

上野繼光編纂  
幾何精要

一下

|     |     |    |   |
|-----|-----|----|---|
| 館藏書 |     |    |   |
| 四   | 175 |    |   |
|     | 2   |    |   |
|     | 59  |    |   |
| 七册  | 二號  | 一架 | 函 |

第三千二百九號  
共七冊

幾何精要卷之一下

圓内及圓外ニ作ル多邊形及圓周ヲ求ル理

ヲ論

第六界説

第二條

第十七圖ノ如クABCニトナレバ

過キテ圓ヲ作ル

三點ヲ過ギテ圓ヲ作ル

於テ任意ニ

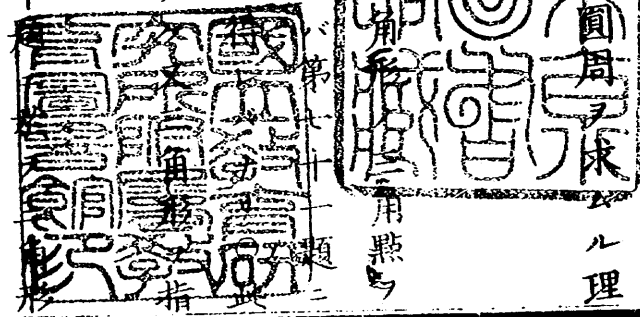
指テ三角形ノ外圓ト名ヅ

テ圓内三角形ト名ヅク

第二條 第二十一題及ヒ増題第三十

幾何精要

卷之一下



ヲ論ズルノ理ヲ再ビ他ノ理ヲ以テ之ヲ論ズベシ  
一節 三角形三角ノ和ハ常ニ二直角ニ同シト何ニト  
ナレバ $\triangle ABC$ 三角ハ各々其向フ所ノ半弧ヲ以テ度リ  
得ルガ故ニ其属スル所ノ半弧ノ和ハ正サシク半圓周  
ニ同ジク即チ二直角ナレバナリ

二節  $BC$ 二角相等シケレバ其對邊亦相等シト何ニ  
トナレバ其角ハ各々其向フ所ノ半弧ヲ以テ度リ得ル  
故ニ $AC$ 及ビ $AB$ 全弧モ亦相等シク且ツ之ニ属スル通弦  
 $AC$ 及 $AB$ モ亦相等シキ故ナリ

三節 總ベテ三角形ニ於テ最大邊ハ最大角ニ對シ最

小邊ハ最小角ニ對スト何ニトナレバ最大弧ハ之ニ属  
スル通弦亦最大ナルガ故ナリ

第三條 凡ツ多邊形ノ角點悉ク圓周ニアルモノ之ヲ  
圓内多邊形ト名ヅク○又多邊形ノ諸邊悉ク圓ノ觸線  
トナルモノ之ヲ圓外多邊形ト名ヅク

第四條 若シ多邊形ノ諸邊皆相等シク而テ諸角皆相  
等シキモノ之ヲ等多邊形ト名ヅク

### 第七十九題

$ABC$  三角形アリ内圓ヲ作ルヲ求ム 第七十六圖

法云  $A$  及ビ  $B$  角ヲ中分シテ分線ヲ作ルハ互ヒニ

○點ニ交ハル即チ求ムル所ノ圓ノ中心ナリ

論云○點ヨリ三角形ノ三邊上ニOD OE OF垂線ヲ作ル  
 片ハAOD及ビAOE三角形ハ等形等積ナリ何ニトナレバ  
 E及ビDハ直角ニシテ $\angle EAO = \angle DAO$ 又AO邊ハ兩三  
 角形ニ通ジ用ユルガ故ナリ 第二十題 故ニ $OD = OE$ ナ  
 リ

同理ニ依テBD及ビBFモ亦等形等積ナリ故ニ $OD = OF$   
 $OD = OE = OF$ ナルガ故ニ○ヲ中心トシODヲ半径ト  
 シテ圓ヲ作ル片ハ此圓EF點ヲ過ギテ行ク而テAB  
 BC ACハOD OE OF半径上ニ直立スルヲ以テ圓ノ觸線ナ  
 リ

リ

此圖法ニ於テA Bノミヲ中分シテ中心ヲ求メタリ  
 ト雖E Cヲ中分シタル線モ亦必ズ中心○點ヲ過ギ  
 テ行クヲ知ル○今OC線ヲ作ル片ハOEC及ビOFC直三  
 角形ハOC斜邊ヲ通ジテ用ヒ且ツOE及ビOF直邊相等  
 レキ故ニ等形等積ナリ 第二十題 之ニ依テOCハ亦E  
 角ヲ中分スル線ナリ

○第七十六圖ニ於テA B C三點ヲ過ギテ作ル圓ハ一  
 个ヨリ多カラズ故ニ第四點圓周ニアラザルDヲ過  
 ギテ圓ヲ作ルヲ得ズ即チ亦ABCDノ如キ任意四邊形

外ニ圓ヲ作ルヲ得ズ只四邊形ニ於テ相對スルニ  
角ノ和二直角同ジキ時ノミ外圓ヲ作ルヲ得ルベ  
シ第六十三題第二増題其他四邊ヨリ多キ形ニ於テ  
等邊ナルモノニアラザレバ外圓ヲ作ルヲ得ズ

第八十題

等多邊形ノ内外ニ圓ヲ作ルヲ得ル

論云第七十七圖ニ於テ  $ABCDEF$  ハ等多邊形ナリ故ニ第十

六界說第四條ニ依ルハ

$$AB = BC = CD = DE = EF = FA,$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F,$$

