ如何

問題第四十六

(1)

$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

ヲ分數ニ化セ

(2)

$$\frac{8}{9} - \frac{x^2 + 8y^2}{9}$$

ヲ分數ニ化セ

3) $y - 1 + \frac{1-y}{1+y}$

41. $a + \frac{ax}{a-x}$

5) $1 + \frac{c}{x-2}$

6) $1 + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

7) $x + y + \frac{x^2 + y^2}{x - y}$

$$8) \quad ab + cd + \frac{abc - c^2d - 2cd^2}{c + 2d}$$

9) $xy - ab - \frac{2xy^2 - 2ab^2}{x+y}$

10) $a^2 + ab + b^2 + \frac{b^2}{a-b}$

第五格

二十六(六)此格ハ題シタル諸分數ヲ通分母ヲ有シ諸分數ニ化スル者

題シタル諸分數ヲ通分母ノ者ニ化スルニハ諸分母ノ積即チ公倍數ヲ通分母ト爲シ各分子ニ他ノ諸分母ヲ乘シ各新分子ト爲スヘキ理ハ學者算數學ニ於テ了知スル処ナレハ爰ニ解説セス

(7) 設如ハ $\frac{a}{b}$. $\frac{c}{d}$. $\frac{e}{f}$.
通分母ノ者ニ化ス

シ、

諸分母ノ公倍数ヲ通分母ト爲シ $a = d_1$

式 集

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{adf}{bdf} \\ \frac{c}{d} &= \frac{bcf}{ddf} \\ \frac{e}{f} &= \frac{ecd}{ddf} \end{aligned} \right\}$$

ヲ乘シ $\frac{a}{b}$ ノ新分子ト為ス
此他推シテ知ルヘシ

(2) 設如ハ

$$\frac{x}{x+y} \quad \frac{y}{x-y} \quad x^2+y^2$$

ヲ通分母ノ者ニ化セ

分解

分母ヲ通分母ト為シ x^2+y^2 ト為シ $\frac{x}{x+y} = \frac{x(x+y)}{(x+y)^2}$ ノ公倍数

式 集

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{x+y} &= \frac{x(x-y)}{x^2-y^2} \\ \frac{y}{x-y} &= \frac{y(x+y)}{x^2-y^2} \\ \frac{x^2+y^2}{1} &= \frac{x^4-y^4}{x^2-y^2} \end{aligned} \right\}$$

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

[法]

各分子ニ他ノ諸分母ノ積ヲ乘シ新分子ト為スヘシ然テ諸分母ノ積ヲ通分母ト為スヘシ

(注意)

混式ハ始メニ分數ニ化スヘシ然テ全式ハ始メ

其分母ニノヲ記シ分數ノ形狀ニ為スヘシ
 (問) 此格ハ如何。(1) 例ヲ詳説セヨ。(2) 例ヲ〇法ハ如何
 〇注意ハ

問題第四十七

次ニ題シタル諸分數ヲ通分母ノ者ニ化スヘシ

1) $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}$

2) $\frac{3x}{2a}, \frac{2b}{3c}, d$

3) $\frac{a}{m^2}, \frac{bc}{mx}, \frac{m}{c}$

4) $\frac{3}{4}, \frac{2x}{3}, a + \frac{2x}{a}$

5) $\frac{a}{x-y}, \frac{m}{x+y}, \frac{z}{x^2+y^2}$

6) $\frac{y}{x}, \frac{a}{x+y}, \frac{b}{x-y}$

7) $a+b - \frac{2ab}{a+b}, x + \frac{x}{a-b}, \frac{y}{x}, a + \frac{c}{z}$

8) $\frac{a}{b}, \frac{x+1}{c}, \frac{y}{x+a}$

9) $a^2 + \frac{a}{y}, \frac{c}{ay}, \frac{1}{ax-1}$

10) $\frac{a-b}{a^2+2ab+b^2}, a-b - \frac{a^2}{a+b}$

$a^2-ab+b^2 - \frac{a^3}{a-b}$

第六格

百二十七題シタル諸分數ヲ最小通分母ヲ有ツ諸分數ニ化スル者

諸分數ヲ最小通分母ヲ有ツ者ニ化スルハ諸分母ノ最小公倍數ヲ求メ之ヲ最小通分母ト為シ各分母ヲ以テ之ヲ除キ得ル商ニ各分子ヲ乘シ各新分子ト為スヘキ理由ハ學者算數學ニ於テ明亮ナレハ幾ニ解説スス即チ左例ノ如シ

(1) 設如ハ

$$\frac{a}{a+b}$$

$$\frac{ab}{a^2-b^2}$$

$$\frac{ab^2}{a^2+b^2}$$

ヲ最小通分母ニ化セ

式 算

$$a^4 - b^4 \text{ --- 諸分母ノ公倍數}$$

$$(a^4 - b^4) \div (a+b) = (a^2 + b^2)(a-b)$$

$$(a^4 - b^4) \div (a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)$$

$$(a^4 - b^4) \div (a^2 + b^2) = (a^2 - b^2)$$

$$(a^2 + b^2)(a-b) \times a = a(a^2 + b^2)(a-b) \text{ 第一新分子}$$

$$(a^2 + b^2) \times ab = ab(a^2 + b^2) \text{ 第二新分子}$$

$$(a^2 - b^2) \times ab^2 = ab^2(a^2 - b^2) \text{ 第三新分子}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a(a^2 + b^2)(a-b)}{a^4 - b^4}$$

