

上野繼光編纂
幾何精要

三ノ下

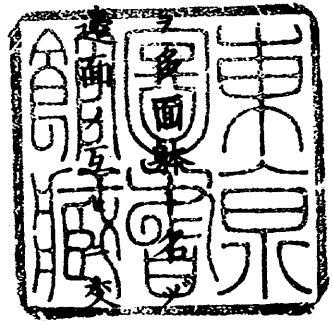
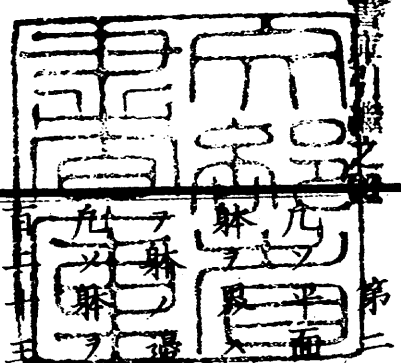
館藏書		
四	175	2
七册	二號	59
	一	架

第二千二百九十九號
共七冊

幾何精要卷之三下

多面体ヲ論ズ

第二十七界説



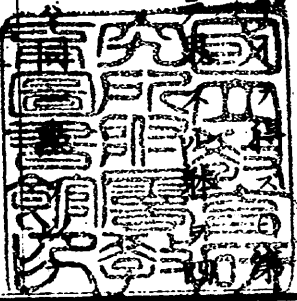
ク而テ
ハル所

面ヲ以テテ部所並
ル面ニ邊面ト名
フ所ト名ツク
面ノ如キ ASB
ASC BSC ABC
四面ヲ以
テ四面ヨリ少
ク而テハル所

面体又三角錐体ト名ツク

凡ソ一邊面ハ多邊形ニシテ他ノ邊面

幾何精要



頂點トシタル三角形ナル多面體ヲ錐體ト名ヅク而テ
多邊形ノ邊面ヲ錐體ノ底面ト名ヅク又三角形ノ通ジ
テ用ユル一點ヲ錐體ノ頂點ト名ヅク○錐體ハ底面ノ
邊數ニ從ツテ三角錐體四角錐體五角錐體等ト名ヅク

○第百二十四圖ノ如ク

$SABCDE$ ハ五角錐體ナリ則チ底面
 $ABCDE$

ハ五邊形ニシテ ASB BSC CSA ASD DSB SDC ESA 三角形ノ通ジテ用ユル頂
點 S ハ亦錐體ノ頂點ナリ○故ニ四面體ハ正サニ三角
形ヲ底面トシタル錐體ナリ

第百二十七題

第百二十三圖ノ如ク

$SABC$ 及 $SACB$ 兩三角錐體アリ其三面

角 S 及 S' 等形等積ノ三角形 ASB ASB' 又 ASC ASC' 又 BSC BSC' ヲ以
テ同法ニ集合シタルハ此兩形等形等積ナリ

SAB SAC 邊面 SAB SAC 邊面ト互ヒニ等形等積ニシテ此二面ノ
成ス所ノ二面角互ヒニ相等シキハ此二形等形等積
ナリ

一形ノ一邊面 ABC 他形ノ一邊面 $A'B'C'$ ト等形等積ニシテ此
一邊面ト他ノ三邊面ト成ス所ノ二面角兩形互ヒニ相
等シキハ此二形等形等積ナリ

論云前題ニ於テ頂點ヲ周グツタル角等シキヲ以テ

S 點ニ交ハル邊面互ヒニ成ス所ノ二面角ノ準角兩形互ヒニ相等シキヲ知ル 第二百二十四題 ○故ニ等形等積ナル ASB 及ビ ASB ヲ互ヒニ相覆標スル寸ハ他ノ邊面モ亦互ヒニ相覆標ス

次題ニ於テ ASB 邊面ヲ將テ ASB 邊面上ニ置ク寸ハ二面角互ヒニ相等シキガ故ニ SAC ハ SAC ト相覆標ス而テ已デニ此二面ハ互ヒニ等形等積ナルガ故ニ他ノ諸部悉ク相合ス

後題ニ於テ ABC 及ビ ABC 三角形ハ等形等積ナルガ故ニ互ヒニ相標スル寸ハ此面ト他ノ面ト成ス所ノ二面

角各々互ヒニ相等シキガ故ニ他ノ面モ亦各々互ヒニ相覆標シテ他ノ諸部悉ク相合ス

第二十八題說

兩多面體ニ於テ相當邊面互ヒニ等形ニシテ又同數ヲ以テ互ヒニ同法ニ集合シ且ツ相當二面角互ヒニ相等シキ寸ハ此二體ヲ等形ト云フ ○三角錐體ノ如キハ他ノ法ヲ以テ等形ナルヲ知リ得ルベシ

第二百二十八題

兩三角錐體アリ一形ノ一角點ニ集マル三邊面他形ノ一角點ニ集マル三邊面ト互ヒニ等形ナル寸ハ此二體

幾何精要 卷三
等形ナリ

一形ノ二邊面他形ノ二邊面ト等形ニシテ此二面ノ交
ハル二面角互ヒニ相等シキナハ此二形等形ナリ

論云 $\triangle ASB$ $\triangle BSC$ 三角形ハ $\triangle ASB$ $\triangle BSC$ 三角形ト等形ニシテ且
ツ同法ニ集合シタルナハ SA ト相當邊線 SD ヲ取り
 $\parallel SA$ トシ A 點ヲ過ギ DEF 面ニ平行シテ ABC 面ヲ作ルナ

ハ $\triangle SABC$ 及ビ $\triangle SDEF$ 兩形ハ等形ナリ

今 $\triangle ABC$ $\triangle DEF$ 二面平行シタルガ故ニ AB BC AC ハ DE EF DE ト平
行ス 第百二十題之ニ依テ $\triangle SAB$ $\triangle SED$ $\triangle SBC$ $\triangle SEF$ $\triangle SAC$ $\triangle SDF$ ト各
々等形ナリ○其他 $\triangle ABC$ 及ビ $\triangle DEF$ 三角形ハ異面ニアリト

雖氏三邊互ヒニ平行シタルガ故ニ其角相等シ 第百

十四題 故ニ等形ナリ然ルナハ則チ $\triangle SABC$ $\triangle SDEF$ 兩形ノ四邊

面各々等形ナリ○底面ノ邊線互ヒニ平行シタルガ

故ニ四三面角ノ邊角互ヒニ相等シ故ニ亦兩形ノ二

面角各々互ヒニ相等シ○今兩形ノ要スル所ノ諸件

皆此ノ如クナルヲ以テ $\triangle SDEF$ 及ビ $\triangle SABC$ 二形ハ等形ナリ

又 $\triangle SAB$ 及ビ $\triangle SAB$ ハ等形等積ナリ何ニトナレバ $\triangle SAB$ $\triangle SAC$ 三角

形ハ $\triangle SDE$ $\triangle SDF$ 三角形ト等形ニシテ再ビ題意ニ依ルナハ

$\triangle SDE$ $\triangle SDF$ 三角形ハ $\triangle SAB$ $\triangle SAC$ 三角形ト等形ナリ故ニ亦 $\triangle SAB$ $\triangle SAC$ 三

角形ハ $\triangle SAB$ $\triangle SAC$ 三角形ト等形ニシテ $\triangle SAB$ $\triangle SAC$ ナルガ故ニ

亦等積ナル故ナリ故ニ又 $S_{BSC} = S_{SAB} = S_{SAC} = S_{SBC}$
 S_{BSC} 故ニ S_{BSC} 及ビ S_{BSC} 三角形モ亦等形等積ナリ。○ $S_{SAB} = S_{SAC}$
 S_{SBC} 三角形ハ $S_{SAB} = S_{SAC} = S_{SBC}$ 三角形ト互ヒニ等形等積ナルガ
 故ニ S_{SAB} 及ビ S_{SAC} ノ二體ハ等形等積ナリ 第百二十七題
 今 S_{SAB} ハ S_{SAB} ト等形等積ニシテ S_{SAB} ハ S_{SDEF} ト等形ナルガ故
 ニ S_{SAB} モ亦 S_{SDEF} ト等形ナリ之ニ依テ前題ト合ス
 又後題ニ於テハ前論ト同法ヲ以テ S_{SAB} 及ビ S_{SDEF} 等形ナ
 ルヲ知ル。○故ニ又 S_{SAB} 及ビ S_{SAC} ハ等形等積ニシテ再
 ビ S_{SAB} ハ S_{SDEF} ト等形ナルヲ知リ得ルベシ
 第百二十九題

