

上野繼光編纂
幾何精要

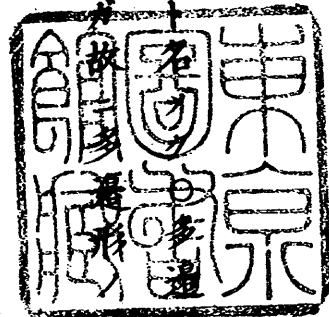
一ノ中

館誌
175
2
59
七冊
二號
二架

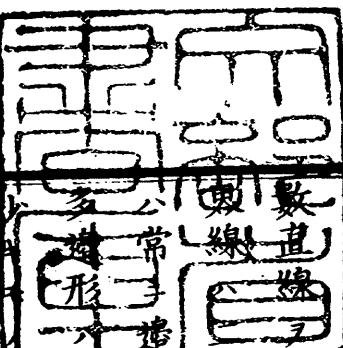
第三百零九號
夫三所

幾何精要卷之一 中

多邊形ヲ論ス
第十畧説
又部省普



形ノ
用數



數直線ヲ以テ界スル面ヲ多邊形トシテ
線ノ五ニ相交ハル
同書以章

多邊形ハ角及ビ邊數ニ從ツテ之ヲ名ヅク
ハ三角形ニシテ三邊ヲ以テ形
數四ナルモノヲ四邊形五ナルモノヲ五邊形トシテ
ノヲ六邊形ト名ヅク以下之ニ倣フ○第四
圖

幾何精要

キ
ABCDEF
ハ其形状ニ拘ハラズ六邊形ナリ

多邊形ノ二角點ヲ聯結スル線ヲ對角線ト名ヅク
多邊形ノ角ニ凸角凹角ノ兩種アリ角空形内ニ向フモ
ノハ凸角ニシテ形外ニ向フモノハ凹角ナリ第四十七
圖ノ如キハ凸角ノミアリテ凹角ナシ又第四十八圖ニ
於テDEFノ如キハ凹角ナリ○又相近キ對角線ノ所在ニ
因テ角ノ凸及ビ凹ヲ知り得ルベシ則チ第四十七圖ハ
ノ如キハ凸角ニシテ其對角線形内ニアリ又第四十八
圖ハEノ如キハ凹角ニシテDEFヲ聯結スル對角線形

ニアリ

四邊形ノ内相對スル二邊毎ニ互ヒニ平行シタルモノ
ヲ平行四邊形ト名ヅク第四十九圖 ABCDノ如キ是ナリ

第四十五題

平行四邊形ニ於テ次ノ條アリ

第一條 AC或ハDB對角線ニ因テ等形等積ノ兩三角形
ニ分ツ 第四十九圖

第二條 相對スル二邊AB及ビDC或ハAD及ビBCハ互ヒ
ニ相等シ又相對スル二角∠D及ビ∠B或ハ∠A及ビ∠Cハ互
ヒニ相等シ

第三條 四邊形ノ相對スル二邊毎ニ互ヒニ相等シキモノハ平行四邊形ナリ

第四條 四邊形ノ相對スル二邊相等シク且ツ平行シタルモノハ平行四邊形ナリ

第五條 四邊形ノ相對スル二角毎ニ相等シキモノハ平行四邊形ナリ

論云第一條ニ於テAC對角線ヲ作ルナハ $\angle BAC$ 及ビ $\angle ACD$ ハ内錯角ナルヲ以テ互ヒニ相等シ第三十一題○又BC及ビADハ平行ナルガ故ニ $\angle AOB$ 及ビ $\angle OAD$ 相等シ而テABC及ビADC三角形ハAC邊ヲ通ジテ用ユルガ故ニ等形等積

ナリ

第二條ニ於テABD及ビBCD三角形亦等形等積ナルガ故ニ $AB=CD$, $AD=BC$ 而テ $\angle ABC=\angle ADC$, $\angle BAD=\angle BCD$ ナリ

第三條ニ於テ $AB=CD$, $BC=AD$ ナルナハABC及ビADC三角形ハ等形等積ナリ何ニトナレバ兩形ノ三邊互ヒニ相等シキヲ以テナリ故ニ $\angle BAC=\angle ACD$ 故ニAB及ビCDハ平行ス又 $\angle BCA=\angle CAD$ ナルガ故ニBC及ビAD平行ス第四條ニ於テABCD四邊形ノBC及ビAD平行シタルナハ $\angle ACD$ 及ビ $\angle CAB$ 相等シ第三十一題○然ルナハABO及ビOAD三角形ハ等形等積ナリ何ニトナレバ二邊及ビ中間ノ一

角相等シキヲ以テナリ。而テ $\angle BAC = \angle ACD$ ナルガ故ニ AB 及ビ CD ハ平行ス之ニ依テ $ABCD$ 四邊形ハ相對スル二邊毎ニ互ヒニ平行ス。

第五條ニ於テ ABD 及ビ BOD 三角形ノ三角ノ和ハ各々ニ直角ニ同ジ。而テ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ ナルハ四角ノ和ハ $2 \times \angle A + 2 \times \angle B$ ニ同ジク其和ハ四直角ニ同ジ故ニ $\angle A + \angle B$ ハ二直角ニ同ジ故ニ AD 及ビ BC ハ平行ス。同理ニ依テ AB 及ビ DC モ亦平行ナルヲ知ル。

第四十六題

平行四邊形ノ兩對角線ハ互ヒニ相中分ス

論云 AOD 及ビ BOC 三角形ハ等形等積ナリ何ニトナレバ AD 及ビ BC 相等シク且ツ平行ナルヲ以テ $\angle ADO = \angle OBC$, $\angle DAO = \angle OCB$ ナルガ故ナリ。第四十五題ノ参考スベシ故ニ $AO = OC$, $DO = OB$ ナリ。

第十一界說

平行四邊形ノ一角直角ナルハ他ノ諸角皆直角ナリ。假令バ第八十二圖ニ於テ $\angle A$ ヲ直角トスレバ之ニ對スル $\angle C$ ハ亦直角ナリ而テ AD , BC 又 AB , DC 各々平行ナルガ故ニ $\angle B$ 及ビ $\angle D$ 亦相等シク直角ナリ。此ノ如キ形ヲ直方形ト名ヅク。

故ニ直方形ハ其對角線互ヒニ等シ

何ニトナレバ ADD 及ビ BDD 三角形ハ AD 及ビ BD 直角ニシテ此角ノ兩傍邊互ヒニ等シキヲ以テ等形等積ナル故ナリ

斜角平行四邊形ハ其對角線常ニ相等シカラズ而テ兩銳角ヲ聯結シタル對角線ハ兩鈍角ヲ聯結シタル對角線ヨリ大ナリ

何ニトナレバ ADD 及ビ BDD 三角形ニ於テ $AD = BD, DC = DC$ ニシテ中間ノ角 D ハ他ノ中間ノ角 C ヨリ大ナルヲ以テ $DB > AC$ ナルガ故ナリ 第四十九圖

平行四邊形其諸邊相等シキモノヲ菱形ト名ヅク但斜角而テ直角平行四邊形ノ四邊相等シキモノヲ正方形ト名ヅク○故ニ正方形ハ諸邊皆相等シク諸角皆直角ナリ 第八十圖ヲ見ルハ自カラ明ラカナリ