$$\frac{ab}{a^2 - b^2} = \frac{ab(a^2 + b^2)}{a^4 - b^4}$$

$$\frac{ab^2}{a^2 + b^2} = \frac{ab^2(a^2 - b^2)}{a^4 - b^4}$$

答

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

法第一 諸分母ノ最小公倍数ヲ求メ之ヲ最小通分母トス

法第二 選ンタル各分母ヲ以テ此最小通分母ヲ除キ此分母ニ相應スル各分子ヲ乘シ此積ヲ各新分子トス

注意 最初ニ各分數ヲ最低分數ニ化スヘシ又混式及全式ハ始メニ分數ニ化スヘシ

問 此格ハ如何。(1)例ノ詳説セキ。法第一ハ如何。法第二ハ如何。注意ハ

問題第四十八

左ニ題シタル諸分數ヲ最小通分母ニ化セ

$$1) \frac{3x}{4}, \frac{4}{6}, \frac{12x^2}{15}$$

$$2) a, \frac{3b^2}{4}, \frac{5c^3}{6}$$

$$3) \frac{m}{a^2}, \frac{c+m}{ac}, \frac{d}{ab}$$

$$4) \frac{x}{1-x}, \frac{x^2}{(1-x)^2}, \frac{x^3}{(1-x)^3}$$

$$5) 3bx, \frac{a}{a+x}, \frac{b}{a^2-x^2}$$

$$\frac{c}{x}$$

$$6) \frac{a+b}{3a^2}, \frac{a-b}{2ax^2}, \frac{a^2}{4cx}$$

$$7) \frac{c-d}{ab}, \frac{x}{a^2}, m.$$

$$8) \frac{5}{a^2-x^2}, \frac{6}{a^2+x^2}, \frac{7}{y}, 4$$

$$9) \frac{a}{x-y}, \frac{b}{x+y}, \frac{c}{x^2-y^2}$$

$$10) \frac{x}{x-1}, \frac{x^2}{x^2-1}, \frac{x^4}{x^4-1}$$

$$11) \frac{a-b}{ac}, \frac{a-b}{a(a+b)},$$

$$12) \frac{a}{b(1-m^2)}, \frac{a}{c(1-m)}$$

$$13) a+b - \frac{2ab}{a+b}, a^2+ab+b^2 + \frac{1}{a-b}$$

$$a + \frac{2ab}{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$$

第十七節

分數加算

(百二十八) 凡ノ諸分數ノ分數一個相等シケレハ其諸分數ヲ加ヘ得ル理由ハ學者算數學ニ於テ頭カナルヘシ今左ニ其例ヲ示ス

(1) 設如ハ $\frac{b}{a}$ ト $\frac{c}{a}$ ノ和ハ與許

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}$$

〔分鮮〕 此題ニ於テ $\frac{1}{a}$ ハ分數一個ヲ被ニ上式ノ如シ

題シタル諸分數異分母ナレハ最小通分母ニ化スレハ
分數一個相等シキユヘ加ヘ得ル理モ亦算數學ト異ナ
ルヲ無レハ爰ニ其理由ヲ解明セス即チ左例ノ如シ

(2) 設如ハ $\frac{2b-a}{x-b}$ ト $\frac{b-2a}{x+b}$ ト $\frac{3x(a-b)}{x^2-b^2}$ ノ和ハ幾許

x^2-b^2 諸分母ノ最小公倍数ナリ

$$\frac{2b-a}{x-b} + \frac{b-2a}{x+b} + \frac{3x(a-b)}{x^2-b^2}$$

$$\frac{(2b-a)(x+b)}{x^2-b^2} + \frac{(b-2a)(x-b)}{x^2-b^2} + \frac{3ax-3bx}{x^2-b^2}$$

$$\frac{2bx-ax+2b^2-ab+bx-2ax-x^2+2ab+3ax-3bx}{x^2-b^2}$$

$$\frac{b^2+ab}{x^2-b^2} = \frac{b(b+a)}{x^2-b^2}$$

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕第一 題シタル諸分數異分母ナレハ最小通分母ニ化スヘシ

〔法〕第二 諸分子ノ和ヲ最小通分母ノ上ニ記スヘシ

〔注意〕 題シタル數量混式ナレハ全式ト分數ト各別ニ加スヘシ或ハ最初ニ混式ヲ分數ニ化スヘシ〇和ハ最低分數ニ化スヘシ

$$5) \frac{1}{a+b}, \frac{1}{a-b}$$

$$6) \frac{x}{x+y}, \frac{y}{x-y}$$

$$10) \frac{12b-a}{35c}, \frac{3a-b}{7c}$$

$$11) \frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2},$$

$$12) \frac{2x}{1-x^2}, \frac{1}{x+1}$$

$$13) \frac{3a-5b}{4}, \frac{2a-b-c}{3}, \frac{a+b+c}{12}$$

$$14) \frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b},$$

$$15) \frac{1}{bc}, \frac{1}{ac}, \frac{1}{ab},$$

$$1) \frac{5a}{x^2}, \frac{3b}{x^2}, \frac{2c}{x^2}$$

$$2) \frac{2}{a^2b^3}, \frac{3}{a^3b^2}, \frac{4}{a^3b^3} \text{和}$$

$$3) \frac{2a}{3x}, \frac{a+2x}{4x}$$

$$\frac{a}{6x}$$

$$4) \frac{x}{y}, \frac{2}{xy}, \frac{y}{x}$$

$$5) \frac{a}{b}, \frac{a+b}{c},$$

$$6) \frac{a}{b}, \frac{ac}{b^2}, \frac{yz}{b^4}$$

$$7) \frac{x-2}{3}, \frac{4x}{7},$$

左、諸題、和ヲ求ムヘシ

問題第四十九

(問。 (1) 例ヲ詳説セヨ。 (2) シノ法第一ハ如何。 第二ハ如何。 注意ハ如何

$$23) \quad 2a + \frac{a+b}{b}, \quad 4a + \frac{2a-b}{4}$$

$$24) \quad \frac{x^2y - 3y^2}{5x^2}, \quad \frac{3x^4 + 8y^4}{5x^2y^2}$$

$$\frac{x^2y^2 - 6xy^2}{10y^3}$$

$$25) \quad \frac{a}{a+c}, \quad \frac{2c}{a-c}, \quad \frac{c}{a+c}$$

$$26) \quad \frac{a}{(1+a)(a+x)}, \quad \frac{x}{(1-x)(a+x)}$$

$$27) \quad 3a + \frac{a+x}{ax}, \quad b - 2a + \frac{b}{ax}$$

$$3a + 4b + \frac{1}{x},$$

$$16) \quad \frac{1}{x+y}, \quad \frac{2y}{x^2y^2}$$

$$17) \quad \frac{a}{a-b}, \quad \frac{a}{a+b}, \quad \frac{4a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$18) \quad \frac{x^2}{x^2-1}, \quad \frac{x}{x-1}, \quad \frac{x}{x+1}$$

$$19) \quad \frac{2}{(x-1)^2}, \quad \frac{3}{(x-1)^3}, \quad \frac{4}{x-1}$$

$$20) \quad \frac{6ab - 3b^2 - 12ac + 16bc}{12bc}$$

$$\frac{3a-4b}{3b}$$

$$21) \quad 2x, \quad 3x + \frac{3a}{5}, \quad x + \frac{2a}{9}$$

$$22) \quad 5x + \frac{x-2}{3}, \quad 4x + \frac{2x-3}{5x}$$

第十八節

分數減算

(百二十九) 凡ソ兩分數ノ分數一個相等ケレハ其一分數ヲ
 リ他ノ分數ヲ減シ得ル理ハ學者算數學ニ於テ明瞭ナ
 レハ爰ニ説明セス即チ左例ノ如シ

$$(1) \text{ 設如ハ } \frac{4a-b}{d} \text{ ヨリ } \frac{a-4b}{d} \text{ ヲ減スヘシ}$$

$$\begin{aligned} \frac{4a-b}{d} - \frac{a-4b}{d} &= \frac{4a-b-a+4b}{d} \\ &= \frac{3a+3b}{d} = \frac{3(a+b)}{d} \end{aligned}$$

〔分解〕 此題ニ於テ分數一個ハノ d ナリ故ニ右式ノ如

シ
 題シタル兩分數異分母上レハ最小通分母ニ化スル后
 前例ノ如ク運算スヘキ理モ學者算數學ニ於テ明瞭ナ
 レハ更ニ詳説セス左ノ二例ノ如シ

$$(1) \text{ 設如ハ } \frac{a+b}{a-b} \text{ ヨリ } \frac{a-b}{a+b} \text{ ヲ減スヘシ}$$

$$\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2} - \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$$