兩多邊角錐體アリ其相當諸邊面各々等形ニシテ且ツ
 各々同法ニ集合シタル寸ハ此二體等形ナリ
 論云第百二十四圖ニ於テ S_{ABCDE} 及ビ S_{FGHIK} 錐體ノ相當諸邊
 面等形ナル寸ハ兩體ノ相當二面角互ヒニ相等シク
 シテ則チ等形ナルヲ知リ得ルベシ今此理ヲ次ニ詳
 ラカニスベシ。○ $ABCD$ 及ビ $FGHIK$ 多邊形等形ナルガ故ニ各
 ヲ相當角點ヨリ作ル對角線ニ因テ各々同數ノ等形
 三角形ニ分ツヲ得ル。○又二體ノ相當邊線 AS FS ヲ

リ他ノ諸邊線ヲ過ギテ面ヲ作ルハ各々同數ノ三角錐體ニ分チ得ル而テ第百二十八題ニ依ルハ相當分三角錐體ハ各々互ヒニ等形ナリ故ニ兩體ノ相當二面角互ヒニ相等シキヲ知ル

第一増題

$SFGHIK$

錐體ヲ底面ト平行シテ $ABCDE$ 面ニ因テ截ルハ則チ $SABCDE$

今錐體ハ全錐體 $SFGHIK$ ト等形ナリ

論云兩形ノ底面平行シタルガ故ニ $ABCDE$ 及ビ $FCHIK$ ノ面ハ

亦各々平行ス○故ニ $ABCDE$ 及ビ $FCHIK$ 多邊形ノ相當角ハ各

々相等シク又邊面ノ相當三角形互ヒニ等形ナリ故ニ兩多邊形ノ相當邊ハ互ヒニ比例スルヲ得又兩體ノ相當邊面モ亦互ヒニ比例スルヲ得ル

○ $SABCDE$ 及ビ $SABCDE$ 兩體ハ諸邊面共ニ $SFGHIK$ ノ諸邊面ト各々等形

ナル故ニ共ニ等形ナリ故ニ前ノ二體ハ亦互ヒニ等形ナリ而テ此二體ノ相當一邊線相等シキヲ得ナルハ此二體ハ亦等積ナル故ニ等形等積ナリ之

ニ依テ次ノ増題アリ

等形ノ兩錐鉢アリ其相當二邊線相等シキハ亦等積ナリ

○又 $SABCDE$ 及 $SABODE$ 二鉢等形等積ナルハ各々頂點ヨリ底

面上ニ下ダス垂線 SP 及 SP' ノ度相等シ何ニトナレバ此鉢ヲ將テ彼鉢ト合スルニ兩鉢ノ諸部悉ク相合スルヲ以テ此底面亦彼底面ト相合ス故ニ二垂線亦相合シテ一線トナル何ニトナレバ同一点ヨリ同面上ニ一垂線ヨリ多ク作ルヲ得ザルガ故ナリ

第二増題

$SABODE$ 及 $SFGHIK$ 二體等形ナルハ相當邊線ヲ以テ互ヒニ比

例スルヲ得ル又 SP 及 SP' 二垂線ヲ以テ比例スルヲ得ル

何ニトナレバ相當邊面互ヒニ等形ナルガ故ニ次ノ比例式アリ

$$SA : SP' :: AB : FG :: SB : SG,$$

$$SB : SG :: BC : GH :: SC : SH,$$

故ニ $SA : SP' :: SB : SG :: SC : SH$

$AB:FG=BC:GH$ 第二增題
 GK 及 BE ノ面平行ナルガ故ニ次ノ比例式アリ 第百
 二十二題

$$SA':SF'=SP':SQ,$$

又 $SA=SA, SP=SP$ ナルガ故ニ 第一增題

$$SA:SF=SP':SQ.$$

○ $SFGHIK$

錐體ヲ底面ト平行シテ截ル寸ハ $ABCDEF$ 軀ヲ殘ス之ヲ
 截錐體ト名ヅク底面ト平行シタル截面 $FQHIK$ ヲ截錐軀

ノ上面ト名ヅク○又錐軀ノ頂點ヨリ底面ニ下ダス
 垂線 SA, SF ヲ錐軀ノ高ト名ヅク○第二增題ノ比例式
 ニ從ソテ次ノ比例式ヲ得ル

$$AB':FG=SP':SQ,$$

$$FG-AB':FG=SQ-SP':SQ$$

$$FG-AB':FG=SQ-SP':SQ, \dots (1)$$

又 $FG:SQ=AB':SP',$

$$FG-AB':AB'=PQ:SP', \dots (2)$$

PQ ヲ截錐體ノ高ト名ヅク○(1)(2)式前ノ三率ハ截錐
 軀ノ諸部ナリ而テ(1)ニ於テハ截錐軀ノ諸部ヲ知テ

全錐體ノ高ヲ求ムルヲ得(2)ニ於テハ分錐體ノ高ヲ求ムルヲ得ル

第百三十題

$SABCD E$ 及ビ $SFGHIK$ 等形錐體底面ノ比例ハ相當邊線二乗方ノ比

例ニ同シ又頂點ヨリ底面上ニ作ル垂線即チ錐體ノ高ニ乗方ノ比例ニ同シ 第百二十四圖

論云兩體ノ底面等形ナルガ故ニ次ノ比例式アリ 第百題

$$形多 ABCDE : 形多 FGHIK = AB^2 : FG^2$$

而テ $AB^2 : FG^2 = SA^2 : SF^2 = SP^2 : SQ^2$ 第百二十九題

即チ $AB^2 : FG^2 = SA^2 : SF^2 = SP^2 : SQ^2$

$$形多 ABCDE : 形多 FGHIK = SA^2 : SF^2 = SP^2 : SQ^2$$

増題

等形錐體ノ相當邊面ヲ以テ互ヒニ比例スルヲ得ル
○凡ソ錐體ハ等形ト不等形トヲ論ゼズ頂點ヨリ度リテ距離相等シキ寸ハ其截面互ヒニ比例スルヲ得ル
假令バ第百二十三圖及ビ第百二十四圖ニ於テ一ツハ三角錐體一ツハ五角錐體 $SDEF$ 及ビ $SFGHIK$ ニ於テ SP 及

幾何精要 卷三
二SOノ高互ヒニ相等シキナハ

形面 $\equiv$ ABC': 形面 $\equiv$ DEF $\equiv$ SP': SQ'

形面 $\equiv$ ABCDE' : 形面 $\equiv$ FGHIK $\equiv$ SP' : SQ',

形面 $\equiv$ ABC': 形面 $\equiv$ ABCDE' $\equiv$ 形面 $\equiv$ DEF : 形面 $\equiv$ FGHIK,

第二十九段説

次ノ如キ法ニ依テ形ヲ成ス體ヲ柱體ト名ヅク

第二百二十五圖ニ於テ ABCDE 多邊形ノ諸角點ヨリ異面ニア

リ立平行シタル FGIK 多邊形ノ諸角點ニ至ル迄 AF BG OH 等

ノ平行線ヲ作ル寸ハ之ニ依テ AG BH CI 等ノ面ヲ成ス○
此諸面ト二平行多邊形ノ面トノ間ニ界スル體ハ則チ
柱體ナリ

其二

二平行面第三面ト交ハリ AF BG 等ハ皆平行ニシテ又 FG
GH HI 等ハ AB BC CD 等ト平行スルガ故ニ柱體ノ邊面 AG BH
CI 等ハ皆平行四邊形ナリ

故ニ又 $FG \parallel AB$, $GH \parallel BC$, $HI \parallel CD$, 等ニシテ各々平行シタ
ルヲ以テ互ヒニ交ハル角相等シ 第百十四題 故ニ柱體
ノ上面ハ底面ト等形等積ナリ○故ニ柱體ヲ上面或ハ