第四十七題

多邊形ノ一角點ヲ他ノ諸角點ニ聯結シテ對角線ヲ作ルハ原形ヲ分ツテ數三角形トナス而テ其數ハ常ニ邊數ヨリニケ少ナシ

論云第四十七圖ニ於テ O 點ヲ他ノ角點 A, E, F ト聯結シテ OA, OE, OF 對角線ヲ作ルハ原六邊形ヲ分ツテ

CBA CAFE CED 四三角形トナス○此三角形ノ内CBA及ビCED
 兩形ハ多边形ノ最外ニアリテ各々原形ノ二辺ヲ以
 テ形ヲ成ス○故ニ最外ノ兩三角形ハ已デニ多边形
 ノ四辺ヲ以テ形ヲ成ス他ノ三角形ハ此間ニ在シ
 各々多边形ノ一辺ト二對角線ヲ以テ形ヲ成ス故ニ
 今多边形ノ辺數ヲ n ト定ムル寸ハ尚ホ殘ル所ノ辺
 數ハ $n-4$ ナリ則チ亦其間ニ在スル三角形ノ數ニ同
 ジ○而テ $n-4$ 段ノ三角形ニ最外ノ兩三角_形加フル寸
 ハ三角形ノ總數 $n-2$ 段トナル

○多边形ヲ分チタル各三角形三角ノ和ハ皆二直角ニ

同ジ故ニ其角ノ總和ハ則チ多边形内角ノ和ニ同ジ
 之ニ依テ次ノ増題アリ

増題

多边形内角ノ和ハ $n-2$ 倍二直角ニ同ジ

○設シ多边形凹角アリト雖モ亦此題ト合ス何ニトナ
 レバ凹角ハ内角ニアラズシテ外角ナルガ故ナリ○
 第四十八圖ニ於テDEF角ハ凹角ニシテDEC BEA AEF角ノ
 和ハ即チ内角ナリ○今直角ヲ R ト定メ辺數ヲ n ト
 スル寸ハ則チ内角ノ和ハ亦 $(n-2)R$ ニ同ジ

第四十八題

多邊形ノ諸辺ヲ同方ニ從ツテ引長スルハ隣辺ト外角ヲ成ス而テ此外角ノ和ハ四直角ニ同ジ 第四十七圖
。但レ四角ナキモノ

論云外角 $\angle ABA'$ 其隣内角 $\angle BAC$ ト合スルハ二直角ナリ

○多邊形ノ邊數ヲ n ト定ムルハ内角及ビ外角ノ

和ハ即チ $n \times 2R$ ナリ ○第四十七題増題ニ依ルハ内角

ノ和ハ $(n-2) \times 2R$ ナリ故ニ之ヲ減スレバ $(n-2) \times 2R$

即チ $2 \times 2R$ トナル

○若レ兩多邊形アリ共ニ對角線ニ因テ分ツ所ノ三角
角形互ヒニ同數ニレテ且ツ相當三角形互ヒニ等

形等積ナルハ則チ此形ヲ將テ彼ノ形上ニ置クニ
諸部互ヒニ相合ス此ノ如キハ則チ等形等積ナ

リ

第四十九題

多邊形ノ諸邊及ビ諸角ヲ知ルハ其形定マルヲ得
ル故ニ亦等形等積ノ多邊形ヲ作ルヲ得

論云第四十七圖ニ於テ $ABCDEF$ 多邊形ノ AB BC CD DE EF 及ビ

此辺ノ互ヒニ成ス角ヲ知リ以テ等形等積ノ多邊形
ヲ作ランニハ先ツ $AB \parallel A'B'$ トシ ABC $A'B'C'$ ABC 同ジク作り

$BC = BC$ トシテ $\angle BOD$ $\angle BCD$ ニ同ジク作り $CD = CD$ トシテ $\angle CDE$ $\angle CDE$ ニ同ジク作り $DE = DE$ トシテ $\angle DEF$ $\angle DEF$ ニ同ジク作り $EF = EF$ トシテ A 及 E F ヲ聯結スル寸ハ之ヲ得ル而テ AE AF EF ハ別ニ知ルヲ要セズ

$ABCDEF$ 多边形ヲ將テ $ABCDEF$ 多边形上ニ置クニ先ヅ AB 边ヲ將テ AB 上ニ置ク寸ハ AB ABC ABC ニ等シキ故ニ BC 边 BC 边上ニ至リ BC BC 相等シキ故ニ O 點 O 點上ニ至ル O 此ノ如クスル寸ハ次第ニ D E F 點ハ悉ク D E F 點上ニ至リ兩多边形ノ諸部全ク相合ス

系 多边形ノ等形等積ヲ知ルニ種々ノ法アリ本題ノ如キハ n 边及 n 角即チ $2n$ 件ヲ前知シ以テ之ヲ作ルト雖 n 边數 $n-1$ ト角數 $n-2$ ノミヲ用ユルガ故ニ其知ルヲ要スル件只 $2n-3$ 件ナリ
 設シ n 角ノ中只 $n-1$ 角ヲ知リ以テ他ノ一角ヲ知ラント欲スル寸ハ $(n-2) \times 2R$ 式ニ依テ知ルヲ得ル

第十二畧説

兩多边形アリ若シ兩形ノ相當角相等シキ寸ハ相當边互ヒニ比例スルヲ得ル此ノ如キ寸ハ此兩形等形ナリ

第五十題

兩多边形アリ共ニ同數ノ等形三角形ヲ以テ同法ニ集合シタル寸ハ此二形等形ナリ

論云第五十圖ニ於テ $ABCDE$ 及ビ $abcde$ 多边形ニ於テ BAC 及ビ

bac 三角形ハ共ニ等形ナル寸ハ其相當角互ヒニ相等シ故ニ

$$\angle B = \angle b, \quad \text{及} \quad \angle BAC = \angle bac,$$

同理ニ依テ CAE 及ビ cae 三角形等形ナル寸ハ

$$\angle CAE = \angle cae, \quad \text{及} \quad \angle CHA = \angle cea,$$

故ニ亦 $\angle CAB + \angle CAE = \angle cab + \angle cae$ 即チ $\angle BAE = \angle bac$,

同理ニ依テ亦 $\angle AED = \angle aed$ 而テ $\angle D = \angle d$ ○最終ニ至

リ $\angle BCD = \angle bcd$ 何ニトナレバ互ヒニ各々等形三角

形ノ相當角ヲ集合レテ成ル故ナリ

兩多边形ノ成ル所ノ三角形互ヒニ等形ナルガ故ニ

次ノ比例式ヲ得ル

$$BC : bc = AB : ab = AC : ac,$$

$$AC : ac = AE : ae = CE : ce,$$

$$CE : ce = ED : ed = CD : cd,$$

右ノ比例式ヲ合シテ次ノ連比例式ヲ得ル

$AB:cd = BC:bc = CD:cd = DE:de = AE:ce.$
 則チ相當角相等シク且ツ相當邊互ヒニ比例スルヲ得ルガ故ニ兩形共ニ等形ナリ 第十二畧説