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{a^2 - b^2}$$

$$\frac{4ab}{a^2 - b^2}$$

(3) 設如ハ

$$\frac{x+1}{x^2-4x+3}$$

ヨリ

$$\frac{4x^2-3x+2}{4x^3-9x^2-15x+18}$$

ヲ減スハシ

式 算

$$(x-1)(x-3)(4x^2+3x-6) \dots \dots \dots \text{最公約数ナリ}$$

$$\frac{x+1}{x^2-4x+3} \quad \frac{4x^2-3x+2}{4x^3-9x^2-15x+18}$$

$$\frac{(x+1)(4x^2+3x-6)}{(x-1)(x-3)(4x^2+3x-6)} \quad \frac{(4x^2-3x+2)(x-1)}{(x-1)(x-3)(4x^2+3x-6)}$$

$$\frac{(x+1)(4x^2+3x-6)-(4x^2-3x+2)(x-1)}{(x-1)(x-3)(4x^2+3x-6)}$$

$$\frac{4x^3+7x^2-3x-6-4x^2+7x^2-3x+2}{(x-1)(x-3)(4x^2+3x-6)}$$

$$\frac{14x^2-8x-4}{(x-1)(x-3)(4x^2+3x-6)} = \frac{2(7x^2-4x-2)}{(x-1)(x-3)(4x^2+3x-6)}$$

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

[法]第一 題シタル兩分數異分母ナレハ最小通分母ニ化スヘシ

[法]第二 實ノ分子ヨリ法ノ分子ヲ減シ其差ヲ最小通分母ノ上ニ記スヘシ

[注意] 法實混式ナレハ全式ト分數ノ各別ニ運算シ或ハ最初ニ分數ニ化スヘシ。差ハ最低分數ニ化スヘシ

[問] (1) 例ヲ詳説セヨ。(2) 例ヲ○例ヲ○法第一ハ○法第二ハ○注意ハ

問題第五十

(1) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{4}$ ヨリ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{2}$ フ減スヘシ

(2) $\frac{2ab}{3} \div \frac{5ab}{2}$ ヨリ $\frac{2ab}{3} \times \frac{2}{5ab}$ フ減スヘシ

(3) $\frac{a+2x}{a-2x} \div \frac{a-2x}{a+2x}$ ヨリ $\frac{a+2x}{a-2x} \times \frac{a+2x}{a-2x}$ フ減スヘシ

(4) $4a + \frac{2a}{c} \div 2a - \frac{a-2a}{c}$ ヨリ $4a + \frac{2a}{c} - 2a + \frac{a-2a}{c}$ フ減スヘシ

(5) $\frac{5x+3y}{4} \div \frac{x-2y}{5}$ ヨリ $\frac{5x+3y}{4} \times \frac{5}{x-2y}$ フ減スヘシ

(6) $\frac{a}{a-x} \div \frac{x}{a+x}$ ヨリ $\frac{a}{a-x} \times \frac{a+x}{x}$ フ減スヘシ

(7) $\frac{x+y}{x-y} \div \frac{x-y}{x+y}$ ヨリ $\frac{x+y}{x-y} \times \frac{x+y}{x-y}$ フ減スヘシ

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.

$$(8) \quad a + \frac{a-x}{a(a+x)} = \frac{a+x}{a(a-x)} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(9) \quad 3x + \frac{11x^2-10}{75} = 2x + \frac{3x-5}{7} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(10) \quad \frac{1}{y-x} = \frac{1}{y^2-x^2} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(11) \quad \frac{1+a^2}{1-a^2} = \frac{1-a^2}{1+a^2} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(12) \quad x + \frac{x-y}{x^2+xy} = \frac{x+y}{x^2-xy} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(13) \quad 2a-2x + \frac{a-x}{a} = 2a-4x + \frac{x-a}{x} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(14) \quad \frac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2} = \frac{a-b}{a+b} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(15) \quad \frac{2x+1}{3x+2} = \frac{4x+5}{5x+4} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(16) \quad \frac{1+n^2}{1-n^2} = \frac{1-n^2}{1+n^2} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(17) \quad \frac{n-1}{n} = \frac{n}{n-1} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(18) \quad 3x + \frac{x}{x} = x - \frac{x-a}{c} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(19) \quad \frac{x^2+x-5}{2x^2-11x+12} = \frac{x^2+x-1}{2x^2+5x-12} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(20) \quad x^2-xy+y^2 = \frac{x^3}{x-y} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

$$(21) \quad \frac{a+c}{(a-b)(x-a)} = \frac{b+c}{(a-b)(x-b)} \quad \text{減} \times \sim \sim$$

百三十 差ニ加減ノ二法ヲ會ハニ例ヲ示ス

(1) 設如ハ $\frac{a}{a+b} + \frac{ab}{a^2-b^2} - \frac{a^2}{a^2+b^2}$ 値ハ幾許

a^4-b^4 最小の差

式 算

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a(a-b)(a^2+b^2)}{a^4-b^4} = \frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3}{a^4-b^4}$$

$$\frac{ab}{a^2-b^2} = \frac{ab(a^2+b^2)}{a^4-b^4} = \frac{a^3b+a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$\frac{a^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2(a^2+b^2)}{a^4-b^4} = \frac{a^4-a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$\frac{a}{a+b} + \frac{ab}{a^2-b^2} - \frac{a^2}{a^2+b^2}$$

$$= \frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3}{a^4-b^4} + \frac{a^3b+a^2b^2}{a^4-b^4} - \frac{a^4-a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$= \frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+a^3b+a^2b^2-a^4+a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$= \frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+a^3b+a^2b^2-a^4+a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$= \frac{2a^2b^2}{a^4-b^4}$$

(2) 設如 $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$

ノ値ハ幾許

此題ハ加算ノレ氏通常ノ加法ヲ用レハ運算ノ勞多キ
 ユヘ今記号ノ變化ニ依テ減算ヲ合用スルハ較簡易ナリ左
 ノ算式ト解説ヲ見ルヘ

此 *

$$\frac{b}{(b-c)(b-a)} = \frac{b}{(b-c)(a-b)} \quad \text{①}$$

$$(c-a)(c-b) = (a-c)(b-c) \dots \text{②}$$

$$\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)} \dots \text{③}$$

$$\frac{a(b-c)-b(a-c)+c(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$\frac{ab-ac-ab+bc+ac-bc}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 0 \dots \text{④}$$