今多邊形ノ三角點  $A B C$  ヲ過ギテ行ク圓ヲ作ルハ  
ハ此圓界亦他ノ諸角點ヲ過ギテ行ク何ニトナレバ  
 $O$  點ハ圓ノ中心ニノ  $OA = OB = OC$  ナリ又  $OD = OE$  等ヲ  
作ルハ  $AOB$  及ビ  $BOC$  ハ等脚三角形ニシテ兩形ノ三邊  
互ヒニ相等シキヲ以テ等形等積ナリ又  $OAB = OBC = OCB$  角  
ハ各々相等シクシテ多邊形ノ半角ニ等シ故ニ  $OD$  角  
モ亦多邊形ノ半角ニ同ジ故ニ  $OBC$  及ビ  $OCB$  三角形ハ  $OC$   
 $OC, BC = CD = DOCB = OCD$  ナルヲ以テ等形等積ナリ  
故ニ  $OD = OB$  ナルヲ以テ  $D$  點ハ  $A B C$  三點ヲ過ギテ

行ク圓界内ニアルーヲ知ルガ故ナリ○同理ニ依テ  
E點及ビ他ノ諸角點皆圓界ニアルーヲ知ル以上形  
外圓ヲ作り得ルノ理ヲ論ズ

以下形内圓ヲ作ルヲ得ルノ理ヲ論ゼン○外圓ノ  
中心O點ヨリ多邊形ノ諸邊上ニOG OH等ノ垂線ヲ作  
ルルハ以テ圓ノ通弦即チ多邊形ノ諸邊ヲ中分ス第  
五十九題増題○OGB及ビOBH直三角形ハBO斜邊ヲ通ジ  
テ用ヒ且ツOBG及ビOBH相等シキガ故ニ等形等積ナリ  
第二十題故ニ又OG=OH○同理ニ依テO點ヨリ通  
弦上ニ下ダス垂線ハ皆其度相等シキヲ知ルベシ

故ニO點ヲ中心トシOGノ度ヲ半径トシテ圓ヲ作ル  
ルハ即チ諸垂線ノ脚點ヲ過ギテ行ク何ニトナレバ  
多邊形ノ諸邊ハ皆半径ト直交シタルガ故ナリ

### 第十七界説

第一條 等多邊形外圓ノ中心ハ亦内圓ノ中心ナリ

第二條 多邊形ノ中心ヨリ諸角點ヲ過ギテ作ル線ハ  
多邊形ヲ分ツテ若干ノ辺數ニ從フ等形等積ノ等脚三  
角形トナス之ヲ中心三角形ト名ヅク

第三條 諸角點ヨリ中心ニ聯結シタル線ニ因テ成ル  
角ヲ中心角ト名ヅク中心角ノ總和ハ四直角ニ同ジ故

ニ中心角ハ各々四直角ヲ邊數ヲ以テ平分シタル其一  
分ニ同ジ○故ニ邊數 $n$ ナル $R$ ハ中心角ハ各々 $\frac{4}{n} \times R$ ニ  
同シ

第四條 多邊形ノ角ヲ邊角ト名ヅク○多邊形ノ邊角  
ハ中心角ノ並角ニ同ジ何ニトナレバ邊角ハ中心三角  
形底邊ノ兩傍角ノ和ニ同ジキ故ナリ○故ニ邊數 $n$ ナ  
ル $R$ ハ邊角ハ  $2R - \frac{4}{n} \times R = \frac{n-2}{n} \times 2R$  第四十七題増題

### 第八十一題

等多邊形ハ九ベテ等形ナリ但シ邊數相等シキ故ニ其  
周邊ノ比例ハ内圓或ハ外圓半徑ノ比例ニ同ジ

論云第七十八圖ノ如キ兩多邊形ハ邊數互ヒニ等シ  
キナハ其邊角亦互ヒニ相等シ 第十七界説 又兩形ノ  
相當邊ヲ以テ互ヒニ比例スルヲ得ル故ニ互ヒニ  
等形ナリ 第十二界説

又  $\angle AOB$  及  $\angle aob$  角ハ相等シ故ニ  $\triangle AOB$  及  $\triangle aob$  等脚三角形ハ  
等形ナリ故ニ次ノ比例アリ

$$AB : ob = AO : oa$$

$$n \times AB : n \times ob = AO : oa$$

今多邊形ノ邊數 $n$ ナルガ故ニ  $n \times AB$  及  $n \times ob$  多  
邊形ノ周邊ナリ故ニ

$$\text{辺周ノ } ABCDEF : \text{辺周ノ } abcdef = AO : ao,$$

又  $AOG$  及  $aoq$  兩三角形ハ等形ナルガ故ニ次ノ比例式アリ

$$AO : ao = OG : oq,$$

故ニ  $\text{辺周ノ } ABCDEF : \text{辺周ノ } abcdef = OG : oq.$

### 第八十二題

圓内等多邊形アリ今此倍邊數ノ等多邊形ヲ圓内ニ作ルヲ求ム○又已ニ作ル所ノ等多邊形ノ一邊ヲ知リ以テ倍邊等多邊形ノ一邊ヲ知ルヲ求ム

法云第七十九圖ニ於テ  $AB$  ハ已デニ圓内ニ作リタル

等多邊形ノ一邊ニシテ  $AOB$  角ハ此中心角ナリ○故ニ此角ヲ中分スル寸ハ  $AOB$  及  $BOB$  ハ即チ各々倍邊多邊形ノ中心角ニシテ  $AB$  及  $BB$  ハ各々求ムル所ノ一邊ナリ