第五十一題

兩多邊形アリ共ニ等形ナルナハ此ニ形互ヒニ同數ノ等形三角形ヲ以テ同法ニ集合シテ成ル

論云第五十圖ニ於テ兩多邊形ノ相當角ハ互ヒニ相等シク又相當邊ハ互ヒニ比例シ得ルナ次ノ如シ

$$\angle B = \angle b, \quad BC:bc = BA:ba,$$

故ニ BAC 及ビ bac 三角形ハ等形ナリ 第三十七題 故ニ BAC

$\angle bac, \circ BAE$ 及ビ bac 同角ヨリ之ヲ減ズルナ $\angle CAE$
 $\angle CAE, \circ$ 論第六 $\circ$ 又 BAC 及ビ bac 三角形等形ナルガ
 故ニ $AB:cd = CA:ce$, 兩多邊形等形ナルガ故ニ $AE:ce$
 $\angle AB:cd$, 故ニ

$$\angle CAE = \angle cae, \quad \text{及} \quad CA:ce = AE:ce,$$

故ニ CAE 及ビ cae 三角形ハ等形ナリ 第三十七題 $\circ$ 同理
 依テ他ノ相當三角形ノ等形ナルヲ知リ得ベシ

第五十二題

一線 bc 及ビ設クル所 $ABCDE$ 多邊形アリ bc 邊トシ設クル

所ノ多边形ト等形ノ多边形ヲ作ルヲ求ム 第五十圖
 法云第三十九題ニ從ツテ bc 線上ニ ABC 三角形ト等形
 ノ三角形 abe ヲ作ルナハ a 點ノ所在定マル O 點ノ
 所在ヲ求ムル為ニ再ビ ac 上ニ CAE 三角形ト等形ノ三
 角形 cde ヲ作ル此ノ如クシテ又 d 點ノ所在ヲ求ムル
 ナハ多边形ヲ作り得ル即チ設クル所ノ多边形ト
 等形ト $abcde, cde$ 等形ナリ何ニトナレバ今作ル所ノ多边形ハ
 設ル所ノ多边形ト共ニ等形ノ三角形ヲ集合シテ成
 ル故ナリ 第五十題
 又法設ル所ノ多边形ノ BC 边上ニ於テ bc ヲ度トシテ

O 點ヨリ b' ニ至ル度ヲ取而テ CE CA 對角線ヲ作ル O
 BA ニ平行シテ bc ヲ作り AE ニ平行シテ ac ヲ作り ED ニ
 平行シテ de ヲ作ルナハ $cbac'$ ハ即チ求ムル所ノ多边形
 ナリ何ニトナレバ $cbac'$ $ca'e$ ced 三角形ハ CAB CAE CED 三角形ト
 等形ナルガ故ナリ

○設レ多边形ノ一边ヲ取り其兩端ヨリ他ノ諸角点ヲ
 聯結シテ對角線ヲ作ル 第五十一圖 AB 二点ヲ O
 DE ニ聯結シタル對角線 AD AC BD BE ノ如クスルナハ
 ABC ABE 三角形ニ因テ A B 二点ヨリ度リテ ODE 點

ノ所在定マルヲ得ル

若シ多边形ノ辺数ヲ n ト定ムルハ此三角形ノ数
ハ $n-2$ ナリ故ニ此三角形ヲ作ルニ用ユル對角線ノ数
ハ $n-2$ ケノ三角形ノ頂点ヨリ通底辺ノ兩端ニ通ルヲ
以テ $2(n-2)$ ナリ而テ底辺即チ多边形ノ原一辺ヲ加フル
寸ハ用ユル所亦 $2n-3$ 件ナリ 第四十九題

第五十三題

兩多边形アリ共ニ等形ナル寸ハ其周边ノ比例ハ相當
一辺ノ比例ニ同シ

論云第五十一圖ニ於テ

$ABCDE$ 及ビ $abcde$ 兩多边形等形ナル

寸ハ次ノ如キ連比例アリ

$$AB:ae=BC:bc=CD:cd=DE:de=AE:ae,$$

故ニ亦次ノ比例ヲ得ル

$$AB+BC+CD+DE+EA:ab+bc+cd+de+ea=AB:ab,$$

即チ 辺長ノ $ABCDE:abcde=AB:ab.$

圓ヲ論

公論

圓界ト直線ト交ハル處ハ二点ヨリ多カラズ

第十三畧説

第五十二圖ニ於テ EF ノ如キ圓界ト交ハル線ヲ割線ト

名ヅク圓界ニ因テ切ル部分 CD ノ如キヲ通弦ト名ヅク
 DGO 弧ノ二端ヲ過ギテ行ク CD 通弦ヲ DGC 弧ニ属スル通弦
ト云フ○又 CD 通弦ノ如キハ圓ノ全周ヲ合シテ共ニ
及ビ CBD 兩弧ニ属ス○故ニ一弧若シ半圓周ヨリ小ナル
寸ハ他ノ一弧ハ半圓周ヨリ大ナリ
中心 O 点ヲ過ギテ行ク所ノ通弦 AB ヲ圓徑ト名ヅク

其二

圓徑ハ常ニ相等シ何ニトナレバ二倍ノ半徑ニ同シク
半徑ハ常ニ相等シキガ故ナリ
圓徑ハ常ニ諸通弦ヨリ長シ何ニトナレバ CD 通弦ノ如

キハ半徑 OD 及ビ OO ノ和ヨリ小ナルガ故ナリ故ニ亦圓
徑ヨリ小ナリ

其三

圓徑ハ常ニ圓ヲ二分シテ等形等積トナス○何ニトナ
レバ圓内常ニ圓徑ヲ將テ周グラスベキガ故ニ其至ル
所何レノ点ヨリ之ヲ分ツ E AGB 及ビ AHB ノ如ク相等シキ
故ナリ

同半徑ヲ以テ作ル圓ハ共ニ等形等積ナリ何ニトナレ
ハ此圓ノ中心ヲ將テ彼圓ノ中心上ニ置クハ圓界全
ク互ヒニ相合スルガ故ナリ

第五十四題

同半徑ノ二弧線アリ最小弧線ヲ將テ最大弧線上ニ圓
界同边ニ向ツテ置キ此弧線ノ二点彼弧線ノ二点ト相
合スル寸ハ最小弧線ノ諸点ハ悉ク最大弧線内ニアリ
テ他ノ諸部悉ク相合ス

論云第五十三圖ニ於テ AO 及 AE ハ各々同半徑ノ弧
線ナリ今 AO 弧ノ A 点ヲ將テ AE 弧ノ A 点上ニ O' 点ヲ
將テ O 点ニ置ク寸ハ AO 通弦ハ AO 通弦ト相合ス又 AO
 $O'O$ 半徑ハ AO 半徑ト相等シキ故ニ O' 点 O 点上ニ至
ル第九題 其他 AO 弧ノ諸点ハ悉ク AO 弧ノ諸点ト合ス

何ニトナレバ AO 弧ノ諸点ハ悉ク O 点ヨリ同距離ニ
シテ AO 弧ノ諸点ハ悉ク O 点ヨリ同距離ナルガ故ナ
リ故ニ AO 弧線ハ AO 弧線ト全ク相合シテ一トナル