右第二分數ノ分母ノ乘數一ノ第一分數ノ分母ハ乘數
 b a

a-b
 ト等スルハ分數公理記号ノ變化ニ依テ ①ノ如シ

次ニ第三分數ノ分母ノ乘數一ノ第二分數ノ分母ノ乘
 c b

數 $b-c$ ト等クスレハ乗算記号ノ變化ニ依テ (B) ノ如シ

故ニ本題ハ (C) ノ如クナラン

(C) ノ諸分母ノ最小公倍数ヲ求メ第一例ノ如ク運算ス
 ✓ハ本題ノ値ヲ得ル (D) ノ如シ

問題第五十一

$$(1) \frac{a}{a-x} + \frac{3a}{a+x} - \frac{2ax}{a^2-x^2} \text{ノ値ハ幾許}$$

$$(2) \frac{a-2b}{3c} - \frac{b-3c}{2a} - \frac{4ab+3bc}{6ac} \text{ノ値ハ幾許}$$

$$(3) \frac{a-b}{b} + \frac{2a}{a-b} - \frac{a^3+a^2b}{a^2b-b^3} \text{ノ値ハ幾許}$$

左ノ諸題ノ値ヲ求ムヘシ

$$4) \frac{3}{x} - \frac{5}{2x-1} - \frac{3x-7}{4x^2-1}$$

$$5) \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x+2} + \frac{2x}{(x+2)^2}$$

$$6) \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2-b^2}$$

$$7) \frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x} - \frac{a^3-x^3}{a^2+x^2}$$

$$8) \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x+3}$$

$$9) \frac{2}{x+4} - \frac{x-3}{x^2-4x+16} + \frac{x^2}{x^3+64}$$

$$10) \frac{1}{(x-3)(x-4)} - \frac{2}{(x-2)(x-4)} + \frac{1}{(x-2)(x-5)}$$

分數乘算

百三十一 分數乘算ハ分數公理ニ根據ス今乘算ノ二格ニ區テ解説スヘシ

第一格

百三十二 此格ハ全式ヲ以テ分數ニ乘スル者

(1) 設如ハ $\frac{b}{a} = c$ ヲ乘スヘシ

式 算

$$\frac{b}{a} \times c = \frac{bc}{a}$$

〔分算〕 上式分數公理値ノ變
化第一理ニ依テ運算ヲナス
者ナリ

$$11) \frac{1}{a-b} - \frac{4}{a-b} + \frac{6}{a} - \frac{4}{a+b} + \frac{1}{a+2b}$$

$$12) \frac{c}{(x-a)(a-b)} + \frac{c}{(x-b)(b-a)}$$

$$13) \frac{a}{(x-a)(a-b)} + \frac{b}{(x-b)(b-a)}$$

$$14) \frac{a^2}{(x-a)(a-b)} + \frac{b^2}{(x-b)(b-a)}$$

$$15) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)}$$

$$16) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$17) \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} - \frac{1}{abc}$$

(2) 設如ハ $\frac{2x}{3x^2}$ ニ x ヲ乗スヘシ

式 算

$$\frac{2x}{3x^2} \times x = \frac{2x}{3x^2 \div x} = \frac{2x}{3x}$$

分解 分數公理値ノ變化第二
理ニ依テ運算ス

右ノ二例ニ依テ常ニ次例ノ如ク互約ヲ用テ運算スル
ハ便宜ナルヲ知ルヘシ

(3) 設如ハ $\frac{4m^3x^2}{8m^4x^4}$ ヲ $\frac{a^2b}{8m^4x^4}$ ニ乗スヘシ

$$\frac{a^2b \times 4m^3x^2}{8m^4x^4} = \frac{a^2b}{mx}$$

右例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

法ヲ實ノ分子ニ乗シ分母子ヲ互約スヘシ

問。乗算ハ何ニ根據スルヤ。第一格ハ如何。(1) 例ヲ詳説セ。 (2) 法ハ如何。

問題第五十二

(1) $2a^4$ ヲ $\frac{c}{4ab^4}$ ニ乗スヘシ

(2) $\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \text{乗ス一シ}$

(3) $\frac{4a^2b^3c}{8a^2b^3c^4} = \text{乗ス一シ}$

(4) $\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2} = \text{乗ス一シ}$

(5) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{ax + by} = \text{乗ス一シ}$

(6) $\frac{x^2 + 1}{x^2 - x} = \text{乗ス一シ}$

(7) $\frac{a^2 - m^2}{a^2b + b^2m} = \text{乗ス一シ}$

(8) $\frac{x^3 + y^3}{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3} = \text{乗ス一シ}$

第二格

百三十三此格ハ分數ナリテ全式或ハ分數ニ乗スル者

(1) 設知ハ $a = \frac{c}{b}$ ナ乗ス一シ

式 算 $a \times \frac{c}{b} = \frac{c}{b} \times a = \frac{ac}{b}$ 積

或ハ $\frac{c}{b} = cb^{-1}$

∴

$a \times \frac{c}{b} = acb^{-1} = \frac{ac}{b}$ 積

〔不解〕 此上式ハ九ノ二
數ノ相乗ハ何レヲ法實
ルヲナシ積ニ依リ第一
格ヲ以テ運算ス下式ハ
化法第三ニ依テ法ニ全
式ニ化シ積ヲ分數ニ化
ス

(2) 設如ハ $\frac{y}{x}$ ナ $\frac{m}{z}$ ニ乗スヘシ

〔分〕 解 化法第三ニ依テ法實ヲ全式ニ化シ得ル積ヲ分數ニ化ス

$$\begin{aligned} \text{算式} \quad \frac{y}{x} \times \frac{m}{z} \\ = yx^{-1} \times mz^{-1} \\ = \frac{my}{xz} \end{aligned}$$

右例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕 第一 全式ト混式ハ最初ニ分數ニ化スヘシ

〔法〕 第二 分子ノ積ヲ新分子トシ分母ノ積ヲ新分母トシ新分母子ヲ互約スヘシ

〔問〕 此格ハ如何。(1) 例ヲ詳説セヨ。(2) 法第一ハ如何

何。法第一ハ

問題第五十三

左ノ諸題ノ積ヲ求ムヘシ

- 1) $\frac{3x^2y}{4a} \times \frac{2a^2b}{c}$
- 2) $\frac{7abf}{3cd} \times \frac{4x^2y^2}{3ab^2}$
- 3) $\frac{7x+6}{3} \times \frac{2x}{5}$
- 4) $\frac{2}{x-y} \times \frac{x^2-y^2}{a}$
- 5) $\frac{x^2-4}{3} \times \frac{4x}{x+2}$
- 6) $\frac{(a+b)^2}{2x} \times \frac{4x^2}{a+b}$
- 7) $\frac{(x-1)^2}{y^3} \times \frac{(x+1)y^2}{x-1}$

$$13) (x^4 - y^4) \times \frac{x+y}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$14) (x^2 - (a+c)x + ac) \times \frac{x+b}{x^2 - c^2}$$

$$15) (a + \frac{x}{b}) \times \frac{ab - y}{b}$$

$$16) (x + \frac{xy}{x-y})(y - \frac{xy}{x+y})$$

$$17) \frac{a^4 - x^4}{a^2 - b^2} \times \frac{a-b}{a^2 + x^2} \times \frac{a-b}{a-x} \times \frac{b}{a+x}$$