$AB$  邊ヲ算センガ為ニ  $BO$  半径ヲ引長シテ  $D$  ニ至ル寸ハ第七十五題増題ニ從ッテ次ノ等數アリ

$$BA^2 = BD \times BE = 2AO \times BE$$

$$\text{又 } BE = BO - OE = AO - \sqrt{AO^2 - AE^2},$$

之ヲ前式ニ用ユル寸ハ

$$BA^2 = 2AO [AO - \sqrt{AO^2 - (AB^2)}]$$



兩多邊形外圓ノ半徑ヲ一ト定ムル寸ハ  $\angle AOB = 2n$  ナリ  
故ニ前ノ等數次ノ如ク變ズ

$$AB = \sqrt{2 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{2} AB^2} \right)} \dots \dots \dots (A)$$

$$AB = \sqrt{2 - \sqrt{4 - AB^2}} \dots \dots \dots (A')$$

再ビ  $\angle AOB$  或ハ  $AB$  弧ヲ中分スル寸ハ更ラニ倍邊ノ多邊  
形ヲ作り得ル而テ其一邊ヲ算スルノ等數次ノ如シ

$$AB = \sqrt{2 - \sqrt{4 - AB^2}} \dots \dots \dots (A)$$

○凡ソ等多邊形ノ内等邊三角形ノ如キハ邊數最モ  
少ナク正方形ノ如キモ亦諸邊相等シク諸角皆直  
角ナルヲ以テ外圓ノ半徑ヲ一ト定メ以テ多邊形

ノ一邊ヲ算スルニ他ノ等多邊形ニ比スレバ此兩  
形ノ如キハ殊ニ易シ又其一邊ヲ前知シ以テ次第  
ニ倍邊等多邊形ノ一邊ヲ算スルモ亦他ノ等多邊  
形ニ比スレバ其法甚ダ簡ナリトス

○第八十圖ノ如キハ正方形第八十一圖ハ菱形第八  
十二圖ハ直方形ナリ○正方形外ニ圓ヲ作り得ル  
ハ言フ待タズレテ明ラカナリト雖モ直方形及ヒ  
菱形ノ如キ外圓ヲ作り得ルヤ否ヤ又外圓ヲ作り得  
ル寸ハ何ノ理有テ然ル學者自カラ之ヲ詳ニスベ  
シ

第八十三題

AB線アリ之ヲ一邊トシテ以テ正方形ヲ作ルヲ求ム 第八  
十圖

法云AB線ノ両端ヨリ此線上ニ直立シテAD及ビBCヲ  
作り共ニABニ等シクシ其端D及ビCヲ聯結スル寸  
即チ之ヲ得ル

論云AD BCハ共ニAB上ニ直立スルヲ以テ互ヒニ平行  
ス今又 $AD \parallel BC$ トスルガ故ニAB DCモ亦相等シク且  
ツ平行ス 第三十一題 ○故ニABCDハ直角平行四邊形ニ  
シテ且ツ $AD = AB$ トシタルガ故ニ四邊皆相等シ故

ニ又正方形ナリ

第八十四題

圓アリ圓内等四邊形等八邊形等十六邊形等ヲ作ルヲ  
求ム

法云先ヅ圓内ニ正方形ヲ作り第八十二題ニ從ツテ  
次第ニ此倍邊ノ形ヲ作り得ル

圓内正方形ヲ作ルハAC及ビBDノ如ク互ヒニ直交シ  
タル圓徑ヲ作ル寸ハ以テ圓周ヲ四平分ス故ニAB BC  
CD DA通弦ハ相等シ 第五十四題増題 又ABCD四邊形ノ四  
角ハ各々半圓内ニ成ルヲ以テ皆直角ナリ故ニ圓内

四邊形 ABCD ハ正方形ナリ

系 AOB ハ直角三角形ナルガ故ニ正方形ノ一邊ヲ求ムル等數次ノ如シ

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 = 2.AO^2$$

$$AB = AO\sqrt{2}.$$

AO=1, ト定ムル寸ハ

$$AB = \sqrt{2}.$$

AB ノ等數ヲ第八十二題(A)及ビ(A)ニ用ユル寸ハ等八邊形等十六邊形等ノ一邊ヲ求ムルヲ得ル

第八十五題

圓内ニ等三邊形等六邊形等十二邊形等ヲ作ルヲ求ム

法云先ヅ圓内ニ等六邊形ヲ作り第八十二題ニ從ツテ十二邊形二十四邊形等ヲ作ルヲ得ル又等六邊形ノACE三角點ヲ聯結スル寸ハ等三邊形ヲ作ルヲ得ル○今六邊形ヲ作ルヲ以テ先トスルモノハ等六邊形ノ一邊ハ半徑ニ同ジキガ故ニ法甚ダ簡ナルヲ以テナリ 第八十四圖

今等六邊形ノ一邊ハ外圓ノ半徑ニ同ジキ理ヲ論ゼン○AOB中心角ハ $\frac{1}{2} \times 4R = \frac{1}{2} \times R$ , ナリ而テ中心三角形AOB, ハ常ニ等脚ニシテ其兩傍角ハ各々 $\frac{1}{2}(2R - \frac{1}{2}R) =$

$\frac{1}{2}AB$ ナルヲ以テ  $\triangle AOB$  三角形ハ等邊形ナリ故ニ  $AB$  ハ  
 $AO$  半徑ニ同ジ○故ニ六邊形ヲ作ルニハ半徑ノ度ヲ  
 一邊トシ以テ次第ニ通弦ヲ作ルハ之ヲ得ル○若  
 シ半徑ヲ一ト定ムルハ等六邊形ノ一邊モ亦一ナ  
 リ而テ第八十二題(A)式ニ依テ十二邊形二十四邊  
 形等ノ一邊ヲ算スルヲ得ル