増題

同半徑ノ圓ニ於テ通弦相等シキ寸ハ之ニ属スル弧線
亦相等シ但シ共ニ半圓周ヨリ或ハ小或ハ大同種ナル
モノヲ云フ

何ニトナレバ其通弦相等シキ寸ハ一弧線ヲ將テ他
弧線上ニ置クニ半徑相等シキ故ニ兩圓ノ中心互
ニ相合スルガ故ナリ

弧線相等シキナハ其通弦亦相等シ

何ニトナレバ AO 及 AC 弧線相等シキナハ A 点ヲ將テ A 点上ニ置クニ半徑相等シキガ故ニ O' 点必ス C 点上ニ至ル $O'AC$ ノ二端 AO ノ二端ト相合スルガ故ニ其通弦相等シ

第五十五題

同半徑ノ圓ニ於テ最大弧線ハ最大通弦ニ属シ最小弧線ハ最小通弦ニ属ス又最大通弦ハ最大弧線ニ属シ最小通弦ハ最小弧線ニ属ス 共ニ半圓周ヨリ小ナルモノ論云前題ニ於テ AB 弧線ハ AO 弧線ヨリ大ナルガ故ニ

亦 $\angle AOE$ ハ $\angle AOC$ ヨリ大ナリ而テ AOE 及 EOC 三角形ハ此角ノ兩傍邊相等シキ故ニ 第八題 AE ハ必ズ AO ヨリ大ナリ

第五十三題

後題ニ於テ AE 通弦 AO 通弦ヨリ大ナルナハ $\angle AOE$ 亦 $\angle AOC$ ヨリ大ナリ 第九題 故ニ亦 AE 弧ハ必ズ AO 弧ヨリ大ナリ

第五十六題

同半徑ノ二弧線アリ其通度ヲ求ム 法云若シ兩弧線ヲ以テ互ヒニ相較スル Γ ヲ得ルナハ第一題直線ノ通度ヲ求ムルト同法ヲ以テ之ヲ得ルベシト雖 AE 弧線ノ度ヲ以テ互ヒニ相較スルハ實

際ニ於テ施シ難シ然レモ弧線ニ属スル通弦相等シ
 キ寸ハ弧線モ亦相等シキガ故ニ之ニ属スル通弦ヲ
 以テ互ヒニ相較スル寸ハ弧線ノ通度ヲ求ムルヲ
 得ルベシ○第五十四圖ニ於テAB及ビOD弧ハ其半径
 MA及ビNO相等シ今此二弧線ノ通度ヲ求メンニハ先
 ヲ規ヲ展ベテCD弧ノ通弦ヲ度リ以テAB弧ニ較スル
 寸ハAd及ビdeニ至リ其二倍AEヲ得テ尚ホEBヲ残ス
 故ニ $AB = 2 \cdot CD + EB$ 、
 又EB弧ノ通弦ヲ度リ以テCD弧ニ較スル寸ハ其一倍
 CFヲ得テ尚ホFDヲ残ス故ニ

$$CD = EB + FD,$$

又DF弧ノ通弦ヲ度リ以テEB弧ニ較スルニ四倍ニシ
 テ全ク盡ル故ニ

$$EB = 4FD,$$

之ヲ前ノ諸式ニ用ユル寸ハ

$$EB = 4FD, \quad CD = 5FD, \quad AB = 14FD.$$

故ニFD弧ハCD及ビAB兩弧線ノ通度ニシテODハFDノ
 五倍ABハ十四倍ナリ故ニ其比例次ノ如シ

$$14 : 5 = AB : CD.$$

第十四畧説

第五十五圖ノ如ク AB 二點ヲ過ギテ圓周ト交ハル AB 線 A 點ヲ確點トシ B ヲ動點トシ此線 A 點ヲ周グツテ動ク寸ハ AB 線ト圓周ト交ハル所 AB ノ如キ種々ノ形状ヲ成ス而テ B ノ動點次第ニ A 點ニ近ヅク寸ハ終ヒニ二點相合シテ一トナリ AC ノ如キニ至ル寸ハ直線ト圓周ト接スル所只 A ノ一點ノミ此ノ如キ形状ヲ AC 直線圓周ト A 點ニ觸接スルト云フ故ニ此線ヲ圓ノ觸線ト名ヅク

第五十七題

圓周ノ一點ヲ過ギテ半径上ニ直立シタル線ハ圓ノ觸

線ナリ又圓周ノ一點ヲ過ギテ行ク觸線ハ半径上ニ直立ス

論云第五十六圖ノ如ク OA 半径ノ端ヨリ A 點ヲ過ギテ半径上ニ直立シテ CB 線ヲ作ル寸ハ即チ中心 O 點ヨリ此線内ノ諸點 BC 等ノ如キニ至ル距離ハ皆 A 點ニ至ル距離ヨリ遠シ何ニトナレバ OA 線ハ BC 上ノ垂線ナルヲ以 O 點ヨリ BC 線ニ至ル最近ノ距離ナルガ故ナリ 第十四題第二増題 ○故ニ BO 及ヒ CO ハ OA ヨリ大ニシテ亦 OD 及ビ OE ヨリ大ナリ然ル寸ハ BC ニ點ハ圓周外ニアリ○故ニ BC 線内圓周ト觸接スルモ

ノハ只A一点ヨリ外アルナシ
後題ニ於テBC線A点ノ觸線ナルハ此線内只A点
ノミ圓周ト觸接シ他ノ諸点ハ皆圓界外ニアリ故ニ
O点ヨリB及ビCニ至ル距離ハ皆A点ニ至ル距離
ヨリ遠シO觸点ト中心トヲ聯結シタル線AOハO点
ヨリBC線ニ至ル最近距離ナルヲ以テ垂線ナラザル
ヲ得ズ

第五十八題

圓周ノ一点アリ此点ヲ過ギテ觸線ヲ作ルヲ求ム
法云A点ハ題ニ云フ所ノ圓周ノ一点ナリA点ヨリ

AO半径ヲ作りA点ヲ過ギテ半径上ニ直立シテBC線
ヲ作ルハ即チ求ムル所ノA点ノ觸線ナリ 第五十
六圖

第五十九題

AB通弦ノ正中D點ヲ過ギテ行ク垂線EFハ即チ圓ノ中
心O点ヲ過ギテ行ク又此垂線ニ因テ此通弦ニ属スル
弧ヲ兩平分ス 第五十七圖

論云前題ニ於テ圓ノ中心O点ハAB二点ヨリ度リ
テ距離相等シ故ニO点ハAB線ノ正中ヲ過ギテ行ク
垂線内ニアリ 第十四題第二增

後題ニ於テAC及ビBC通弦ヲ作ル寸ハ此通弦ハ互ヒ
ニ相等レ何ニトナレバC点ハABヲ中分シタル垂線
内ノ点ナルガ故ナリ故ニAC弧ハBC弧ニ等シ 第五十
四題増題

系 本題ニ依ル寸ハ圓ノ中心通弦ノ正中此通弦ニ属
スル弧ノ正中ノ三点ハ共ニ一直線内ニアリト故ニ
若シ此三点ノ内何レニテモ已デニ二点ヲ過ギテ行
ク直線ハ必ズ期セズレテ第三点ヲ過ギテ行ク
又第十四題第二増題第六論ニ依ル寸ハ線外ノ一点
ヨリ此線上ニ垂線ヲ作ル一線ヨリ多キヲ得ハ