$$18) (x+1+\frac{1}{x})(x-1+\frac{1}{x})$$

$$19) \frac{x^2 - b^2}{bc} \times \frac{x^2 + b^2}{b+c} \times \frac{bc}{x-b} \times \frac{x+b}{x^4 - b^4}$$

$$8) \frac{x(a-x)}{a^2 + 2ax + x^2} \times \frac{a(a+x)}{a^2 - 2ax + x^2}$$

$$9) \frac{a^3 - x^3}{a^3 + x^3} \times \frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2} \times \frac{a-x}{a+x}$$

$$\times \frac{a^2 - ax + x^2}{a^2 + ax + x^2}$$

$$10) \frac{x^2 y^2}{x} \times \frac{x}{x+y} \times \frac{a}{x-y}$$

$$11) \frac{4a^2 - 16b^2}{a - 2b} \times \frac{5b}{8a^2 + 8ab + 32b^2}$$

$$12) \frac{c(a-c)}{a^2 + 2ac + c^2} \times \frac{c(a+c)}{a^2 - 2ac + c^2} \times \frac{a^2 - c^2}{ac^2 x}$$

百三十四 乗・加減，合用する問題，運算する例，示す

例

$$(1) \text{ 設如 } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 = \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 1$$

式 算

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 = \frac{a^2 + b^2 + ab}{ab} = \frac{a^2 + (b^2 + ab)}{ab}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 1 = \frac{a^2 - b^2 - ab}{ab} = \frac{a^2 - (b^2 + ab)}{ab}$$

$$\therefore \frac{a^2 + (b^2 + ab)}{ab} \times \frac{a^2 - (b^2 + ab)}{ab} = \frac{a^4 - (b^2 + ab)^2}{a^2 b^2}$$

$$= \frac{a^4 - b^4 - 2ab^3 - a^2 b^2}{a^2 b^2} \quad \text{積}$$

$$(2) \text{ 設如 } \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}$$

式 算

$$\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a^2 + ab + ab - b^2}{a^2 - b^2}$$

$$= \frac{(a-b)^2}{a^2 - b^2} - \frac{a-b}{a+b}$$

$$\frac{a}{a-b} \cdot \frac{b}{a+b} = \frac{a^2+ab-ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

$$\therefore \frac{a-b}{a+b} \times \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}$$

問題第五十四

左ノ諸題ノ値ヲ求ム

- (1) $(x - \frac{y^2}{x})(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})$ $\S (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$
- (2) $(x^2 + x + 1)(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + 1)$ $\S (m + \frac{1}{m} - 1)(m + \frac{1}{m} + 1)$
- (3) $\frac{ax}{x+a} \times (\frac{x}{a} - \frac{a}{x})$ $\S \frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \times (\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y})$

- (7) $(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b})(\frac{a}{a+c} - \frac{b}{b+c})$
- (8) $(\frac{a}{bc} - \frac{b}{ac} - \frac{c}{ab} - \frac{2}{a})(1 - \frac{bc}{a+b+c})$
- (9) $(\frac{x^2}{a^2} + \frac{a^2}{x^2} - \frac{x}{a} - \frac{a}{x} + 1)(\frac{x}{a} - \frac{a}{x})$
- (10) $(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} + \frac{y}{b} - \frac{b}{y})(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} - \frac{y}{b} + \frac{b}{y})$
- (11) $(\frac{x^4}{a^4} - \frac{a^4}{x^4})(\frac{x}{a} - \frac{a}{x})$
- (12) $(\frac{x^3}{y^3} - \frac{1}{x})(\frac{x}{y^2} + \frac{1}{y} + x)$
- (13) $\frac{x^2+(a+c)x+ac}{x^2+(b+c)x+bc} \times (\frac{x}{x+b} + \frac{b}{x-b})$

第二十節

分數除算

百三十五 分數除算ハ分數公理ニ根據ス

第一格

百三十六 此格ハ全式ヲ以テ分數ヲ除ク者

(1) 設如ハCヲ以テ $\frac{ac}{b}$ ヲ除クヘシ

$$\begin{aligned} \text{式} \quad & \frac{ac}{b} \div c \\ &= \frac{ac \div c}{b} \\ &= \frac{a}{b} \text{商} \end{aligned}$$

〔分解〕 分數公理値ノ變化第一理ニ依テ運算ス

(2) 設如ハCヲ以テ $\frac{ac}{x}$ ヲ除クヘシ

$$\begin{aligned} \text{式} \quad & \frac{ac}{x} \div c \\ &= \frac{ac}{x \times c} \\ &= \frac{a}{x} \end{aligned}$$

〔分解〕 分數公理値ノ變化第二理ニ依テ運算ス

此二例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕 法ヲ以テ分子ヲ除キ或ハ分母ニ乗スヘシ

〔問除算ハ何ニ根據スルヤ。〕 (1) 例ヲ詳説セヨ。 (2) 法ハ如何

問題第五十五

- (1) $\frac{ab^2}{ab} \div \frac{ab^2}{ab} = \frac{ab^2}{ab} \div \frac{ab^2}{ab} = 1$ 除クハシ
- (2) $\frac{8x^3y^2}{x+y} \div \frac{4x^3y^2}{x+y} = \frac{8x^3y^2}{x+y} \div \frac{4x^3y^2}{x+y} = 2$ 除クハシ
- (3) $\frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x^2-y^2}{x+y} = \frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x^2-y^2}{x+y} = 1$ 除クハシ
- (4) $\frac{x^3+y^3}{x^2+2xy+y^2} \div \frac{x^3+y^3}{x^2+2xy+y^2} = \frac{x^3+y^3}{x^2+2xy+y^2} \div \frac{x^3+y^3}{x^2+2xy+y^2} = 1$ 除クハシ
- (5) $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^4-b^4}{a^2+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = a^2-b^2$ 除クハシ
- (6) $\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a-b} \div \frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a-b} = \frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a-b} \div \frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a-b} = 1$ 除クハシ
- (7) $\frac{x^2+y^2}{abc} \div \frac{x^2+y^2}{abc} = \frac{x^2+y^2}{abc} \div \frac{x^2+y^2}{abc} = 1$ 除クハシ

第二格

百三十七 此格ハ分数ヲ以テ全式或ハ分数ヲ除ク者

(7) 設如ハ $\frac{b}{a}$ ヲ以テ m ヲ除クハシ

式美

$$\frac{b}{a} = ba^{-1}$$

$$\therefore m \div \frac{b}{a} = m \div ba^{-1}$$

$$= \frac{m}{ba^{-1}}$$

$$= \frac{am}{b}$$

〔分解〕 化法第三ニ依テ法ヲ全式ニ化シ商ヲ分数ニ化ス

(8) 設如ハ $\frac{b}{a}$ ヲ以テ $\frac{d}{c}$ ヲ除クハシ

〔分解〕 右上式ハ化法第三ニ依テ法實ヲ全式ニ化シ

式 算

$$\frac{d}{c} = dc^{-1}$$

$$\frac{b}{a} = ba^{-1}$$

$$\therefore \frac{d}{c} \div \frac{b}{a} = dc^{-1} \div ba^{-1}$$

$$= \frac{dc^{-1}}{ba^{-1}} = \frac{ad}{bc}$$

商

或

$$\frac{d}{c} \div \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \times \frac{a}{b} = \frac{ad}{bc}$$