底面ト平行シテ截ル寸ハ其截面ハ亦上面或ハ底面ト等形等積ナリ

又柱體ヲ任意ノ二所ヨリ平行シテ截ル寸ハ其截面ハ亦等形等積ナリ而テ再ビ他ノ柱體ヲ成ス

又柱體ノ多面角ハ必ズ常ニ三面角ヨリ多カラズ

第三十題說

柱體ノ平行諸邊線底面上ニ直立シタルモノ之ヲ直角柱體ト名ヅク否ラザル寸ハ斜角柱體ト名ヅク○柱體ハ底面ノ邊數ニ從ツテ三角柱體四角柱體五角柱體等ト名ヅク

第三十一題說

柱體ノ底面或ハ上面平行四邊形ナル寸ハ之ヲ平行方體ト名ヅク即チ第百二十六圖ノ如キ是ナリ

平行方體ノ諸邊面ハ皆平行四邊形ナリ而テ相對スル邊面ハ皆等形等積ニシテ平行ス○相對スル邊面DG及ビAFノ如キハ等形等積ニシ各々平行スルガ故ニ柱體界說ニ依ル寸ハAEハDHト平行ス何ニトナレバDGハ平行四邊形ナルヲ以テナリ故ニ亦ABハDCト相等シク又平行ス又EAB及ビHDC角ハ相等シキ故ニ等形等積ナリ
第十四題 又第百二十一題ニ依ル寸ハ此二面ハ互ヒニ平

行ス。又同理ニ依テAH及ビBG面モ各々等形等積ニシテ平行スルヲ知ルベレ

第百三十一題

六面體アリ相對スル邊面互ヒニ平行シタルハ平行方躰ナリ

論云第百二十六圖ニ於テEB面ノ如キハAH及ビBG二面平行シHF及ビDB二面平行スルガ故ニAE BF及ビEF AB平行線ノ交ハルニ因テ成ルヲ以テABFEハ平行四邊形ナリ同法ニ依テ他ノ邊面皆平行四邊形ナルヲ知ル

今HF及ビDB面ハ共ニ平行シAE BF CG DH邊線平行シタルガ故ニHB柱躰ハ底面及ビ上面共ニ平行四邊形ナルヲ以テ平行方躰ナリ

第三十一題說ニ

凡ソ柱躰ニ於テハ平行シタル諸邊線底面上ニ直立シタルモノヲ直角柱躰ト名ヅクト雖ヒ平行方躰ノ如キハ底面直方形ニシテ且ツ諸邊面皆直方形ナルモノノミヲ直角平行方躰ト云フ其他皆斜角平行方躰ト名ヅク

第百三十二題

兩柱體アリ一形ノ三面角Bヲ成ス所ノ三邊面BF BH BE
他形ノ三面角Bヲ成ス所ノ三邊面BF BH BEト等形等積
ナルハ此二形共ニ等形等積ナリ 第百二十五番

論云B及ビB'三面角ヲ將テ相合スルニ此三面角ヲ
成ス所ノ三面各々互ヒニ等形等積ナルヲ以テ此面
ノ邊角相等シ故ニ此三面角ヲ成ス面ノ互ヒニ交ハ
ル二面角相等シ故ニ兩形ノ三面角互ヒニ相合ス 第
百二十五題 ○BE及ビBE'多邊形ハ等形等積ナルガ故
ニ諸角點互ヒニ相合ス又BF BH面ハBE' BH'面ト等形等
積ナルガ故ニ互ヒニ相合ス ○其他多邊形ノ諸角點

ヨリBQ及ビB'Qニ平行シテ作ル線ハ各々一線ヨリ多
キヲ得ザルガ故ニ亦互ヒニ相合ス而テ此諸平行邊
線ノ度ハ皆相等シキヲ以テ兩形上面ノ諸角點亦互
ヒニ相合スルヲ以テ兩形ヲ界スル諸部皆互ヒニ相
合ス

○九ソ多面体ハ之ヲ分ツテ數段ノ三角錐トスル
ヲ得ル而テ原形ノ一角點ヲ取リ通シテ分錐トスル
點トナシ他ノ諸角點ト聯結ス ○第百二十七圖

如キハG點ヲ通シテ頂點トシタル
GABC GABF GAEF GAEC GEDC
ノ如

ABCDEFGHI

キ三角錐躰トナス

其法先ヅG點ト他ノ角點A B Eノ聯結スル寸ハ

GABCDE

GABF GAEF 皆Gヲ以テ頂點トスル三錐躰トナス再ヒ第一錐躰ヲ分ツテ前ノ如キ五段ノ錐躰トナス

第百三十三題

兩多面躰アリ共ニ同數ノ等形錐躰ヲ以テ同法ニ集合シタル寸ハ互ヒニ等形ナリ

論云第百二十七圖ニ於テ

ABCDEFG

及ビ

abcdefg

多面躰ハ次ノ如

キ同數ノ等形錐躰ヲ以テ集合ス

GABCDE

gabede,

GAEF,

gaef,

GABF,

gabf,

右ノ錐躰ハ各々G及ビgヲ以テ頂點トナス而テ相當錐躰ハ各々等形ナルガ故ニ各々其相當邊面互ヒニ等形ニシテ互ヒニ交ハルニ面角モ亦互ヒニ相等シ
第二十八題說

GABCDE

及ビ

gabede

錐躰底面ノ多邊形

ABCDE

及ビ

abcde

ハ等形ニシテ

他ノ相當邊面モ亦互ヒニ等形ナリ
 GABF 及ビ GAEF 三角錐體ノ相當邊面 ABF 及ビ aef 又 AEF 及
 aef ハ各々等形ニシテ又原多面體ノ相當邊面ナリ
 DEFG 及ビ defg 邊面ハ FGE fge 及ビ GED ged 三角形ヨリ成ル○
 EFGE fge ハ GAEF gaef, defg 三角錐體ノ相當邊面ナルガ故ニ等形ナ
 リ又 GED ged ハ五角錐體 GABCDE gabde ノ相當邊面ナルガ故ニ亦
 等形ナリ而テ同法ヲ以テ集合シタルガ故ニ DEFG defg ハ
 等形ナリ
 同理ニ依テ兩多面體ノ相當邊面ハ各々等形ナルヲ

ヲ知り得ルベシ 以上相當邊面互ヒニ等形ナルヲ論
 ズ
 兩多面體ヲ集合シタル相當錐體ハ互ヒニ等形ナル
 ガ故ニ其相當二面角互ヒニ相等シ○ GDEA 及ビ gdea 二面
 角ハ GABCDE 及ビ gabde 錐體ノ相當二面角ナルガ故ニ互ヒニ
 相等シ○又他ノ同種ナル相當二面角モ亦互ヒニ相
 等シ何ニトナレバ等形錐體ノ相當二面角ナルガ故
 ナリ
 又 BFAF 及ビ bfae 二面角ノ如キハ BFAF 及ビ bfae 二面角ヲ
 又 BFAF 及ビ bfae 二面角ノ如キハ BFAF 及ビ bfae 二面角ヲ

集合レテ成ルガ故ニ互ヒニ相等シ何ニトナレバ
 $GABF$ 及ビ $GAEF$ 各々等形三角錐體ノ相當二面角ナルヲ
 以テ互ヒニ相等シキ故ナリ 以上二面角相等シキヲ
 論ズ ○同理ニ依テ他ノ同種ナル相當二面角相等シ
 キヲ知ルベシ

兩多面體ノ相當邊面互ヒニ等形ニシテ相當二面角相
 等シキ故ニ等形ナルヲ知ル

第百三十四題

兩多面體アリ共ニ等形ナルナハ同數ノ等形三角錐體
 ニ分ツヲ得ル

論云之ヲ分ツノ法第百三十三題ノ如ク任意一角點
 ヲ取り以テ諸分錐體ノ通ジ用ユル頂點トナス而テ
 分チ得ル所ノ三角錐體ニ兩種アリ
 其第一種ハ分三角錐體ノ二邊面ハ原多面體ノ二邊
 面ヲ用ユ故ニ此二邊面ニ因テ成ル所ノ二面角ハ亦
 原多面體ノ二面角ナリ故ニ此種ノ相當錐體ハ共ニ
 等形ナリ 第百二十七題 ○第百二十七圖ニ於テ $GCDE$ 及
 ビ $Gole$ 三角錐體ノ如キハ此種ナリ QDC ole 及ビ GDE ole 邊面
 ハ各々等形ニシテ又 $CGDE$ 及ビ $CGDE$ 二面角モ亦相等シ○
 故ニ凡ベテ此種ノ相當分錐體ハ互ヒニ等形ナルヲ