系 今  $\triangle ACE$  三角形ノ一邊ヲ算セントス○ $\triangle ACD$  三角形ハ直  
 三角形ナリ何ニトナレバ  $C$  角半圓内ニ成ルヲ以テ  
 ナリ而テ  $CD$  ハ六邊形ノ一邊  $AD$  ハ外圓ノ半徑ナルヲ  
 以テ次ノ等數アリ

$$AC = \sqrt{(AD^2 - CD^2)} = \sqrt{(20A^2 - AO^2)} = AO \times \sqrt{3}$$

$AO$ ニト定ムルハ

$$AC = \sqrt{3}$$

### 第八十六題

圓内ニ等五邊形等十邊形等二十邊形等ヲ作ルヲ求  
 ム  
 法云先ヅ圓内ニ等十邊形ヲ作リテ後等五邊形ヲ作  
 ル等十邊形ノ一邊ヲ求ムル法ニ云半徑ヲ將テ比例  
 ノ兩内率及ビ兩外率ニ分クルハ其最大分線八十  
 邊形ノ一邊ナリト

今此理ヲ詳ラカニセン第八十五圖ニ於テ $\angle AOB$ ヲ十邊  
形ノ中心角ト定ムルハ $\angle AOB = \frac{10}{6} \times 4R = \frac{20}{3}R$ ナリ  
故ニ $\angle ABO = \angle BAO = \frac{1}{2}(2R - \frac{20}{3}R) = \frac{1}{3}R$ 即チ此角ハ各  
々 $\angle AOB$ 角ノ二倍ナリ○ $AG$ 線ヲ作り以テ $\angle BAG$ ヲ $\angle BOA$ ニ同ジ  
カラシムルハ $\angle BAG$ 及ビ $\angle BAO$ 三角形ハ $B$ ヲ通ジテ用ヒ  
且ツ $AO=BO$ 而テ $AG=AB$ ナルガ故ニ共ニ等脚三角形  
ニシテ等形ナリ

又 $\angle BAG = \angle O = \frac{1}{2}\angle BAO$ 故ニ亦 $\angle GAO = \frac{1}{2}\angle BAO = \angle O$ ナリ  
○ $AGO$ 三角形モ亦等脚ナルガ故ニ $OG = GA = AB$ ,  
 $BAG$ 及ビ $BAO$ 三角形等形ナルガ故ニ次ノ比例式アリ

$$BG : AB = AB : BO,$$

而テ $AB=OG$ ナルガ故ニ

$$BG : OG = OG : BO,$$

故ニ半径ヲ $G$ 點ニ於テ兩内率及ビ兩外率ニ分ツサ  
ハ其最大分線 $OG$ ハ十邊形ノ一邊 $AB$ ニ同ジ

系 第七十六題増題ニ從ツテ十邊形ノ一邊ヲ求ムル  
等數次ノ如シ

$$AB = \frac{1}{2}AO(-1+\sqrt{5}),$$

$$AO=1, \text{ハ定ムルナリ}$$

$$AB = \frac{1}{2}(-1+\sqrt{5}),$$

第八十二題(A)(A)式ニ從ツテ等二十邊形等四十邊形  
等ノ一邊ヲ算スルヲ得ル

等五邊形ノ一邊ヲ算セント欲セバ次ノ等數ヲ用ユ

$$(\frac{1}{2}AC)^2 = AB^2 - (\frac{1}{2}BG)^2,$$

BGハ半徑ノ最小分線ナルガ故ニ第七十六題増題ニ  
從ツテ次ノ等數アリ

$$BG = \frac{1}{2}AO(3-\sqrt{5}).$$

半徑ヲ一定メ以テ五邊形ノ一邊ヲ求ムル等數ヲ  
得ル一次ノ如シ

$$AO = \frac{1}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}.$$

右ノ等數ニ依ルハ五邊形一邊ノ二乗方ハ同圓内  
十邊形一邊ノ二乗方ト六邊形一邊ノ二乗方ノ和ニ  
同ジ

○等六邊形ノ一邊ニ屬スル弧ト等十邊形ノ一邊ニ屬  
スル弧ノ差ハ等十五邊形ノ一邊ニ屬スル弧ニ同ジ  
故ニ圖ニ於テAHハ半徑ABハ十邊形ノ一邊ナルハ  
BHハ即チ十五邊形ノ一邊ナリ何ニトナレバ六邊形  
ノ中心角ハ $60^\circ$ ニシテ十邊形ノ中心角ハ $36^\circ$ ナリ相減  
ズルハ $24^\circ$ トナル即チ $24^\circ = \frac{1}{5} \times 360^\circ$ ナルガ故ナ  
リ