ト故ニ若シ圓ノ中心或ハ弧ノ正中ヨリ通弦上ニ垂
線ヲ作ル寸ハ必ズ通弦ヲ兩平分ス

第六十題

AB弧線アリ之ヲ兩平分セン一ヲ求ム 第五十七圖

法云先ヅAB通弦ヲ作り其正中D点ヲ過ギテ直立線
ODヲ作ル寸ハAOB弧ヲ兩平分シテAC及ビBCトナス
此法ニ依ル寸ハ弧線ヲ將テ四、八、十六、三十二等ニ平
分スル一ヲ得ルベシ

第六十一題

觸線及ビ觸線ト平行シタル通弦ノ間ニ限スル兩辺ノ

弧ハ互ヒニ相等シ又平行シタル二通弦ノ間ニ界スル
両辺ノ弧ハ互ヒニ相等シ

論云第五十八圖ニ於テDE及ビBC二通弦ハFG觸線ト
平行ス而テ中心O点ト觸点Aトヲ聯結シテOA半径
ヲ作ル寸ハOAハFG上ニ直立ス 第五十七題 故ニ亦DE
BC二通弦上ニ直立スO故ニOA半径ヲ以テ二通弦及
ビ之ニ属スル弧ヲ兩平分ス即チ

$$\text{弧 } AB = \text{弧 } AC$$

$$\text{弧 } AD = \text{弧 } AE$$

則チ前題ノ義ト合ス

前ノ兩式相減ズル寸ハ

$$\text{弧 } BD = \text{弧 } EC$$

則チ後題ノ義ト合ス

第六十二題

第五十九圖ニ於テAOC及ビAOO角ノ角点O及ビOヲ中心
トシ同半径ヲ以テAC及ビAC弧線ヲ作ル寸ハ其比例ハ
AOC及ビAOO角ノ比例ニ同シ

論云AC及ビAC弧線ノ通度ヲ $AB = \overset{\cdot}{AB}$ トスル寸ハ通度
ヲ以テACヲ ρ ACヲ ρ ニ平行分シ得ル故ニ $AO = \rho \times AB$ 、
 $AC = \rho \times AB$ 故ニ次ノ比例式アリ

$$\text{弧 } AC : \text{弧 } AC = \rho : \rho$$

又O及ビO'中心ト諸分点トヲ聯結スル寸ハ之ニ依
テ亦此二角ヲ同ジク及ビカニ平分シ得ル而テ同
半徑ノ圓ニ於テ弧線相等シケレバ之ニ属スル通弦
モ亦相等シ故ニ $\angle AOB = \angle A'O'B'$ 等ノ三角形ハ共ニ等形等積ナ
リ何ニトナレバ各々三邊相等シキガ故ナリ○故ニ
亦 $\angle AOB = \angle A'O'B'$ 即チ亦 $\angle AOB$ 及ビ $\angle A'O'B'$ 角ノ通度ナリ故
ニ $\angle AOC = \angle A'O'C'$ $\angle AOC' = \angle A'O'C'$ ニ依テ次ノ比例式
ヲ得ル

$$\angle AOC : \angle A'O'C' = \rho : \rho'$$

之ヲ前ノ比例式ニ用ユル寸ハ

$$\angle AOC : \angle A'O'C' = \rho AOC : \rho' A'O'C'$$

設シ AO 及ビ $A'O'$ ノ弧線通度ナシト雖 $\angle AOC$ $\angle A'O'C'$ 比例式
ノ第四率ハ ρAOC ヨリ大ナラズ又小ナラズシテ必ズ $\rho A'O'C'$
ニ等シ

今試ミニ第六十圖ニ於テ次ノ如キ比例式ヲ為ス

$$\angle AOC : \angle A'O'C' = \rho AOC : \rho' A'O'C'$$

前ノ比例式ニ於テ $A'O'$ ハ $A'O'$ ヨリ大ナリ而テ AO 弧ノ若
干平分シ此分ヲ以テ $A'C'$ 度ルニ其分点ヲ $A'C'$ 弧内C'
点ニ於テ取ル寸ハ即チ AO 及ビ $A'C'$ 弧
ハ共ニ通度アルナリ故ニ次ノ比例式アリ

之ヲ前ノ比例式ニ用ユルナ
 $\angle AOC : \angle A'OC = \text{弧} AC : \text{弧} A'C$

$$\angle AOC : \angle A'OC = \text{弧} A'C : \text{弧} A'C$$

右ノ比例ニ於テ $\angle A'OC < \angle A'OC$ 而テ $A'C > A'C$ ナルガ
 故ニ真ノ比例式ニアラズ

故ニ $\angle AOC$ 比 $\angle A'OC$ 比例ノ第四率ハ必ズ $\text{弧} A'C$ ヨリ大ナラズ
 再ビ試ミニ次ノ比例式ヲ為ス

$$\angle AOC : \angle A'OC = \text{弧} AC : \text{弧} A'C$$

則チ $A'C$ ハ AO ヨリ小ナリ今 O 及ビ C ノ間ニ於テ O ノ
 分点ヲ取ルナ即チ $A'C$ 及ビ AO 弧ハ共ニ通度アルナ

リ之ニ依テ次ノ比例式ヲ得

$$\angle AOC : \angle A'OC = \text{弧} AC : \text{弧} A'C$$

之ヲ前ノ比例式ニ用ユルナ

$$\angle AOC : \angle A'OC = \text{弧} A'C : \text{弧} A'C$$

右ノ比例式ニ於テ $\angle A'OC < \angle A'OC$ 而テ $A'C < A'C$ ナルガ
 故ニ真ノ比例式ニアラズ

故ニ $\angle AOC$ 比 $\angle A'OC$ 比例ノ第四率ハ $\text{弧} A'C$ ヨリ小ナラズレテ通
 度ノ有無ニ拘ハラズ必ズ $\text{弧} A'C$ ニ同ジ

一系 本題ニ依ルナ AO 及ビ AO 弧ノ比例ハ $\angle AOC$ 及ビ $\angle A'OC$
 ノ比例ニ同ジキガ故ニ圓ノ弧線ハ自ツカラ以テ角

ヲ度ルノ度トナルベシ。故ニ圓ノ中心若シ角ノ角
点ニアル寸ハ此角ノ兩脚ヲ以テ界スル圓ノ弧線ヲ
以テ角ヲ測リ得ル

凡ソ物ヲ度ルニハ必ズ他ノ同種ノ物ヲ用ユルニア
ラザレバ之ヲ度ルト能ハズ假令バ直線ヲ度ルニハ
他ノ直線ヲ以テ度トスルガ如シ然ルニ今圓ノ弧ハ
曲線角ハ不定面ニシテ同種ニアラズ故ニ是ヲ以テ
彼ヲ度ルト云ハマ理ニ於テ違セザルガ如シ然レバ
角空ノ一ト定ムル度ハ弧線ノ一ト定ムル度ト一致
スルガ故ニ角空ノ廣狹ハ弧線ノ長短ト一致ス今之