ヲ知ル
 第二種分錐、一辺面ノミ原形ノ邊面ヲ用ヒ他ノ邊面ハ第一種相當分錐ノ等形邊面ヲ用ユ故ニ此種ノ錐ノモ亦互ヒニ等形ナリ 第百二十八題 何ニトナレバ其相當邊面ハ凡ベテ互ヒニ等形ナルガ故ナリ
 ○ $GAEC$ 及ビ dec 三角錐ノ如キハ此種ナリ即チ一邊面 AEO 及ビ dec ノミ原多面ノ邊面ヲ用ヒ他ノ邊面ハ第一種錐ノ邊面ナリ
 ○ 故ニ此種ノ相當分錐ハ凡ベテ互ヒニ等形ナルヲ知ル

第百三十五題

兩多面體アリ其相當邊線ノ比例ハ邊面或ハ體內ニ作ル相當對角線ノ比例ニ同シ
 論云第百三十四題ニ依ル寸ハ等形ノ多邊形ハ之ヲ分ツテ同數ノ等形三角錐トスルヲ得故ニ相當分錐體ノ相當邊面ハ各々等形ナルガ故ニ次ノ比例式ヲ得ル 第百二十七題

$$BC : bc :: BF : bf :: FG : fg :: BG : bg :: GC : gc$$

$$GG : gc :: AC : ac :: AG : ag$$

尚ホ推シテ他ノ邊線及ビ對角線ニ至ルモ同理ナリ

第百三十六題

兩多面體アリ其相當邊面ノ比例ハ相當邊線ニ乘方ノ比例ニ同シ

論云第百二十七圖 $ABCDEF$ 及 E $abcdefg$ 等形多面體ニ於テ第九

十九題第一増題ニ從ツテ次ノ比例式ヲ得ル

$$\text{形面多 } ABCDE : \text{形面多 } abcde \quad AB^2 : ab^2$$

$$\text{形面多 } EDGF : \text{形面多 } edgf \quad DE^2 : de^2$$

$$\text{形面多 } BFGC : \text{形面多 } bfgc \quad BC^2 : bc^2$$

$$\text{形面多 } AFB : \text{形面多 } afb \quad AB^2 : ab^2$$

$$\text{形面多 } AEF : \text{形面多 } aef \quad AE^2 : ae^2$$

$$\text{形面多 } CDG : \text{形面多 } cdg \quad CD^2 : cd^2$$

第百三十五題ニ從フハ右比例式ノ後率ハ互ヒニ相等シキ故ニ前率ノ總和(即チ表面)ノ比例ハ亦 $AB:ab$ ノ比例ニ同シ

第百三十七題

柱體傍立邊面ノ和(即チ平行四邊形ノ和)ハ一邊線ト邊線上ノ直立截面周邊ノ相乘積ニ同シ

論云第百二十五圖ニ於テ AG BH 等ノ平行四邊形ハ LG GN 等ヲ以テ高トナスガ故ニ次ノ等數ヲ得ル 第九十四題

形辺四行平 $AG = AF \times LG,$

形辺四行平 $BH = BG \times GN,$

以下ニテ推

$AF \cdot BG$ 等ノ邊線ハ皆相等シ故ニ

$$AF(LG + GN + NO + OP + PL).$$

體ヲ論ズ

第三十二題說

體ノ形ヲ界スル内部ヲ體ノ積ト名ヅク
邊面ノ交ハル形状ニ因テ種々ノ躰形アリト雖モ此躰
ト彼躰ト積相等シキモノヲ等積ト名ヅク

第三百三十八題

兩平行方體アリ其底面相等シク且ツ其上面共ニ同面
内ニアル寸ハ此兩躰等積ナリ

論云第三百二十八圖ニ於テ AG 及 AL 平行方躰ハ共ニ
其邊面 AK 及 DL 二同面ノ間ニアリ○此ノ如キ寸ハ

三角柱躰 $AEIMDH$ 及 $BFKLCG$ ハ共ニ等形等積ナリ何ニトナレ

バ其底面ノ三角形 AEI 及 BFK ハ等形等積ニシテ 第六
題 $AEHD$ 及 $BFGC$ 平行四邊形ハ各々共ニ等形等積ナ
ルヲ以テ 第三十一題說 各々等形等積ナリ 第三百三十

幾何精義 卷三下

二題 ○ AELC 多面體ヨリ各々 ARIMDH 及ビ BEKLOG 三角柱體ヲ減ズ

ル寸ハ殘ル所平行方體 AG 及ビ AL トナル即チ亦共ニ等積ナリ

第百二十九圖ノ如キ ABCDIKLM 及ビ ABCDNOPO 平行方體ハ其傍邊面

共ニ同面内ニアルモノナレ然レ共ニ ABCD ヲ以テ底面トシ其上面 IKLM 及ビ NOPO ハ同面内ニアリ○此種ノ如

キハ平行面 ABIK DCLM 及ビ他ノ平行面 ADQN BCPO ヲ引長シテ更

ラニ平行方體 ABCDEFGH ヲ作ル然ル寸ハ此體ノ傍邊面ハ原

體ノ傍邊面ト同面内ニアルヲ以テ以下前ト同理ヲ以テ等積ナルヲ知リ得ルベシ

系 凡ソ任意平行方體ハ之ヲ變ジテ等積ノ直方體トスルヲ得ル

第一歩 第百二十九圖 AL 平行方體ノ如キハ諸邊線底面上ニ直立セズ○今此體ヲ變ジテ他ノ同底面ニシテ底面上ニ直立シタル AP ノ如キ等積ノ平行方體トスルヲ得ル

第二步 再ビAP 平行方躰ヲ変ジテ底面直方形ニシ

テ傍立邊線底面上ニ直立シタル 直方躰トスル

ABRSNOTU

ヲ得ル 第百三十四 〇其法CA面ヲ引長レAN及ビBOヲ
過ギテCQ上ニ直立シタル面ヲ作ル然ル寸ハ底面ABRS
ハ直方形ニシテ ADCB 平行四邊形ト等積ナリ即チAOヲ
以テ底面トシタルAP及ビAT 平行方躰ハ本題ニ依テ等
積ナルヲ知ル

〇平行方躰ニ於テ高ト名ヅクルモノハ底面及ビ上面
ノ距離ナリ又柱躰ノ高ハ二平行面ノ距離ナリ

第百三十九題

平行方躰ノ相對スルニ邊線ヲ過ギテ平面ヲ作ル寸ハ
原躰ヲ二分シテ等形等積ノ兩三角柱躰トナス

論云第百二十六圖ニ於テ相對スル邊線AE及ビCGヲ
過ギテAECG面ヲ作ル寸ハ平行方躰ヲ兩分シテ三角柱
躰トナス

此兩柱躰ハ諸部互ヒニ相等シ何ニトナレバ其底面
ハ各々平行方躰ノ底面及ビ上面ニシテ即チ等形等
積ノ平行四邊形ノ半カバナリ故ニ兩三角柱體ノ底
面及ビ上面ハ亦等形等積ナリ又AECG 辺面ハ平行四邊

形ニシテ兩柱躰通ジテ用ユ他ノ相當邊面ハ皆平行
 方躰ノ相對スル邊面ナルガ故ニ互ヒニ等形等積ナ
 リ○故ニ兩三角柱躰ノ相當三面角モ亦互ヒニ相等
 シ何ニトナレバ互ヒニ同邊面角ヲ以テ成ルガ故ナ
 リ故ニ亦相當二面角モ互ヒニ相等シ
 然ル寸ハ兩柱躰ノ相當邊面互ヒニ等形等積ニシテ
 相當三面角互ヒニ相等シク又相當二面角互ヒニ相
 等シキヲ以テ兩柱躰ハ等形等積ナリ