商

前ノ分數ニ化ス此運算ニ依テ下式ノ如クナスベキヲ知ル

此二例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法第一〕 全式ト混式ハ分數ニ化スヘシ

〔法第二〕 法ノ分母子ヲ倒置シテ實ニ乘スヘシ

〔問〕 第二格ハ如何。(1)例ヲ詳説セヨ。(2)ヲ○法第一ハ○法第二ハ

問題第五十五

(1) $\frac{3x^2y^2z^4}{3x^2y^2z^4} \div \frac{3x^2y^2z^4}{70ab}$ ニテ除クハシ

(2) $\frac{x}{1-a} \div \frac{a}{b}$ ニテ除クハシ

(3) $\frac{3a^2}{a^2-b^2} \div \frac{a}{a+b}$ ニテ除クハシ

(4) $\frac{3x}{2x-2} \div \frac{2x}{x-1}$ ニテ除クハシ

(5) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \div \frac{x+y}{(x-y)^2}$ ニテ除クハシ

(6) $x + \frac{x}{x-1} \div \frac{x^2-2x}{x-1}$ ニテ除クハシ

$$(7) \quad \frac{x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3}{x+a} = \frac{a^3 - a}{x+a} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(8) \quad \frac{x^4 + 4x^3}{x^2 + 4x + 4} = \frac{x^2 - 4}{x^2 - a^2 + b^2} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(9) \quad \frac{2ax + x^2}{c^2 - x^2} = \frac{x}{c-x} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(10) \quad \frac{x^2 - 9}{x^2 + 4x + 4} = \frac{x+3}{x+2} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(11) \quad \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} = \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(12) \quad \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 6x + 9} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x + 1} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(13) \quad \frac{a^2 + b^2 + 2ab - c^2}{c^2 - a^2 - b^2 + 2ab} = \frac{a+b+c}{b+c-a} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

(百三十八) 差ニ加減 合用スル除算即チ集合分數運算ノ

二例ヲ示スハシ

$$(1) \quad \text{設如ハ} \quad \frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \quad \text{ニテ除ク}$$

式 集

$$\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2} \quad (A)$$

$$\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{4ab}{a^2 - b^2} \quad (B)$$

$$\therefore \frac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2} \times \frac{a^2 - b^2}{4ab} = \frac{a^2 + b^2}{2ab} \quad *$$

右算式ノ順序ニ依テ此法實ヲ分數ノ形狀即チ集合分數ト爲シ法實ノ分母ノ最小公倍数ヲ以テ此分母子ニ乘スレハ簡易ニ答ヲ得ヘシ

$$\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{\cancel{a+b} + \frac{a-b}{a+b}}{\cancel{a-b} + \frac{a-b}{a+b}} = \frac{\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}\right)(a^2-b^2)}{(a-b)^2 - (a-b)^2} = \frac{\frac{a^2+b^2}{a-b} + \frac{a^2-b^2}{a+b}}{4ab} = \frac{a^2+b^2}{4ab}$$

右兩式ヲ比較スルニ此第三等標ノ右邊ト前算式中④式ノ第一等標ノ右邊ヲ以テ除算ヲ施ス者ト順次

ニ同形ナルヲ以テ此前後兩式ノ運算同理トルヲ知ルヘシ

(B) 設如ハ $\frac{1}{x} + \frac{1}{xy^3}$ ヲ $y + \frac{1}{y} - 1$ ニテ除ノヘシ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{xy^3} = \frac{y^3+1}{xy^3}$$

$$y + \frac{1}{y} - 1 = \frac{y^2+1-y}{y}$$

$$\therefore \frac{y^3+1}{xy^3} \times \frac{y}{y^2+1-y} = \frac{y^3+1}{xy^2(y^2-y+1)} = \frac{y+1}{xy^2}$$

1+

右式ノ順序ニ依テ次ノ如ク分數ノ形林ト爲シ法實
ノ分母ノ最小公倍数ヲ此分母子ニ乘スレハ簡易ナル
ヲ知ルヘシ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{xy^3} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{xy^3} \right) xy^3$$

$$y + \frac{1}{y} - 1 = \left(y + \frac{1}{y} - 1 \right) xy^3$$

$$\frac{y^3+1}{y^3+1} = \frac{y^3+1}{xy^3(y^2-y+1)}$$

$$\frac{y+1}{xy^2} \star$$

右二例ニ依テ集合分數ヲ單一ノ形象ニ化スルニハ
其分母子ニ在ル分母ノ最小公倍数ヲ以テ其分
子ニ乘スヘシ

又是ニ分數式中ニ在ル文字ノ値ヲ置換シテ其式ノ値
ヲ求ムル例ヲ示スヘシ

(7) 設如ハ $x = \frac{ab}{a+b}$ ノ時 $\frac{2x-a}{2x-b} = \frac{a-x}{b-x}$ ノ値ハ

幾許

試 算

$$2x-a = \frac{2ab}{a+b} - a = \frac{2ab-a(a+b)}{a+b} = \frac{ab-a^2}{a+b}$$

分母を最小公倍数にそろえる

分子も

$$2x-b = \frac{2ab}{a+b} - b = \frac{2ab-b(a+b)}{a+b} = \frac{ab-b^2}{a+b}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2x-a}{2x-b} &= \frac{-ab-a^2}{a+b} \times \frac{a+b}{ab-b^2} = \frac{-ab-a^2}{ab-b^2} \\ &= -\frac{a(b-a)}{b(a-b)} = -\frac{a}{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a-x &= a - \frac{ab}{a+b} = \frac{a(a+b)-ab}{a+b} = \frac{a^2}{a+b} \\ b-x &= b - \frac{ab}{a+b} = \frac{b(a+b)-ab}{a+b} = \frac{b^2}{a+b} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a-x}{b-x} = \frac{a^2}{a+b} \times \frac{a+b}{b^2} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\therefore \frac{2x-a}{2x-b} = -\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^2} = -\frac{a}{b} \left(1 + \frac{a}{b}\right)$$

$$= -\frac{a}{b^2}(b-a) *$$

問題第五十六

左ノ諸題ノ値ヲ求ムハシ

$$(1) \left(3x^2 - \frac{1}{3}\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right) \quad (2) \left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right) : \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