ヲ辭ヲ以テ言フ寸ハ凡ベテノ角ハ一ト定メタル角
ヲ若干包有スル數ハ正サニ此角ノ角点ヲ中心トシ
テ作ル圓ヲ角ノ二脚ヲ以テ界スル弧線ノ一ト定メ
タル角ノ二脚ニ因テ界スル一ト定メタル弧線ヲ若
干包有スル數ニ同ジ
故ニ本題ノ比例ニ依リテ

$$\frac{\angle AOC}{\angle AOB} = \frac{\text{弧} AC}{\text{弧} AB} = n,$$

ルハ $\angle AOC$ 内ニ $\angle AOB$ ヲ包有スル數或ハ $\text{弧} AC$ 内ニ $\text{弧} AB$ ヲ包有ス
ル數ナリ

今^{'''}∠AOCヲ角ノ一ト定ム^{'''}∠AOCヲ弧ノ一ト定ムル寸ハ

$$\angle AOC = \text{弧 } AC = r,$$

故ニ弧線ト角空トハ全ク異種ト雖^{'''}角空ノ廣狹ハ弧線ノ長短ト其増減全ク一致スルガ故ニ弧線ハ自ヅカラ以テ角ノ度トナルナリ

二系 直角ハ自ヅカラ角ノ一ト定ムベキガ如シ而テ全圓周四分一二同ジ何ニトナレバ第六十一圖ニ於テO点ヲ中心トシテ作ル圓ヲABヲ以テ二平分シ^第十三界說又^{'''}∠COB及ビ^{'''}∠COAハ互ヒニ等レキガ故ニ亦CB及ビCA弧モ互ヒニ等レク又此弧ハ全圓周四分一ナル

ガ故ナリ之ヲ象限ト名ヅク○而テ直角ヲ一ト定ム以テ他ノ角ヲ度ルニ用ユル寸ハ大ニ過グルヲ以テ實用ニ違シ難シ故ニ之ヲ九十平分シ直角ノ $\frac{1}{90}$ ヲ以テ度ト名ヅク又一度ヲ六十平分シ之ヲ分ト名ヅク又一分ヲ六十平分シ之ヲ秒ト名ヅク秒以下皆奇零数ナリ而テ或ハ度或ハ分或ハ秒ヲ以テ角ノ一トナス

通常度分秒ヲ標スルニ簡易ナルガ為ニ必ズシモ何度何分何秒ト記サズシテ次ノ號ヲ用ユ即チ37度25分49秒ノ如キハ37°25'49"ト記ス

假令バ今直角ノ $\frac{5}{16}$ ヲ求メント欲スルナハ

$$\frac{5}{16} \times 90^\circ = 28^\circ + \frac{1}{8} \times 60' = 28^\circ 7' + \frac{1}{2} \times 60'' = 28^\circ 7' 30''$$

第六十三題

角ノ角點圓周ニアルナハ此角二脚ノ取スル所ノ半弧ヲ以テ度リ得ル

論云此題ニ於テ角脚ノ所在ニ因テ四様ノ形状ヲ為ス

第一 若レ BAC 角ノ如ク一脚 AC 中心ヲ過ギテ行クナ他ノ AB 脚ト平行シテ DE 圓徑ヲ作ルナハ第二十六

題ニ從ツテ $\angle BAC = \angle DOC$ ○ $\angle BAC$ 、 DC 弧ヲ以テ度リ得

ル何ニトナレバ DC 弧ハ DOC 角ノ度タルヲ以テナリ○

第五題及ビ第六十二題ニ依ルナハ $\text{弧 } DC = \text{弧 } AE$ 又

第六十一題ニ依ルナハ $\text{弧 } AE = \text{弧 } DB$ 而テ $\text{弧 } DB = \text{弧 } DC$

故ニ $\text{弧 } DC = \frac{1}{2} \text{弧 } BC$ 今 $\angle BAC$ ハ DC 弧ヲ以テ度リ得ルガ故

ニ亦 BC 半弧ヲ以テ度リ得ル 第六十二題

第二 若レ中心 O 点 BAC 角ノ二脚 AB AC ノ間ニアルナ

ハ則チ此角 $\angle BAC$ 及ビ $\angle CAG$ ノ和ニ同ジ其通ジ用ユル脚 AC

ハ中心 O 点ヲ過ギテ行ク故ニ第一ニ從ツテ BAC 角ハ

BC 半弧ヲ以テ CAG 角ハ CG 半弧ヲ以テ度リ得ルガ故ニ

BAG 角ハ BC 及ビ CG 弧ノ半和ヲ以テ度リ得ル

第三 若シ FAB ノ如ク二脚共ニ中心ニ對シテ一邊ニ

アル寸ハ此角 FAC 及ビ BAC 角ノ差ニ同ジ故ニ第一ニ從

ツテ FAC 角ハ FC 半弧ヲ以テ BAC 角ハ BC 半弧ヲ以テ度リ

得ル故ニ EAB 角ハ此二弧ノ半差即チ FB 半弧ヲ以テ度

リ得ル

第四 若シ HAG 角或ハ HAF 角ノ如ク其一脚 AH 圓ノ觸線

ナル寸ハ則チ亦其兩脚ノ聚スル所 ACG 或ハ AF 半弧ヲ

以テ度リ得ルベシ何ニトナレバ HAC 角ハ圓徑ト觸線

トヲ以テ成ルガ故ニ直角ニシテ半圓周 AFC ノ半弧ヲ

以テ度リ得ル又 CAG 角ハ CG ノ半弧ヲ以テ度リ得ル然

ル寸ハ HAG 角ハ AFC 及ビ CG 弧ノ半和即チ ACG ノ半弧ヲ以

テ度リ得ルガ故ナリ○同理ニ依ツテ HAF 角モ亦 AF ノ

半弧ヲ以テ度リ得ルヲ知ル

第一増題

通弦 AF 及ビ他ノ通弦ノ引長線 AI ニ因テ成ル FAI 角ハ此

二通弦ニ属スル AF 及ビ AG 弧ノ和半ヲ以テ度リ得ル

論云直角ヲ R ト定ムル寸ハ $\angle FAI = 2R - \angle FAG$

$\frac{1}{2}(4R - 2\angle FAG)$ 故ニ $2\angle FAG$ ハ FG 弧ヲ以テ度リ得ル

又 4R ハ全圓周ヲ以テ度リ得ル故ニ FAI ハ全圓周ト FG

弧ノ差即チ $\widehat{EAG}$ ノ半弧ヲ以テ度リ得ル

第二増題

第六十三圖ニ於テ $\angle EGF$ $\angle EHF$ $\angle EIF$ 等ノ如ク其角点圓周ニアル
1 $\angle GHI$ 等ノ如ク其角凡ベテ $\widehat{EAF}$ 弧上ニ成ル寸ハ此等
ノ角ハ凡ベテ皆相等シ

何ニトナレバ $\angle EGF$ $\angle EHF$ $\angle EIF$ 等ハ皆其脚ノ限スル所ノ $\widehat{EAF}$ 弧
ノ半バヲ以テ度リ得ルベキガ故ナリ