増題

同底面ニシテ同高ナル三角柱躰ハ等積ナリ

何ニトナレバ同高倍底面ノ平行方躰

ABCDEFGE

ノ半カバニ

同ジク而テ平行方躰ハ同底面ニシテ且ツ上面底面
 ト平行面内ニアル寸ハ其積相等シキ故ナリ

第百四十題

三角錐躰ヲ底面ト平行シテ同距離ニ截分シ其截面ヲ
 底面トシ以テ錐躰ノ内外ニ柱躰ヲ作ル而テ截數無數
 ニ至ル寸ハ躰外柱躰ノ和ト躰内柱躰ノ和トノ差ヒ漸
 ク少ナシ又外柱躰ノ和或ハ内柱躰ノ和ト錐躰トノ差
 ヒハ前ノ差ヒニ比スレバ尚ホ少ナシ

論云第百三十二圖甲ニ於テABCハ三角錐ノ底面ニ
 シテFGHLMNQRTハ截面ナリ而テABFGLMQR點ヲ
 過ギテADBEIOIPQU_{Vm}線ヲOS邊線ト平行シテ作ル
 寸ハ第一截面ニ於テABCDEHハ跡外第一ノ柱跡ニシテ
 abcdefgh
 ハ跡内第一ノ柱跡ナリ之ヲ畧シテAH及ビahト記ス
 ○第二截面ニ於テFNハ跡外第二柱跡ニシテfnハ跡
 内第二柱跡次第此ノ如クスル寸ハ最末ニ至リテ跡内
 柱跡ハアルナクシテ只跡外柱跡OSノミヲ作レリ
 錐跡ノ截面ハ悉ク同距離ナルガ故ニ柱跡ノ高ハ悉

ク相等シ故ニ第二外柱跡ト第一内柱跡トハ相等シ
 ク第三外柱跡ト第二内柱ト相等シ則チ

$$CH=FN, \quad FN=LT, \quad LT=OS,$$

之ヲ相加フル寸ハ

$$CH+FN+LT=FN+LT+OS,$$

外柱跡ノ和ヨリ内柱跡ノ和ヲ減ズル寸ハ

$$(AH+FN+LT+OS)-(CH+FN+LT)=AH.$$

故ニ外柱跡ノ和ト内柱跡ノ和トノ差ハ最下行ノ外
 柱跡ナリ

今圖ニ於テ假リニ四段ノ柱跡ヲ作ルト雖正截數無

數ニ至ル寸ハ柱躰ノ數漸ク多クシテ截面漸ク相近
 ジキ殆ンド互ヒニ相接スルニ至ル然ル寸ハ最下行
 ノ柱躰AHハ其高甚ダ微少ナレバ其躰積亦甚ダ少ナ
 リ故ニ外柱躰ノ和ト内柱躰ノ和トノ差漸ク少トナ
 ル○外柱躰ノ和ハ常ニ錐躰ヨリ大ニシテ内柱躰ノ
 和ハ常ニ錐躰ヨリ小ナリ而テ錐躰ノ積ハ常ニ外柱
 躰ノ和ト内柱躰ノ和トノ間ニアリ故ニ外柱躰ノ和
 ト錐體トノ差或ハ内柱體ノ和ト錐體トノ差ハ内外
 柱躰ノ和ノ差ヨリ少ナシ

第百四十一題

兩三角錐躰アリ共ニ等形等積ノ底面上ニ成リ其高相
 等シキ寸ハ此兩躰等積ナリ

論云第百三十三圖ニ於テ $SABC$ 及 $SABC$ 三角柱躰ハ其底
 面等形等積ニシテ其高相等シ故ニ兩躰ヲ底面ニ平
 行シテ同數ニ截ル寸ハ又躰ノ内外ニ同數ノ柱躰ヲ
 作り得ル而テ今作ル所ノ諸柱躰ハ其高各々相等シ
 ○兩躰ノ相當諸柱躰ノ底面トシタル截面ハ互ヒニ
 相等シ何ニトナレバ共ニ頂點ヨリ度リテ同距離ナ
 ルガ故ニ第百三十題増題ニ依ル寸ハ其比例ハ ABC 及
 ABC ノ比例ニ同シキ故ナリ○故ニ兩錐躰ノ相當柱

躰ハ互ヒニ等積ナリ 第三百三十九題増題 ○故ニ此躰
 ノ外柱躰ノ和ハ彼躰ノ外柱躰ノ和ニ同ジ今其和ヲ
 S 及ビ S' ト定ムルハ則チ $S = S'$ ナリ
 若シ截數無數ニ至ルハ S 及ビ $S'ABC$ 而テ S 及ビ $S'ABC$ ノ
 差ヒ漸ク少シ然レバ常ニ $S = S'$ ナラザルナシ而
 テ S 及ビ S' ハ常ニ $SABC$ 及ビ $S'ABC$ ヨリ大ナリ截數漸ク多
 ニ至ルハ $S = S'ABC$ ノ差ト常ニ相等
 シ○若シ S ハ殆ンド $SABC$ ト等シキ至レバ S モ亦 $SABC$ ト
 殆ンド相等シキニ至ル故ヲ以テ $SABC$ 錐躰ハ $S'ABC$ 錐躰ト
 等積ナルヲ明カナリ

第四百十二題

三角錐躰ノ躰積ハ同底面同高ナル三角柱躰躰積ノ三
 分一ニ同ジ

論云 $EABO$ 三角錐躰ノ底面 ABO ヲ其角點 A 及ビ O ヨリ BE
 邊線ニ平行シテ AD 及ビ OF ヲ作り頂點 E ヨリ底面 ABC
 ニ平行シテ EDF 面ヲ作ルハ $ABCDEF$ 三角柱躰ヲ成ス○今
 作ル所ノ柱躰ノ AEC 角點ヨリ對角線ヲ作り再ビ
 原錐躰 $EABC$ ヲ去ル然ルハ此錐躰ノ底面ハ柱躰ノ底
 面ニ等シク高モ亦柱躰ノ高ニ等シ○殘ル所 $EACFD$ 四角

錐躰ハ則チ^{△EACFD}ニシテEヲ以テ頂點トシ^{△ADF}ヲ以テ底

面トナス○再ビDEC三點ヲ過ギテ面ヲ作ルハ
四角錐躰ヲ兩分シテ^{△EACD}及ビ^{△ECDF}三角錐躰トナス則チ
^{△EACD}及ビ^{△ECDF}錐躰ナリ○以下三錐躰各々等積ナルヲ詳
ラカニスベシ

^{△EACD}及ビ^{△ECDF}二錐躰ハ其底面^{△ACD}及ビ^{△CDF}ハ等形等積ナリ
何ニトナレバ^{△ACFD}平行四邊形ヲDC對角線ニ因テ分ル
ガ故ナリ又其高相等シ何ニトナレバE頂點ヲ通シ
テ用ヒ共ニ同底面上ニアルガ故ナリ故ニ此二錐躰

ハ底面相等シク高相等シキヲ以テ等積ナリ 第四百
十一題

又^{△EODF}錐躰ハ^{△EABO}錐躰ト等積ナリ何ニトナレバ一形ノ
邊面^{△DEF}ハ他形ノ底面^{△ABO}ト等形等積ナリ今^{△DEF}ヲ邊面
ヲ以テ底面トシCヲ以テ頂點トスルハ兩形ノ底
面^{△ABC}及ビ^{△DEF}ハ等形等積ニシテC及ビEハ二平行面
ノ距離ナルヲ以テ高相等シキ故ナリ 第四百十一題
故ニ柱躰ヲ三分シテ^{△EABC}^{△EADC}^{△EDFC}錐體トナシ此三形各々
等積ナルヲ以テ各々柱躰ノ三分一二同ジ