(1)ヨリ(2)迄ノハハシノ誤リ

(16)

$$x = \frac{a^2}{x-2}$$

、時

$$\frac{x-a}{b} - \frac{x-b}{a}$$

、値ハ幾許

(17)

$$x = \frac{ab}{a+b}$$

、時

$$\frac{a-x}{b-x}$$

、値ハ幾許

(18)

$$\frac{\frac{3x}{2} + \frac{x-1}{3}}{\frac{13}{6}(x+1) - \frac{x}{3} - 2\frac{1}{2}}$$

(19)

$$\frac{x+1 + \frac{6}{x-b}}{x-2 + \frac{3}{x-b}}$$

(14)

$$\frac{3}{x+1} - \frac{2x-1}{x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}$$

$$4) \left(\frac{x^4}{a^4} - \frac{a^4}{x^4} \right) : \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} \right)$$

$$5) \left(\frac{x^3}{a} - 8a + \frac{12a^2}{x^2} \right) : \left(x - \frac{2a^2}{x} \right)$$

$$6) \left(\frac{x^3}{y^3} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$$

$$7) \left(\frac{x^2}{a^2} + 1 + \frac{a^2}{x^2} \right) : \left(\frac{x}{a} - 1 + \frac{a}{x} \right)$$

(10)

$$\frac{1 - \frac{3}{a}}{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

(11)

$$\frac{5c + \frac{a-b}{2x}}{5c - \frac{a-b}{2x}}$$

(8)

$$\frac{a + \frac{m}{n}}{b - \frac{c}{d}}$$

(9)

$$\frac{a + \frac{a}{b}}{b}$$

(17) $x = \frac{a^2(b-a)}{b(b+a)}$ 、時 $\frac{x}{a} + \frac{x}{b-a} - \frac{a}{a+b}$ 、値ハ幾

許

(18) $y = \frac{3x}{4}$ 、時 $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{y^2}{x^2-y^2}$ 、値ハ幾

許

復習問題 甲部

(1) $x = \frac{2}{3}, y = \frac{2}{3}$ 、時 $\frac{ax^2+by^2}{a+b}$ 、値ハ幾許

(2) $(a+b)(b+c-a)(c+a-b) = a(b^2+c^2-a^2) + b(c^2+a^2 - b^2)$ ナルヲ示セ

(3) $x^4 - x^2y^2 + y^4$ ノ値ヲ變スルヲナク $(x+y)(x-y)$ ノ分母ヲ有ツ分數ニ化セ

(4) $m^2n^2 + x^2y^2$ ノ二項式ト多項式ノ兩乘數ニ分ツヘシ

(5) $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1, x^4 - 1$ ノ最大公約法及最小公倍數ヲ求ムヘシ

$$(6) \frac{(a+a)^2-(b+c)^2}{(a+b)^2-(a+c)^2} \quad \text{最低分数ニ化セ}$$

$$(7) \frac{1}{x^2-(a+b)x+ab} \cdot \frac{1}{x^2-(a+c)x+ac} \cdot \frac{1}{x^2-(b+c)x+bc}$$

ノ最小通分母ニ化セ

$$(8) (b+a)(ab+b^2+a^2)(b^2-ab+a^2)(a-b) \quad \text{積ハ幾許}$$

$$(9) (x+\frac{y}{2})^2+(x+\frac{y}{2})^2y+(x+\frac{y}{2})^2y^2-\{3x\frac{y}{2}+5y^2x+2y^3\}$$

値ハ幾許

$$(10) \left(\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}+\frac{x-1}{x^2+1}\right)-\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2+1}\right) \quad \text{値ハ幾許}$$

$$(11) (a-b)(x-a)(x-b)+(b-c)(x-b)(x-c)+(c-a)(x-c)$$

$$(x-a)=(a-b)(b-c)(a-c) \quad \text{ナルヲ證ス}$$

$$(12) \frac{x^2-3x+1}{x^2-5x+6} \times \frac{x^2-4x+4}{x^2-4x+3} \times \frac{x^2-6x+9}{x^2-3x+2} \quad \text{ハ幾許}$$

$$(13) \frac{a+\frac{b}{ac}+\frac{c}{ab}}{\frac{bc}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}} \quad \text{ノ單一ノ形ニ化セ}$$

$$(14) \text{卷之二除算第三格ニ依テ左ノ商ヲ求ム}$$

$$\left(\frac{x^3}{8}-\frac{14x^2}{86}+\frac{xc}{8}-\frac{1}{8}\right) \div \left(\frac{1x}{8}-\frac{1}{2}\right)$$

$$(15) a^4+b^4-2(a^2b^2-b^2c^2+a^2c^2)=(a^2-b^2)(a^2-b^2-c^2)$$

ナルヲ證ス

$$(76) \quad \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{a-b-c} \times \frac{c+b-a}{(c-b-a)(b-c-a)} \quad , \quad \text{積、幾許}$$

$$(77) \quad \frac{x^2-(a+b)x+ab}{1} + \frac{x^2-(a+c)x+ac}{1} + \frac{x^2-(b+c)x+bc}{1}$$

、値、幾許

$$(78) \quad \frac{(a^2-a^2b^2+b^4)(a+b)}{a^2+a.b+b^2} = a^2+b^2 + \dots \text{示セ}$$

$$(79) \quad \frac{x^{m-1}y^{2n}}{x^{2m}y^{n+1}} \quad , \quad \text{最低分数ニ化ス}$$

$$(80) \quad \frac{x^{4m}+a^2x^m+b-baxx}{x-a} \quad , \quad \text{商、五項迄求ムニシ}$$

$$(81) \quad \frac{a-b^2-c^2}{a-b-b^2-c^2} \quad , \quad \text{正指數ノ式ニ化ス}$$

$$(82) \quad \text{(百三) = 依テ左ノ二式ノ最大公約法ヲ求ヨ}$$

$$x^2+7x^2+17x+15, \quad x^2+8x^2+19x+15$$

$$(83) \quad \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad , \quad \text{和ハ}$$

幾許

$$(84) \quad 3ab^2/n, 27b^2m+c^2m, 9ab^2n-1c^{m-1} \quad , \quad \text{最小公}$$

倍數ヲ求ムノシ

$$(85) \quad x^2-5x+6 \text{ヲ以テ } (x^2-3x+2)(x-3) \text{ノ除キタル商}$$

、幾許

(26) $a-b$ の時 $\frac{a+1}{b} - 2 + \frac{b-1}{a}$ の値ハ幾許
 $\frac{a-1}{b} - 2 + \frac{b+1}{a}$

(27) 左式ノ商ヲ(14)ノ如ク求ムハシ

$(x^4 - \frac{19}{8} a^2 x^2 + \frac{a^3 x}{8} + \frac{a^4}{8}) \div (x^2 - 2ax + \frac{a^2}{2})$

(28) $x - cy$ ヲ以テ $x^3 - (a+c)x^2 y + (b+ac)x y^2 - bcy^3$
 ノ除クハシ

(29) $\frac{a^2 m^2 - 2m^2 c - 1}{a - (m+2)b - (m+3)c}$ ヲ全式ニ化セ

(30) $x = \frac{ab}{a+b}$ ノ時 $\frac{x+2a}{2b-x} + \frac{x-2a}{2b+x} - \frac{4ab}{4b^2-x^2}$ ノ値ハ幾許