第八十七題

圓内等多邊形アリ今圓外ニ於テ同邊數ノ等多邊形ヲ作ルヲ求ム○又圓外等多邊形アリ今圓内ニ於テ同邊數ノ等多邊形ヲ作ルヲ求ム

法云第八十六圖ニ於テ *afede* ハ圓内等多邊形ニシテ○

ハ外圓ノ中心ナリ *abc* 等ノ角點ヲ過ギテ外圓ノ觸線ヲ作り互ヒニ交ハラレムル寸ハ即チ圓外等邊

形 *ABCDE* ヲ作り得ル

論云 *oa ob* 等ノ半径ヲ作ル寸ハ即チ觸線 *AB BC* 等ト直交ス又此半径ヲ以テ圓内多邊形ノ邊角ノ中分ス故ニ

$$\angle Aob = \angle Bco = \angle Bce = \angle Bcf$$

又 *ab bc cd* 等ノ邊ハ元相等シキ故ニ *aAb bBc cCd* 等ノ三角形ハ皆等形等積ニシテ等脚三角形ナリ故ニ

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$$

$$aA = Ab = bB = Bc = cC = cD$$

之ニ依テ又

$$AB = BC = CD$$

故ニ圓外ニ作リタル多邊形ハ諸角皆相等シク諸邊

皆相等シキヲ以テ等辺形ナリ

後題ニ於テ圓外多邊形ノ諸辺ト内圓トノ觸點 $ab$

$c$ 等ヲ聯結スルハ即チ圓内等邊形ヲ作り得ル

論云 $aAbo$  $bBco$ 等ノ四邊形ニ於テ各々 $aAb$ 及 $bBc$ 等ハ直

角ナルガ故ニ $\angle A$  $\angle B$  $\angle C$ 等ハ悉ク中心角 $\angle O$ ノ並角ナリ

$\angle A$  $\angle B$  $\angle C$ 等相等シキ故ニ亦中心角相等レ之ニ依テ

亦他ノ諸角及ビ諸邊相等シキヲ知リ得ルベシ

又圓内多邊形 $abccle$ ノ如キハ圓外多邊形ノ諸邊ト平行

スレモ亦 $abcle$ 多邊形ト相等シ此ノ如キ多邊形ヲ作ラ

ント欲セバ圓外多邊形ノ角點 $ABC$ 等ト中心 $O$ 點

トヲ聯結シテ線ヲ作り此線ト圓界ト交ハル所ノ諸

點 $a$  $b$  $c$ 等ヲ聯結スルハ即チ之ヲ得ル $O$ 何ニト

ナレバ $\angle AOB$  $\angle BOC$ 等ノ中心角ハ圓外多邊形ノ中心角ト異

ナラズシテ $\angle ab$  $\angle bc$ 等ノ弧ハ皆相等シキヲ以テ諸邊亦

相等シ故ニ等邊形ナリ

系 圓内等多邊形ノ一邊ヲ前知シ以テ圓外同邊數ノ

等多邊形ノ一邊ヲ知ルヲ求ム

法云 $OGa$ 及ビ $QAa$ 三角形ハ共ニ直三角形ニシテ $\angle O$ ヲ通

ジテ用ユルガ故ニ等形ナリ故ニ次ノ比例ヲ得ル



$$OG : Ga = Oa : aA,$$

$$\text{即チ } OG : ab = Oa : AB,$$

$$\text{故ニ } AB = \frac{ab \times Oa}{OG} = \frac{ab \times Oa}{\sqrt{(aO^2 - (ab)^2)}} \dots\dots (B)$$

$Oa = 1$  ト定ムルサハ

$$AB = \frac{ab}{\sqrt{1 - (ab)^2}} = \frac{2ab}{\sqrt{4 - ab^2}} \dots\dots (B)$$

○前諸題ノ如ク圓内及ビ圓外ニ等多邊形ヲ作り次第ニ其邊數ヲ $2n$ 等ノ如クニ増スハ圓内多邊形ノ周邊ハ漸ク大トナリ圓外多邊形ノ周邊ハ

漸ク小トナル○今此理ヲ詳ラカニセン第八十七圖ニ於テ $ab$ ヲ圓内 $n$ 邊形ノ一邊ト定メ $ab$ 弧ヲ中分スルサハ $aa'$  $ab$ ハ各々圓内 $2n$ 邊形ノ一邊ナリ○ $a'b'a'$ ニ於テ $aA$  $bA$ 觸線ヲ作ルサハ $aA$ 及ビ $bA$ ハ各々圓外 $n$ 邊形ノ半邊ニシテ $ab$ ハ $2n$ 邊形ノ一邊即チ $aA$  $bA$ ハ各々 $2n$ 邊形ノ半邊ナリ○ $aa'b$ 三角形ニ於テ

$$aa' + ab > ab,$$

各々 $n$ 倍スルサハ $n$ 邊形及ビ $2n$ 邊形ノ周邊トナル

$$n \times oa + n \times ob > n \times ab,$$

故ニ圓内多邊形ノ周邊ハ邊數増スニ從ツテ漸ク大トナル

BA'ハ圓外2n邊形ノ一邊ニシテAOA'ハ各々n邊形ノ半邊ナリ今AAB'三角形ニ於テ

$$BA' < AA' + AB',$$

而テ  $oAb' < oa + ba,$

αAb'ハ圓外2n邊形二邊ノ和ニ同シOA+BAハn邊形ノ一邊ナリ各々之ニn倍スルサハn邊及ビ2n邊ノ周邊トナル

$$n \times oAb' < n \times oa + n \times ba$$

故ニ圓外多邊形ノ周邊ハ邊數増スニ從ツテ漸ク小トナル○同邊數ノ等多邊形周邊ノ比例ハ其内圓半徑ノ比例ニ同ジキガ故ニ今圓外多邊形ノ周邊ヲP圓内多邊形ノ周邊ヲpト定ムルサハ

$$P : p = oa : ob,$$

而テ  $P - p : oa - ob = P : oa,$

$$\text{故ニ } P - p = \frac{ob \times P}{oa}.$$

兩多邊形ノ邊數次第ニ増スサハP-pノ差ヒ漸ク小

トナリ之ニ從ツテ $\frac{C}{n}$ モ亦漸ク小トナル然レモ  
 $\frac{C}{n} : \frac{C}{m}$  比例ハ常ニ變ズルナシ

内外多邊形ノ邊數増スニ從ツテ兩形周邊ノ差ヒ  
漸ク小トナリ終ヒニ殆ンド無ニ至ルト雖モ外多  
邊形ノ周邊ハ圓周ヨリ大内多邊形ノ周邊ハ圓周  
ヨリ小ナラザルナシ故ニ圓周ト外多邊形或ハ  
内多邊形ノ周邊トノ差ヒハ内外多邊形周邊ノ差  
ヒニ比スレバ更ラニ少ナシ