第三増題

$\widehat{BAC}$ 角ノ如ク其角点圓周ニアリテ其脚圓徑ノ両端 B 及
 E C 点ヲ過ギテ行ク寸ハ直角ナリ

何ニトナレバ此角ハ半圓周ノ半カバ即チ象限ヲ以
テ度リ得ルガ故ナリ

又 $\angle EGF$ $\angle EHF$ 等ノ如キハ其兩脚ノ限スル弧半周ヨリ或ハ
大或ハ小ナルニ從ツテ此角或ハ鈍角或ハ銳角ナリ

第四増題

第七十六圖ノ如ク圓周ノ四点 A O E B ヲ聯結シテ圓
内ニ $\widehat{ACEB}$ 四辺形ヲ作ル寸ハ此形ノ相對スル角 $\angle A$ 及 $\angle E$
或ハ $\angle C$ 及 $\angle B$ ノ和ハ各々二直角ニ同ジ

何ニトナレバ相對スル角ノ二脚ヲ以テ限スル弧ノ
和ハ全圓周ニシテ此角ノ和ハ半圓周ヲ以テ度リ得

ルベキガ故ナリ

第六十四題

第六十四圖ノ如ク $\angle CAB$ 角ノ角点 A 圓内ニアル寸ハ此角
二脚ヲ以テ畧スル BC 弧及ビ二脚ノ引長線ヲ以テ畧ス
ル DE 弧ノ半和ヲ以テ度リ得ル

論云 D 点ヲ過ギテ AC 脚ニ平行シテ DE 通弦ヲ作ル寸
ハ第二十六題ニ從ツテ $\angle CAB = \angle EDB$ 故ニ第六十三
題ニ依ル寸ハ FB ノ半弧即チ BC 弧ノ半和ヲ以テ度
リ得ル $\angle FD$ ハ CE ト平行ナルガ故ニ CF 弧ハ DE 弧ニ同
シ第六十一題然ル寸ハ亦 $\angle CAB$ ハ OB 及ビ DE 弧ノ半和ヲ

以テ度リ得ル

第六十五題

第六十五圖ノ如ク $\angle BAC$ 角ノ角点 A 圓外ニアル寸ハ此角
兩脚ヲ以テ畧スル BC 及ビ DE 弧ノ半差ヲ以テ度リ得ル
論云 AO ト平行シテ DF ヲ作ル寸ハ $\angle BAC = \angle BDF$ 第二十
六題故ニ第六十二題ニ依ル寸ハ BF ノ半弧即チ BC 及
ビ CF 弧ノ半差ヲ以テ度リ得ル $\angle$ 又 DF 及ビ EC 通弦平
行ナルガ故ニ FC 及ビ DE 弧ハ相等シ故ニ $\angle BAC$ ハ BC 及ビ
 DE 弧ノ半差ヲ以テ度リ得ル

第一増題

幾何精要 卷一中
 A点ヨリ作ル切線及ビ觸線トニ因テ成ルBAG角ハ切線
 及ビ觸線ノ間ニ界スルBG及ビDG弧ノ半差ニ同ジ
 何ニトナレバ本題ノBC及ビDE弧ハBG及ビDG弧トナ
 ルガ故ナリ

第二増題

AH及ビAG兩觸線ニ因テ成ルHAG角ハ此觸線ヲ以テ界スル
 HG弧ノ餘弧ニ同ジ $HAG = \frac{1}{2}(\text{弧} HFG - \text{弧} HDG)$
 何ニトナレバ $HAG = \frac{1}{2}(\text{弧} HFG - \text{弧} HDG) = \frac{1}{2}(4R - 2\text{弧} HDG)$
 $= 2R - \text{弧} HDG$ ナルガ故ナリ

第六十六題

AB線ノ一端A点ヨリ此線上ニ直立線ヲ作ルヲ求ム但
 AB線ヲ引長セズ 第六十三圖

法云AB線外ノ任意一点Oヲ中心トシOAヲ半径トシ
 テ圓ヲ作りAB線トBニ交ハラレメBOヲ引長シテ圓
 トC点ニ交ハラレメACヲ作ル寸ハ即チAB線上ノ直
 立線ナリ何ニトナレバBACハ半圓内ニ成ルガ故ニ直
 角ナレバナリ 第六十三題第三増題

第六十七題

圓及ビ圓外一点Aアリ此点ヲ過ギテ圓ノ觸線ヲ作ル
 ヲ求ム 第六十六圖

法云 A ト圓ノ中心 O 点ヲ聯結シ AO ヲ圓徑トシ以テ
圓ヲ作り設ル所ノ圓ト B 及ビ B' ニ交ハラシメ AB 及
ビ AB' ヲ作ル寸ハ即チ共ニ圓ノ觸線ナリ

論云 OB 及ビ OB' 半徑ヲ作ル寸ハ $\angle OBA$ 及ビ $\angle OBA'$ ハ共ニ直角
ナリ何ニトナレバ共ニ半圓内ニ成ルガ故ナリ故ニ
 AB 及ビ AB' ハ共ニ圓ノ觸線ナリ 第五十七題

第六十八題

ABC 三点アリ之ヲ過ギテ圓ヲ作ルヲ求ム但三点
一直線内ニアラズ 第六十七題

法云 ABC 三点ヲ聯結シテ AB 及ビ BC 二線ヲ作ル寸

ハ此二線ハ即チ求ムル所ノ圓ノ通弦トナル○此二
通弦ノ正中ヨリ DE 及ビ FG 垂線ヲ作ル寸ハ共ニ圓ノ
中心ヲ過ギテ行ク 第五十九題 故ニ二線ノ交ハル所
 O 点ハ即チ圓ノ中心ナリ○已デニ中心 O 点ノ所在
ヲ知ル寸ハ OA OB OC ハ求ムル所ノ圓ノ半徑ナリ

一系 本題ノ圖法ニ於テハ圓ノ中心ヲ得ルヲ一所ヨ
リ多カラズ何ニトナレバ二線ノ交ハル所ハ一点ヨ
リ多カラザルガ故ナリ 直線公論 ○又半徑ヲ得ルヲ
一个ヨリ多カラズ何ニトナレバ $AO \parallel OB$, $OB \parallel OC$ ナル
ガ故ニ此斜線ハ皆垂線ノ落点ヨリ同距離ニアリ故

幾何精義 卷一中
二系 本題ノ法ニ依ル寸ハ若シ圓周ノ三点他ノ圓周ノ三点ト相合スル寸ハ此二圓全ク相合ス○設シ三
ニABC三点ヲ過ギテ行ク圓ハ一个ヨリ多カラズ
若シABC三点一直線内ニアル寸ハ此圖法成ル
能ハズ何ニトナレバDE及ビFGハ互ヒニ平行シテ永
ク交ハルナシ第七界說故ニ其中心ヲ得ル能ハ
ズ○此ノ如キ時ハ三点ヲ過ギテ圓ヲ作ル能ハズ
設シ此ノ如キモ尚ホ圓ヲ作ルヲ得ル寸ハ則チ彼
ノ三点ヲ過ギテ作ル直線ト圓ト合シテ三点ヲ通有
スルナリ何ヲ以テ此理アルヲ得ン 圓公論