(31) $x^6 - 3x^5 + 6x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 3x + 1 - x^6 - x^5 + 2x^4 - x^3 + 1$ ノ最大公約法ヲ求ムハシ

(32) $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a^2-b^2) - (a-b)^2}$ ノ値ヲ求ムハシ
 此集ヲ以テ

(33) $\frac{x-a}{(x-b)(x-c)}$ ノ値ハ幾何
 $\frac{x}{x+a}$

(34) $\frac{x^2 - x^2 - y^3 + 2xy}{x^3 + y^3 + 2x^2 + 3y^2 x + 3y^2 z^2}$ ノ最低分数ニ化セ

(35) $a-x, b=x$ ノ時ノ左式ノ値ヲ求ムハシ

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right) \div \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \right)$$

$$(36) \quad x^{2m} + x^{2n} - 2x^m x^n + \frac{x^{4m} + x^{4n} - 2x^{2m} x^{2n}}{2x^m x^n + x^{2m} + x^{2n}}$$

分數ニ化セ

$$(37) \quad \text{卷之一 本章ノ以テ} \left(\frac{3x^3}{2} - 5x^2 + \frac{x}{4} + 9 \right) \left(\frac{x^2}{2} - x + 3 \right)$$

ノ積ヲ求ム

$$(38) \quad (a^m + b^m + c^m)(a^n + b^m + c^n) \text{ノ値ノ幾何}$$

$$(39) \quad \frac{x^m + c}{x^{2m} - (a+b)x^m + ab} + \frac{x^m + b}{x^{2m} - (a+c)x^m + ac}$$

$$\frac{x^m + a}{x^{2m} - (b+c)x^m + bc} \text{ノ和ノ幾許}$$

復習問題乙部

$$(1) \quad x^5 + ax^4 + a^2x^3 + a^3x^2 + a^4x + a^5 + x^5 - ax^4 + a^2x^3 - a^3x^2 + a^4x - a^5 \text{ノ最小公倍数ヲセム}$$

$$(2) \quad a^5 + 3a^2x + 7ax^2 + 3x^3 + a^5 + 3a^2x - ax^2 - 3x^3 + a^5 + a^2x - 3ax^2 + 3x^3 \text{ノ最大公約法ノ幾何}$$

$$(3) \quad (x^9 - 1) \div (x - 1) = x^{9(9-1)} + x^{9(9-2)} + x^{9(9-3)} + \dots + x^{9 \cdot 8} + x^{9 \cdot 7} + \dots + 1$$

$$(4) \quad (a+b)(x+a) + x + b(x^3+a^3) + a.x(x^3-a^3) + a^3$$

$(x+a)$ ヲ除クノミ

$$(5) \frac{1}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)(x-b)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)(x-c)}$$

ノ値ハ幾許

$$(6) x = \frac{a+1}{a.b+1}, y = \frac{a.b+a}{a.b+1} \quad \text{時} \quad \frac{x+y-1}{x-y+1}$$

値ヲ求ムル

$$(7) \frac{a^m}{(a+b)^n} + \frac{a^{m-2}b^2}{(a+b)^{n-1}} + \frac{a^{m-3}b^3}{(a+b)^{n-2}} \quad \text{ノ値ハ幾許}$$

$$(8) \frac{x^6-x^{-2}-(x^{-6}+x^2)}{x^3+a-(x^{-3}+x^{-1})} \quad \text{ヲ最底分数ニ化ス}$$

$$(9) (x^n+y^m)(x^{4n}-x^{3n}y^m+x^{2n}y^{2m}-x^{n^2}y^{3m}+y^{4m})$$

ノ積ハ幾許

$$(10) (x^{5m}-2a^2x^{4m}+2a^4x^{2m}-4a^6)(x^{3m}-ax^{2m}+a^2x^m-a^3)(x^m+a)-(x^{6m}+a^6)(x^{2m}-a^2)^2$$

1ヲ證スベシ

$$(11) a^2b-a^2b^2-ab+a-b=(a-b)\left\{(a.b+1)-\frac{a.b}{a-b}\right\}$$

ヲ2ツノ證スベシ

$$(12) \left(1 + \frac{x}{1+x+\frac{2x^2}{1-x}}\right) \left(1 - \frac{1}{1+\frac{1}{x}}\right) \quad \text{ノ値ハ幾許}$$

$$(13) \quad \frac{a^{2n}+b^{2n}}{a^n-b^n} + \frac{a^{2n}-b^{2n}}{a^n+b^n} = \frac{a^{2n}-b^{2n}}{a^n+b^n} + \frac{a^{2n}+b^{2n}}{a^n-b^n}$$

$$\frac{a^{2n}+b^{2n}}{a^n-b^n} - \frac{a^{2n}-b^{2n}}{a^n+b^n} = \frac{a^{2n}-b^{2n}}{a^n+b^n} + \frac{a^{2n}+b^{2n}}{a^n-b^n}$$

$$(14) \quad (2x^2y^2+1)(y^2-x^2) = y^2y^2(y^2+1) - x^2x^2$$

$$(x^2-1)^2 + (x^2+y^2)^2 + 2xy^2 =$$

$$(15) \quad (b-1)(a+1) + (b+1)(a-1) - (a-1)(b-1)(b+1) - (a-1)(b-1)(a+1)$$

$$\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{2(a^2-2+b^2)} \quad \text{ナリト其證ヲ示セ}$$

代數學教授書卷之三畢

K110,41
11

明治十一年五月三十一日出板御届
同 十二年四月十五日納本

定價四十五錢

愛媛縣士族

譯者出板人

中條澄清

大阪府南區北桃谷町

二十四番地寄前

發兌書肆

鳩居堂

神戸相生橋東邊

大阪心齋橋南一丁目

松村九兵衛

諸國弘

東京大傳馬町二丁目

東生龜次郎

通書林

西京寺町通四條上ル

田中治兵衛

175
2
60

目 概 四 之

| | | | | | |
|--|--|---|--|--|----------------|
| ○第一章
自第百三十一
九款到第百
九款
諸方程式命名
諸方程式化法
第一丁 | ○第二章
自第百五十一
六款到第百五
六款
一元一次方
程式解法
第九丁 | ○第三章
自第百五十一
七款到第百五
十九款
一元一次方
程式諸題解法
第十丁 | ○第四章
第百
六十一
一元一次方
程式解法續
第四十八丁 | ○第五章
第百
六十一
一元一次方
程式諸題解法續
第五十八丁 | ○復習雜題
第六十三丁 |
|--|--|---|--|--|----------------|

館藏圖書教育教本日大

| | | |
|---|----|----|
| 四 | 二架 | 五册 |
|---|----|----|

第四百六十四號
共四册

中條
澄清
譯述

代數學教授書 第四