第四百十三題

兩直角平行方躰アリ其底面相等シキハ躰積ノ比例ハ高ノ比例ニ同ジ

論云第百三十三圖ニ於テAG及ビIP兩直角平行方躰ハ等形等積ノAC及ビIL直方形上ニアリAE及ビIN高ハ相等シカラズ而テ今AE及ビINヲ共ニ通度アルモノトナス○AE及ビIN高ヲ各々AC及ビIL通度ヲ以テ度ルベキモノト定メ此通度ヲmトスルハAEハmノp倍INハmノq倍ト定ムルハ $AE = p \times m, IN = q \times m$ 之ニ依テ次ノ比例式アリ

$$AE : IN = p : q$$

AE及ビIN邊線ノ諸分點ヲ過ジテ底面ト平行シタル面ヲ作ル寸ハAG及ビIPヲp及ビq段ノ平行方躰ニ分チ得ル而テ諸分躰ハAD ILノ如ク皆等形等積ナリ第百三十二題 ○此諸分躰ヲMト定ムルハ $AE = p \times m, IP = q \times m$ 之ニ依テ次ノ比例ヲ得ル

$$AG : IP = p : q$$

之ヲ前ノ比例式ニ用ユルハ

$$AG : IP = AE : IN$$

設レAE及ビINノ高各々通度ナレト雖モAG IP AE比例ノ第四率ハINヨリ大ナラズ又小ナラズシテ必ズIN

ニ同ジ

第百四十四題

兩直方躰アリ其躰積ノ比例ハ一三面角ニ集マル三邊
線ノ合率比例ニ同ジ

論云第百三十五圖AG及ビIP直方躰ニ於テAD=IMト
レD點ヲ過ギAEニ平行シテ面ヲ作ル寸ハ則チAG及
ビAG'直方躰ハAE同底面上ニアルガ故ニ次ノ比例式
アリ

$$AG : AG' = AD : AD' = AD : IM$$

即チ

$$\text{体方直 } AG = \frac{AD}{IM} \times \text{体方直 } AG' \quad (1)$$

又IL=ADトシI點ヲ過ギテILト平行シテ面ヲ作ル
寸ハAG及ビIL'直方躰ハ等形等積ナルBG^C及ビIM底面
上ニアリ故ニ次ノ比例式アリ

$$AG : IL' = AB : IK,$$

$$\text{体方直 } AG = \frac{AB}{IK} \times \text{体方直 } IL' \quad (2)$$

右ノ等數ヲ(1)ニ用ユル寸ハ

$$\text{体方直 } AG = \frac{AD}{IM} \times \frac{AB}{IK} \times \text{体方直 } IL'$$

又IL'及ビIP直方躰ハIL同底面上ニアルガ故ニ次ノ

比例式アリ

$$IL : IP = IL' : IN = AE : IN$$

$$IL' = \frac{AE}{IN} \times IL \times IP$$

右ノ等數ヲ(2)ニ用ユル寸ハ

$$AG = \frac{AD}{IM} \times \frac{AB}{IK} \times \frac{AE}{IN} \times IL \times IP \dots (3)$$

故ニ次ノ比例式ヲ為ス

$$AG : IL \times IP = AD \times AB \times AE : IM \times IK \times IN$$

一系 第一節設シ第百三十六圖ノ如ク直方躰agノ如

ク諸邊線相等シキ寸ハ正方躰ニシテ其六面皆相等
シク正方形ナリ故ニ之ヲ以テ度トナシ他ノ躰ヲ度
ルヲ得ルベシ又其邊面ヲ以テ他ノ邊面ヲ度ルヲ
得ル〇abヲ長ノ一ト定ムル寸ハ(3)式ニ於テ次ノ
如シ

$$AG = \frac{AD}{ab} \times \frac{AE}{ab} \times \frac{AB}{ab} \times IL \times IP \dots (1)$$

故ニ云直方躰ノ三邊線内ニ線ノ一ト定メタル度若
千倍ヲ包有スル寸ハ則チ此各倍數ヲ聯乘スレバ直
方躰内ag立方躰ヲ包有スル倍數ヲ得ル

今 $ag \parallel$ 一即チ線ノ一ト定メタル度ニ等シトスレバ
亦 $ag \parallel$ 一即チ躰ノ一ニ等シ故ニ(1)式次ノ如シ

$$\text{体方直 } AG = AD \times AE \times AB \dots \dots \dots (2)$$

故ニ畧シテ之ヲ言フサハ直方躰ノ躰積ハ一角點ニ
集マル三邊線ノ聯乘積ニ同シ

又 $AB \times AD$ ハ直方躰ノ底面ナリ故ニ又云直方躰ノ躰
積ハ底面ト高ト相乘積ニ同ジ

第二節 ag 立方躰ノ邊線 ab ヲ以テ AB AD 及ビ AE ノ通
度トシ AB AD 及ビ AE ハ各々 ab ノ p q r 倍ヲ包有スル
ト定ムル寸ハ其底面 AC 上ニ於テ ag 立方躰 $p \times q$ 段ヲ列

ス又 AG 直方躰中ニ充ツルガ為ニ此一列ヲル倍疊積
スル寸ハ則チ AG 躰内ニ於テハ ag 立方躰ヲ包有スル

1 $p \times q \times r$ 段ナル1明カナリ

又直方躰ノ三邊線 AB AD AE 相等シキ寸ハ則チ其躰積
ハ一邊線ノ立方躰ニ同ジ故ニ $AB \times AE \times AD$ ハ AB トナル
ニ系 第百三十八題ニ依ル寸ハ任意ノ平行方躰ヲ將
テ原形ト同底面同高ナル等積ノ直方躰ニ変スル
ヲ得ル故ニ次諸節ノ法アリ

第一節 平行方躰ノ躰積ハ其底面ト高ト相乘積ニ

同じ

第二節 両平行方躰アリ此底面ト彼底面ト相等シ
ク又高相等シキモノハ等積ナリ

第三節 兩直方躰アリ此長、廣、高、聯乘積彼長、廣、高、聯
乘積ニ等シキモノハ等積ナリ

三系 三角柱躰ノ躰積ハ其底面ト高ト相乘積ニ等シ
ABGEFG 躰積ハ ABCDEFGH 平行方躰ノ半カバニ等シ

第百三十九題 又平行方躰ノ半底面ト高ト相乘積ニ
等シ而テ平行方躰ノ半底面ハ即チ三角柱躰ノ底面
ナリ 第百二十六圖

故ニ云三角柱躰ノ躰積ハ其底面ト高ト相乘積ニ等
シ

尚ホ四角、五角等ノ柱躰ノ躰積ヲ求ムルモ同理ナリ
○第百二十五圖ニ於テAI柱躰ノ底面ヲ對角線ニ因
テ三角形ニ分チ他ノ邊線トニ因テ面ヲ作ル寸ハ原
柱躰ヲ將テ三角柱躰ニ分ツ此分柱躰ノ高ハ悉ク原
柱躰ノ高ニ等シ今此高ヲHト定ムル寸ハ分柱躰ノ
躰積次ノ如シ

形角三 ABCXH, 形角三 AODXH, 形角三 ADEXH,

之ヲ合スル寸ハ柱躰ノ躰積ヲ得ル

例註 AI = ABDEXH.

故ニ柱體ノ體積ハ其底面ト高ト相乘積ニ同ジ
兩柱體アリ其體積ノ比例ハ其底面及ビ高ノ合率比
例ニ同ジ

底面相等シキトハ體積ノ比例ハ高ノ比例ニ同ジ
高相等シキトハ體積ノ比例ハ底面ノ比例ニ同ジ
等積ナル寸ハ底面ノ比例ハ高ノ反比例ニ同ジ又高
ノ比例ハ底面ノ反比例ニ同ジ

四系 三角錐體ノ體積ハ底面ト高ト相乘積三分一ニ
同ジ○何ニトナレバ同底面同高ナル柱體ノ三分一

ニ同ジキ故ナリ

五系 錐體ノ體積ハ其底面ト高ト相乘積三分一ニ同ジ

○何ニトナレバ第二百二十四圖ニ於テ $\triangle ABCDE$ 錐體ノ底面

ヲ對角線ニ依テ三角形ニ分ツ寸ハ又原錐體ヲ分ツ
テ三角錐體トナス此分錐體ノ高ハ悉ク原錐體ノ高
ニ同ジ今此高ヲHト定ムル寸ハ三角錐體ノ體積次
ノ如シ

形角ニ $ABC \times \frac{1}{3}H$, 形角ニ $ACD \times \frac{1}{3}H$, 形角ニ $ADE \times \frac{1}{3}H$,