### 第八十八題

兩圓アリ其圓周ノ比例ハ半徑或ハ圓徑ノ比例ニ同ジ

論云同邊數ノ兩多邊形ニ於テ其周邊ノ比例ハ其内  
圓半徑ノ比例ニ同ジト今周邊ヲ $P$ 及ビカトリ半徑  
ヲ $R$ 及ビカトリ定ムルサハ  $P : p :: R : r$  ナリ○又兩  
内圓圓周ヲ $C$ 及ビ $c$ ト定ムレハ邊數無數ニ増スナ  
ハ即チ  $\frac{C}{n} : \frac{c}{n} :: \frac{C}{m} : \frac{c}{m}$  ノ差ヒハ殆ンド無キニ至ル故ニ次  
ノ比例式ヲ得ル

$$C : c :: R : r$$

又圓徑ヲ $D$ 及ビ $d$ ト定ムルサハ  $D = 2R, d = 2r$  ナ  
リ故ニ

$$C : c :: 2R : 2r :: D : d$$

系 本題ニ依ル寸ハ九ベテノ圓ニ於テ圓周ト半徑トノ比例ハ常ニ同ジ故ニ  $\frac{O}{R}$  ハ  $\frac{c}{r}$  ニ同ジ此比例ノ率ヲ記スニ希臘字ノ  $\pi$  ヲ以テス即チ圓徑ヲ一ト定メタル圓周ノ度ナリ此數ヲ知ル寸ハ圓徑ヲ以テ圓周ノ度ヲ知リ圓周ヲ以テ圓徑ノ度ヲ知ルヲ得ル

○今圓周ヲ  $O$  トシ半徑ヲ  $r$  ト定ムル寸ハ

$$O : 2\pi r :: 5 : 1$$

故ニ

$$O = 2\pi r \quad r = \frac{O}{2\pi}$$

第八十九題

圓周ト圓徑トノ比例ノ率  $\pi$  ノ數ヲ求ム

法云第八十二題(A)式ニ從ツテ半徑ヲ一ト定メタル圓内  $n$   $2n$   $4n$   $8n$  邊形等ノ周邊ヲ求メ又第八十七題(B)式ニ從ツテ圓外  $n$   $2n$   $4n$   $8n$  邊形等ノ周邊ヲ求ムル寸ハ終ヒニ兩形ノ周邊互ヒニ相近ヅキ圓周ノ漸近數ヲ得ル○多邊形ハ或ハ四邊形或ハ五邊形或ハ六邊形ヲ用ユルモ任意ナレハ六邊形ノ如キハ其一邊外圓ノ半徑ニ等シキヲ以テ他ノ多邊形ニ比スレバ算式簡ナルガ故ニ今六邊形ヲ用ユ○圓内六邊形ノ一

邊ヲ $\alpha$ 十二形ノ一邊ヲ $\alpha_1$ 二十四邊形ノ一邊ヲ $\alpha_2$ 等  
トシ又圓外六邊形ノ一邊ヲ $A$ 十二邊形ノ一邊ヲ $A_1$   
二十四邊形ノ一邊ヲ $A_2$ 等ト定ム○第八十二題(A)式  
第八十七題(B)式ニ依ルナハ

$$A = \frac{\alpha}{2\sqrt{(4-\alpha^2)}}$$

$$\alpha_1 = \sqrt{(2-\sqrt{(4-\alpha^2)})}$$

圓内六邊形ノ一邊ヲ一ト定ムルナハ

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3},$$

故ニ圓内六邊形ノ周邊ハ6ニシテ圓外六邊形ノ周  
邊ハ $\frac{4}{3}$ ナリ而テ圓周ノ數ハ此兩數ノ間ニアラルヲ以  
テ十二邊形二十四邊形等ト次第ニ邊數ヲ倍シテ圓  
周ノ漸近數ヲ求ム

今算用ニ便ナルガ爲ニ $\frac{1}{2}\sqrt{(4-\alpha^2)} = n_1, \frac{1}{2}\sqrt{(4-\alpha_2^2)} = n_2,$   
ト定メ次ノ等數ヲ得ル

$$\alpha_1 = \sqrt{(2-\sqrt{3})}, \quad A_1 = \frac{\alpha_1}{n_1}, \quad 2n_1 \begin{cases} > 12\alpha_1 \\ < 12A_1 \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \sqrt{(2-2n_1)}, \quad A_2 = \frac{\alpha_2}{n_2}, \quad 2n_2 \begin{cases} > 24\alpha_2 \\ < 24A_2 \end{cases}$$

$$a_3 = \sqrt{(2-2\sqrt{2})} \quad A_3 = \frac{a_3}{\sqrt{2}} \quad 2\sqrt{2} \begin{cases} 48a_3 \\ 48A_3 \end{cases}$$