之ヲ合スル寸ハ錐體ノ積ヲ得ル

$$\text{錐 } SABCDE = \frac{1}{3} \text{ 形 } ABCDE \times H$$

六系 第二百二十四圖ニ於テ $SECHIK$ 錐跡ヨリ $SABCDE$ 錐跡ヲ去ル

寸ハ $ABCEKIHGF$ 截錐跡ヲ残ス故ニ截錐跡ノ積ハ全錐跡ノ積ヨリ小錐跡ノ積ヲ去ル寸ハ之ヲ得ル

今底面ヲ $FGHIK = q$, 上面ヲ $ABCE = p$, 高ヲ $PQ = h$, ト定ムル寸ハ第三百三十題ニ依テ次ノ比例式アリ

$$q : p = SQ^2 : SP^2$$

$$\text{即チ } SQ : SP = \sqrt{q} : \sqrt{p}$$

$$\text{又 } SQ - SP : \sqrt{q} - \sqrt{p} = SQ : \sqrt{q} = SP : \sqrt{p}$$

今 $SQ - SP = n$ ナルガ故ニ

$$SQ = \frac{n\sqrt{q}}{\sqrt{q} - \sqrt{p}}, \quad SP = \frac{n\sqrt{p}}{\sqrt{q} - \sqrt{p}}$$

則チ兩錐跡ノ高ナリ故ニ次ノ等數ヲ得ル

$$\text{錐 } SECHIK = q \times \frac{1}{3} \frac{n\sqrt{q}}{\sqrt{q} - \sqrt{p}} = \frac{1}{3} n \frac{q\sqrt{q}}{\sqrt{q} - \sqrt{p}}$$

$$\text{錐 } SABCDE = p \times \frac{1}{3} \frac{n\sqrt{p}}{\sqrt{q} - \sqrt{p}} = \frac{1}{3} n \frac{p\sqrt{p}}{\sqrt{q} - \sqrt{p}}$$

相減ズル寸ハ

$$\text{体錐截GD} = \frac{1}{6} h \times \frac{g\sqrt{g} - g\sqrt{g}}{\sqrt{g} - \sqrt{g}}$$

又 $g = m^2, g = n^2$ 卜定ナルハ代數學ニ依テ次ノ等
数トナル

$$\frac{g\sqrt{g} - g\sqrt{g}}{\sqrt{g} - \sqrt{g}} = \frac{m^3 - n^3}{n - m} = m^2 + mn + n^2 = \\ = g + \sqrt{g}g + g,$$

之ヲ前式ニ用ユルハ

$$\text{体錐截GD} = \frac{1}{3} h (g + \sqrt{g}g + g).$$

故ニ截錐體ノ體積ハ底面上面及ビ底面上面ノ中比

例ノ三段ノ和ト高三分一ノ相乘積ニ同ジ

第百四十五題

三角截柱體ノ體積ハ截柱體底面上ノ傍立三邊線ヲ以
テ高トシ上面ノ三角點ヲ頂點トシタル三角錐體三段
ノ和ニ同ジ

三角柱體ノ如キハ其底面ト平行セズシテ之ヲ截
ルハ元ト平行四邊形ナリシ邊面ハ變ジテ梯形

トナル第百三十七圖 **六**
ABCDEFノ如キハ即チ三角截柱體

ナリ

凡ソ多面躰ハ皆之ヲ分ツテ三角錐躰トスルヲ
得ルベシ故ニ多面躰ノ躰積ハ分錐躰ノ躰積ノ和
ニ同ジ

論云 $A O E$ 點ヲ過ギテ面ヲ作り原形ヨリ $E A B C$ 三角錐
躰ヲ去ル此錐躰ハ原躰ノ底面ヲ以テ底面トナシ上
面ノ角點 E ヲ頂點トナス此錐躰ハ題中言フ所ノ三
角錐躰ノ一ナリ

再ビ殘ル所 $E A C F D$ 四角錐躰ヲ $E D O$ 點ヲ過ギテ面ヲ作
リ以テ $E A C D$ 及ビ $E C F D$ 兩三角錐躰トナス而テ此兩錐躰ハ

題中言フ所ノ錐躰ニアラズ然レモ題中言フ所ノ錐
躰ト等積ナリ今次ニ之ヲ証セン

今更ラニ原躰ノ $A B F$ 點ヲ過ギテ面ヲ作り以テ $E A B C$
錐躰ヲ成ス則チ題中言フ所ノ錐躰ニシテ F ヲ頂點
トシ $A B C$ ヲ底面トナス○此錐躰ヲ $A E C$ ヲ底面トシ B ヲ
頂點トシテ看ル寸ハ $E C F D$ 錐躰ト等積ナリ何ニトナレ
バ其底面 $C D F$ ハ $C A F$ ト等積ナリ則チ $C F$ 上ニアリテ此線
ト平行線ノ間ニ形ヲ成ス故ナリ又 E 及ビ B 點ハ $A C F D$
面ヨリ度リテ距離相等シキヲ以テ高相等シキ故ナ
リ

BCD 點ヲ過ギテ面ヲ作ル寸ハ DABC 錐躰ヲ成ス則チ
 亦題中言フ所ノ錐躰ニシテ此錐躰ハ EACD 錐躰ト等積
 ナリ何ニトナレバ此兩形ハ共ニ DAO ヲ底面トナシ B
 及ビ E ヲ頂點トス而テ B 及ビ E ハ DAO 面ヨリ度リテ
 距離相等シキヲ以テ高相等シキ故ナリ

増題

截柱躰ノ躰積ハ其底面ト底面上ニ直立スル三邊線ノ
 和ト相乘積三分一ニ同ジ

論云 ABC 三角形ノ面積ヲ G トシ D E F 點ヨリ此底面
 上ノ三垂線ヲ引キナト定ムル寸ハ

$$\text{体錐 } DABC = \frac{1}{3}d \times G,$$

$$\text{体錐 } EABC = \frac{1}{3}e \times G$$

$$\text{体錐 } FABC = \frac{1}{3}f \times G$$

相加フル寸ハ截柱躰トナル故ニ

$$\text{体錐 } ABCDEF = \frac{1}{3}G(d+e+f).$$

一系 PQR ハ截柱躰ノ平行邊線上ニ直立シタル面ナリ
 此面ニ因テ截柱躰ヲ截分スル寸ハ原形ヲ兩分シテ
 PQR ヲ底面トシタル兩截柱躰トナス○今兩柱躰ノ平
 行邊線ハ皆 PQR 面上ニ直立ス故ニ

$$\text{体柱截 } PF = \frac{1}{3}PQR \times (DP+EQ+FR),$$

又註 $AR = \frac{1}{3}POR \times (AP + BQ + CR),$

相加フル寸ハ

又註 $AF = \frac{1}{3}POR \times (AD + BE + CF).$

故ニ三角截柱躰ノ躰積ハ平行邊線ト直交シタル截面ト平行三邊線ノ和ト相乘積三分一二同ジ

凡ソ截柱躰ノ上面底面共ニ邊線上ニ直立セザル寸ハ此法ヲ以テ躰積ヲ求メ得ル

二系 第百二十五圖ノ如キ一平行邊線上ノBG二點ヨリ此邊線上ニ直立シテ面ヲ作ル寸ハ之ニ依テLO直角柱躰ヲ作り得ル而テ此躰積ハ即チ $LGNOPL \times BG$

ニ同ジ○今作ル所ノ柱躰ハ亦原柱躰ト等積ナリ何ニトナレバ $GNOPLEKHG$ 及ビ $BNOPLEDCB$ ハ互ヒニ等形等積ナルガ故ニ $BNOPLEKHG$ ヨリ之ヲ減ズル寸ハ其残り亦互ヒニ相等シ故ニ

又註 $ABCDEFGHK = GNOPL \times BG.$

故ニ柱躰ノ躰積ハ平行邊線上ニ直立シテ作ル面ト一平行邊線ノ相乘積ニ同ジ

第百四十六題

等形多面躰積ノ比例ハ相當邊線三乘方ノ比例ニ同

論云第二百二十四圖ニ於テ $SABCDE$ 及 $SFGHIK$ ハ等形ナリ故ニ

第百二十九題ニ依ル寸ハ次ノ比例式アリ

$$面積\ ABCDE : 面積\ FGHK = SP^2 : SQ^2$$

右ノ比例式ノ各項ト次ノ比例式ノ各項ヲ相乗ス

$$\frac{1}{3}SP : \frac{1}{3}SQ = SP : SQ,$$

$$\frac{1}{3}SP \times ABODE : \frac{1}{3}SQ \times FGHK = SP^3 : SQ^3.$$

右ノ比例式前ノ二率ハ錐體ノ體積ナリ

故ニ又云等形錐體體積ノ比例ハ高三乗方ノ比例ニ同シ

又等形錐體ニ於テ次ノ比例式アリ 第百二十八題第
二増題

$$SP : SQ = SA : SF = AB : FG =$$

$$SP^3 : SQ^3 = SA^3 : SF^3 = AB^3 : FG^3 =$$

之ヲ前ノ比例式ニ用ユル寸ハ

$$等錐\ S : 等錐\ S = SA^3 : SF^3 = AB^3 : FG^3,$$

系 等形ノ兩多面體ハ各々之ヲ同數ノ等形錐體ニ分
ツトヲ得ル 第百三十四題 而テ兩體ノ相當分錐體體

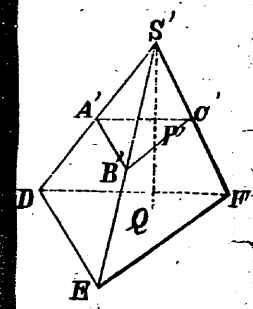
積ノ比例ハ亦其兩分錐體ノ相當邊線三乗方ノ比例
ニ同シ故ニ相當邊線ハ九ベテ互ヒニ比例スルヲ

幾何精要卷之三下終

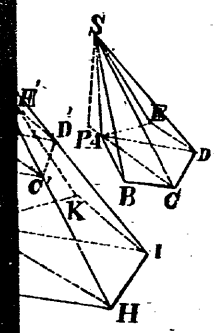
得ルベキガ故ニ兩多面體ノ比例ハ亦相當分錐體ノ
 比例ニ同ジ又兩分錐體ノ相當邊線三乘方ノ比例ニ
 同ジ故ニ等形多面體ノ比例ハ兩體ニ於テ同法ニ作
 ル對角線 或ハ邊面或ハ体内 三乘方ノ比例ニ同ジ

幾何精要卷之三下終

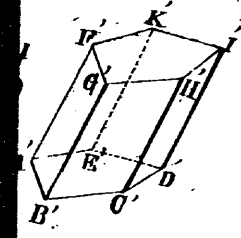
第百廿三

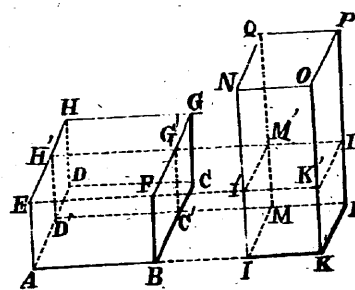


第百廿四

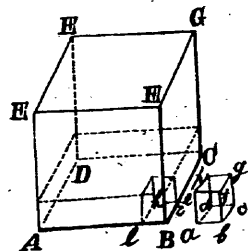


第百廿五

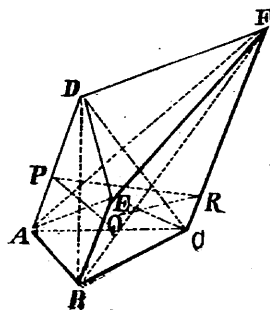




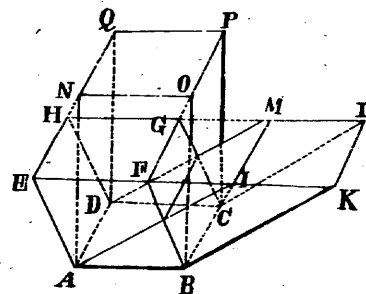
圖五卅百第



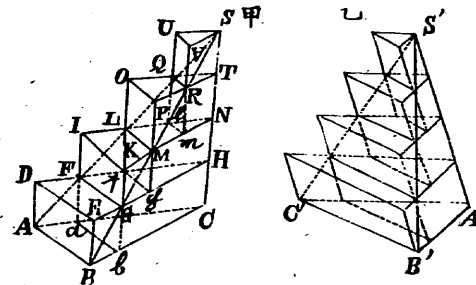
圖六卅百第



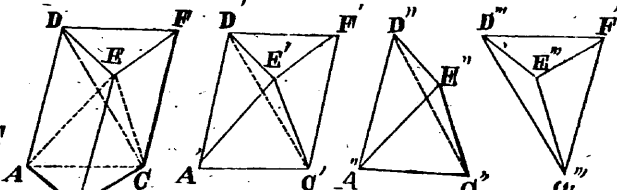
第百卅四圖



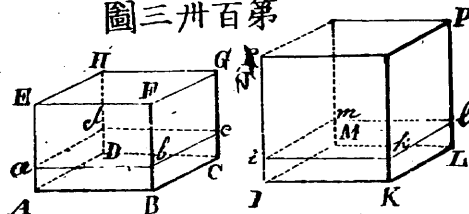
圖一卅百第



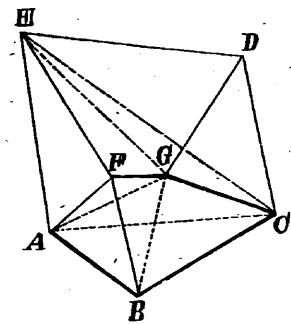
圖二卅百第



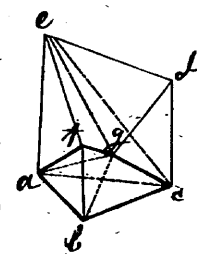
圖三卅百第



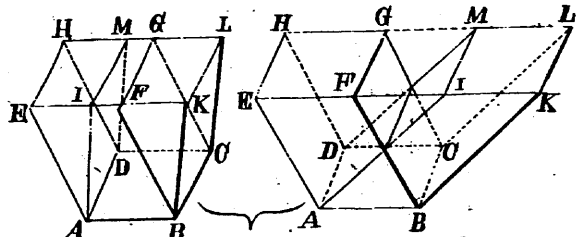
第百廿九圖



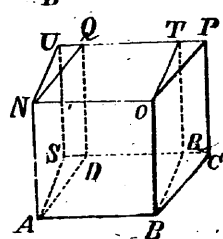
圖七廿百第



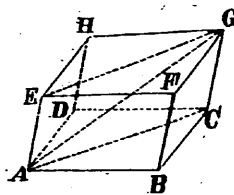
圖八廿百第



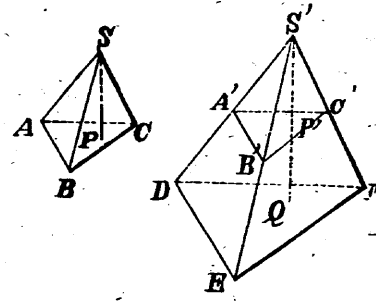
第百三十圖



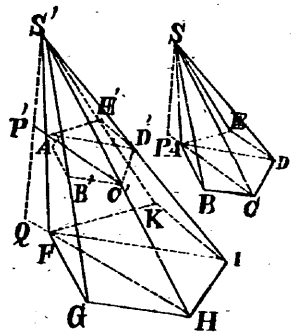
第百廿六圖



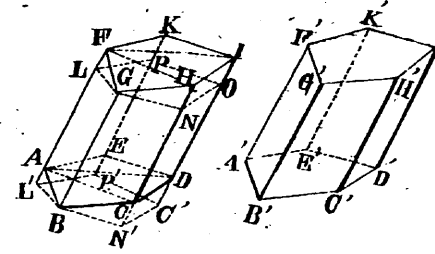
圖三廿百第



圖四廿百第



圖五廿百第



上野繼光編纂
幾何精要

四

館藏書		
四	二號	一架
七册		

第二千五百九號
共七册