推ヲス下ニ

$$\sqrt{3} = 1732050807568877,$$

前式ヲ以テ算用シタル内外多邊形ノ邊周ヲ次ニ帛

$$\begin{aligned} a_1 &= 6,517638090205 & 12a_1 &= 6,216571 \\ r_1 &= 6,965,925826289 & 12A_1 &= 6,4307806 \\ a_2 &= 6,261052384440 & 24a_2 &= 6,265,2572 \\ r_2 &= 6,991444861374 & 24A_2 &= 6,8193139 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= 6,130806268460 & 48a_3 &= 6,2787004 \\ r_3 &= 6,997858923234 & 48A_3 &= 6,2921724 \\ a_4 &= 6,065438166643 & 96a_4 &= 6,2820689 \\ r_4 &= 6,997464587476 & 96A_4 &= 6,2854292 \\ a_5 &= 6,032723463253 & 192a_5 &= 6,2829049 \\ r_5 &= 6,999866137909 & 192A_5 &= 6,2837461 \\ a_6 &= 6,016362279208 & 384a_6 &= 6,283152 \\ r_6 &= 6,999966583917 & 384A_6 &= 6,2833260 \\ a_7 &= 6,008181208252 & 768a_7 &= 6,2831678 \\ r_7 &= 6,999991633444 & 768A_7 &= 6,2837223 \end{aligned}$$

|                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| $d_8 = 9064090612582$ | $1536d_8 = 6,2831809$  |
| $d_7 = 9999997908351$ | $1536d_7 = 6,2831941$  |
| $d_6 = 9002045307361$ | $3072d_6 = 6,2831842$  |
| $d_5 = 9999999477089$ | $3072d_5 = 6,2831875$  |
| $d_4 = 9001022653214$ | $6144d_4 = 6,2831860$  |
| $d_3 = 9999999869272$ | $6144d_3 = 6,2831808$  |
| $d_2 = 9000511526924$ | $12288d_2 = 6,2831852$ |
| $d_1 = 9999999967318$ | $12288d_1 = 6,2831854$ |

右ノ表ニ於テ内外多邊形ノ邊數増ス寸ハ内外形ノ邊周次第ニ相近ヅキ一万二千二百八十八邊形ニ至

ル寸ハ内外形ノ邊周零以下六位ニ至ル迄相合シ七位ニ至リテ差フノミ而テ  $6,283185$  ニ至ル迄圓周ノ數一相合ス元圓周ハ此内外ニ作ル  $12288$  邊形ノ間ニアルヲ以テ最末ノ奇零數ヲ折衷シ以テ  $6,283185$  ヲ得即チ半徑ト圓周トノ比例ノ率ナリ若シ半徑ヲ一ト定ムル寸ハ  $31415926$  ハ半圓周ニシテ圓徑ト圓周トノ比例ノ率ナリ

今圓周ヲ一ト定メ以テ圓徑ヲ知ラント欲スル寸ハ

$$2R = \frac{0}{\pi} = \frac{1}{3141926} = 63183099$$

○アルキメデス氏ハ圓周ヲ $\frac{10}{71}$ 及ビ $\frac{10}{70}$ ノ間ニアリトシ  
 圓徑ト圓周トノ比例ヲ $1:3\frac{1}{7}$ 即チ $7:22$ ニ近シト  
 定メタリ即チ此數九十六邊形ノ漸近數ニ近シ○又  
 メチユス氏ハ圓徑ト圓周トノ比例ヲ $1:3:35$ ト定  
 ム即チ $31415929$ トナル奇零以下六位ニ至ル迄圓周  
 ト相合スルヲ以テ甚ダ精密ノ法ナリトス

○圓内多邊形ノ邊周ヲ算スルニ一ノ別法アリ第七十  
 九圖ニ於テ $BC$   $BC$ 等ノ通弦ハ $AB$   $AB$ 等ノ通弦ト交ハリ  
 テ半周ニ向フヲ以テ互ヒニ直角ヲ成ス○故ニ $\angle ABC$   
 $\angle ABC$ 等ノ角ハ皆直角ナリ故ニ次ノ等數ヲ得ル

$$BC = \sqrt{(AC^2 - AB^2)}, \quad BC' = \sqrt{(AC'^2 - AB'^2)}, \quad \text{等}$$

$$\angle A = 1, \quad AB = a, \quad AB' = a_1, \quad AB'' = a_2, \quad \text{等} \quad BC = l, \quad BC' = l_1, \quad BC'' = l_2, \quad \text{等}$$

$$l = \sqrt{(4 - a^2)}, \quad l_1 = \sqrt{(4 - a_1^2)}, \quad l_2 = \sqrt{(4 - a_2^2)}, \quad \text{等}$$

第八十二題(A)式ニ從フサハ

$$a_1 = \sqrt{(2 - \sqrt{(4 - a^2)})}, \quad a_2 = \sqrt{(2 - \sqrt{(4 - a_1^2)})}, \quad \text{等}$$

此式中 $l$   $l$ 等ヲ用ユルサハ

$$a_1 = \sqrt{(2 - l)}, \quad a_2 = \sqrt{(2 - l_1)}, \quad \text{等}$$

$$\text{又} \quad a_1^2 = 2 - l, \quad a_2^2 = 2 - l_1, \quad \text{等}$$

又 $l$   $l$ 等ヲ求ムル次ノ等數アリ



$k_1 = \sqrt{2+6}, \quad k_2 = \sqrt{2+6_1}, \quad k_3 = \sqrt{2+6_2}, \quad \text{等}$   
 今  $a=1$  ト定ムルサハ

$$k = \sqrt{3} = 1.7320508075,$$

$$k_1 = \sqrt{(2+1.7320508075)} = 1.9318516525,$$

$$k_2 = \sqrt{(2+1.9318516525)} = 1.9828897227,$$

$$k_3 = \sqrt{(2+1.9828897227)} = 1.9957178465,$$

$$k_4 = \sqrt{(2+1.9957178465)} = 1.9989291749,$$

$$k_5 = \sqrt{(2+1.9989291749)} = 1.9996322758,$$

$$k_6 = \sqrt{(2+1.9996322758)} = 1.9999330678,$$

$$k_7 = \sqrt{(2+1.9999330678)} = \sqrt{3.9999330678}.$$

$k$  ヲ六邊形ニ属スルトスルサハ  $k_7$  ハ 768 邊形ニ属ス  
 之ヲ以テ  $k_7$  ヲ求ノント欲スルサハ

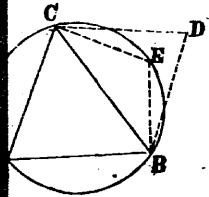
$$\begin{aligned}
 k_7 &= \sqrt{(4-k_1^2)} = \sqrt{(4-3.9999330678)} = \\
 &= \sqrt{0.0000669322} = 0.00818121.
 \end{aligned}$$

763 ヲ乗ズレバ 768 邊形ノ周邊ヲ得ル即チ前表ノ數ニ  
 同シ○圓外多邊形ノ周邊ヲ求ムルハ亦前法ニ同シ

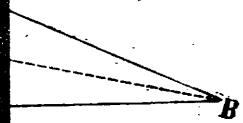
幾何精要卷之一下 終

K110143-11-1

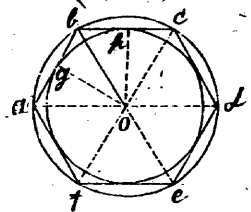
第六十七第



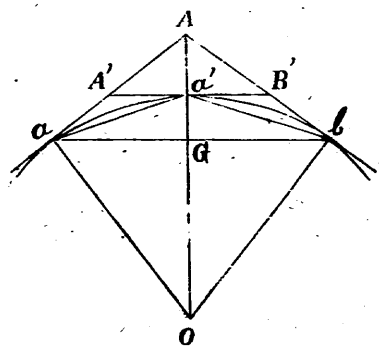
第七十七第



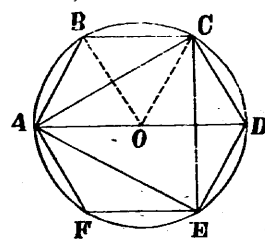
十七第



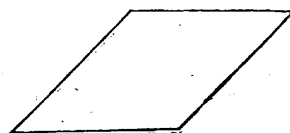
圖七十八第



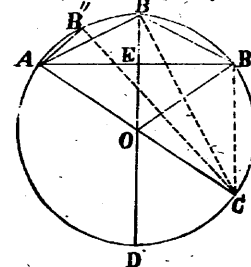
圖四十八第



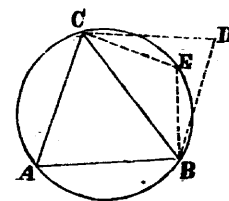
圖一十八第



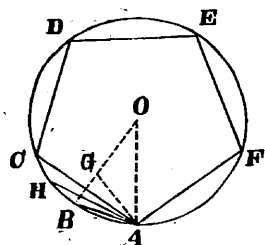
圖九十七第



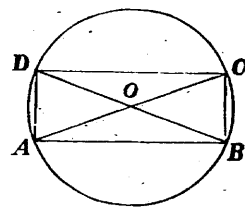
圖六十七第



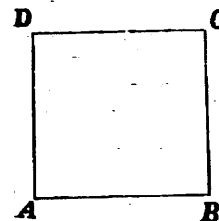
圖五十八第



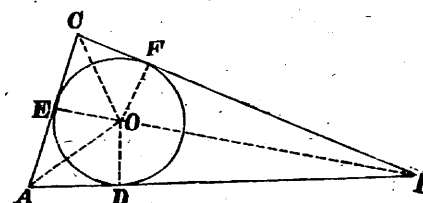
圖二十八第



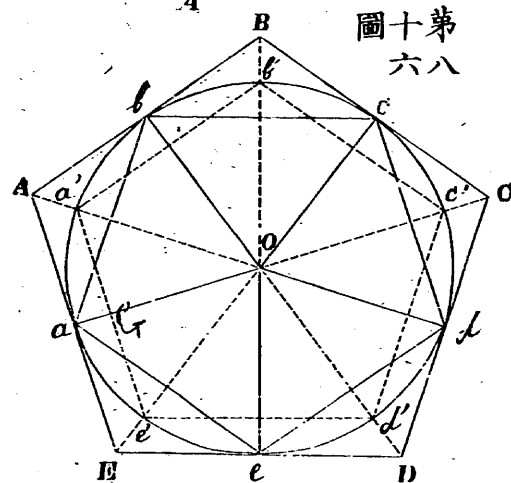
圖十八第



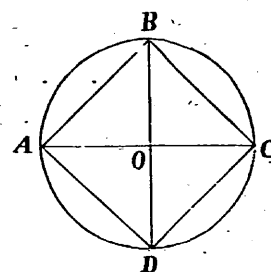
圖七十七第



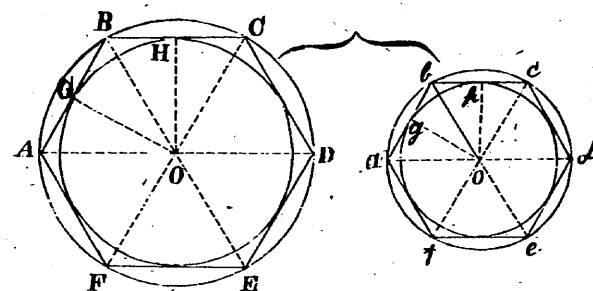
圖十第  
六八



圖三十八第



圖八十七第



上野繼光纂  
幾何精要

二

399

|     |    |
|-----|----|
| 館藏書 |    |
| 175 | 2  |
| 59  |    |
| 七册  | 二號 |
| 二架  | 函  |

第二千四百九號  
共七冊