點相合レテ二圓相合セザル寸ハ三点ヲ過ギテ種々
ノ圓ヲ作り得ルナリ此ノ如キハ本題ノ意ニ背ク
故ニ又云二圓互ヒニ交ル所ハ二點ヨリ多カラズ

第六十九題

二圓アリ圓界共ニ其中心ヲ聯結シタル線内ノ同一點
ヲ過ギテ行ク寸ハ二圓ノ觸接スル所ハ此點ヨリ外ア
ルナシ

○二圓互ヒニ觸接スル寸ハ此觸點ト二圓ノ中心トハ
一直線内ニアリ

論云第六十八圖ニ於テOO'二中心共ニ二圓界ヲ過

ギテ行クA點ヨリ同邊ニアルハA點ハ OO 線ノ引
長線ニアリ○今試ミニ最大圓 AC 周内任意ノ一點 M
ヲ二圓ノ觸接スル點トセバ此點ト O 及ビ O 兩中心
トヲ聯結スルハ OOM 三角形ヲ成ス而テ

$$OO + OM > OM, \quad OO + OM > OA.$$

今 $OA = OO + CA$ ナルガ故

$$OO + OM > OO + OA, \quad OM > OA.$$

故ニ AC 圓周内 M 點ハ AC 圓周外ニアルヲ以テ二圓ノ
觸點ニアラズ故ニ二圓ノ觸接スル點ハA點ヨリ外
アルナレ

若シA點 O 及ビ O ノ如ク二圓中心ノ間ニアルモ
亦前論ト異ナルナレ○今 AC 圓内 M 點ヲ取リテ觸
點トセバ MO 及ビ MO ヲ作り以テ OMO 三角形ヲ成ス

$$OM + OM > OA + AO,$$

$$OM = OA \text{ ナルガ故ニ}$$

$$OM > OA$$

M 點ハ亦 AC 圓外ニアリ

後題ニ於テ AC 及ビ AC 圓ハ共ニA點ニ觸接ス今試ミ
ニ AC 圓ノ中心 O 點ハ AC 圓ノ中心 O ト觸點Aトヲ聯
結シタル AC 線内ニアラズシテ他ノ MO 線内ノ O 點ニ

アリトセバ則チ

$$O\acute{c} + cA > O\acute{A},$$

$$O\acute{c} + cA > O\acute{M},$$

両辺共ニ $O\acute{o}$ ヲ減ズルナハ

$$cA > O\acute{M},$$

則チ成ル能ハズ何ニトナレバ OA ハ AC 圓ノ半径ト定
ムルモノニシテ M 点ハ AC 圓外ニアルガ故ナリ
又 AC 及ビ AC' 二圓ノ如ク互ヒニ外辺ニ觸接スルナハ
 A 点ニ中心ノ間ニアリ○今一圓ノ中心ヨリ他ノ圓
ノ中心ニ至ル最近線ハ二圓半径ノ和ニ同ジ而テ最
近線ハ必ズ觸点ヲ過ギテ行ク何ニトナレバ二圓ノ

中心ヲ聯結シタル他ノ線 OM 及ビ $O\acute{M}$ ノ和ノ如キハ必
ズ兩半径ノ和ヨリ大ナリ而テ二点ノ間ノ最近距離
ハ一直線ナリ故ニ OAO' 線ハ必ズ一直線ナラザルヲ得
ズ

系 若シ AC 及ビ AC' 兩圓中心ノ距離 OO' 兩圓半径ノ差ヨ
リ小ナルナリハ兩圓相觸接スルナリ又相交ハルナ
レ○又 AC 及ビ AC' 兩圓ノ如キモ亦 OO' ノ距離兩圓半
徑ノ和ヨリ大ナルナリハ亦互ヒニ相觸接スルナリ
又相交ハルナリ

又 AC 、 AC' 等ノ圓ノ中心ト觸点 A ト共ニ一直線内ニ

アルカ故ニA点ヲ過キテOO線上ニ直立スル線ハ此
諸圓ノ通觸線ナリ

又AC圓及ビAB觸線ノ間ニ他ノ直線ヲ作ルヲ得ズ
然レモ此間ヲ過ギテ無數ノ圓ヲ作ルヲ得ル

第七十題

AB線ノ一端A點ニ觸接シ他ノC點ヲ過キテ圓ヲ作ル
ヲ求ム 第六十九題

法云AB線ノA點ニ觸接スル圓ノ中心ハ必ズA点ヨ
リAB線上ニ直立シタルAO線内ニアリ 第五十七題○
又AC二点ヲ過ギテ行ク圓ハAC二点ヲ聯結シタ

ルAC線ヲ以テ通弦トナス故ニACノ正中ヨリDO垂線
ヲ作ル寸ハ必ズ此垂線ハ亦圓ノ中心ヲ過ギテ行ク
第五十九題○故ニ求ムル所ノ圓ノ中心ハ必ズAO及
ビDOノ互ヒニ交ハル所ノO點ナルヲ知ル

第七十一題

AE圓段ノA點ニ觸接シ他ノO點ヲ過ギテ行ク所ノ圓
ヲ作ルヲ求ム 第六十九題

法云先ヅ設クル所ノ圓ノ中心O點及ビ觸點Aヲ
ギテOO直線ヲ作ル寸ハ求ムル所ノ圓ノ中心ハ必ズ
此線内ニアリ 第六十九題○又AC線ヲ作ル寸ハ求ム

ル所ノ圓ノ通弦ナリ之ヲ中分レテDヨリAC上ニDC
垂線ヲ作ルナハ求ムル所ノ圓ノ中心ハ亦此線内ニ
アルヲ知ル 第五十九題 ○故ニOO及ヒDOノ互ヒニ
交ハル所O點ハ即チ求ムル所ノ圓ノ中心ナリ
若シC點ノ如ク圓内ニアルハ則チ求ムル所ノ圓
ノ中心ハ亦設ル所ノ圓内ニアリ

第七十二題

EF線及ビ設クル所ノ角アリ此線ヲ通弦トナシ設ル所
ノ角點圓周ニアリ兩脚又此線ノ兩端ヲ過ギテ行キ此
線ヨリ同邊ニ向フ角凡ベテ設クル所ノ角ニ等シクシ

以テ EHEAE 圓ヲ作ルヲ求ム 第六十三題

論云 EHEA ハ求ムル所ノ圓ニシテ EGF ハ設ル所ノ角ニ等
シク此角ハ EAF 半弧ヲ以テ度リ得ル 第六十三題 ○又
KM ハE點ノ觸線ニシテ KEF モ亦 EAF ノ半弧ヲ以テ度リ
得ル 第六十題 ○故ニ KEF ハ EGF ニ同ジク共ニ設ル所ノ
角ニ同ジ故ニ次ノ圖法ヲ得ル

法云先ヅE點ヲ過ギテKM線ヲ作りEFトKEF角ヲ成シ
設クル所ノ角ニ同ジカラシメ 第十一題 然ル後KM線
ノE點ニ觸接シ且ツF點ヲ過ギテ圓ヲ作ルナハ即

チ求ムル所ノ圓ナリ 第七十題

第十五畧説

第六十三圖ノ如ク圓ノ弧ト通弦トヲ以テ畧スル $EGFE$ 或

ハ $EAFE$ ノ部ヲ截圓形ト名ツク

第七十二題ノ法ニ依ル寸ハ一線ヲ通弦トシ以テ
他ノ設ル所ノ角ヲ函ム截圓形ヲ作ルヲ得ルベ
シ

第七十三題

第七十圖ノ如ク圓外E點ヨリ各々圓周ノ二點ト交ハ
ル二線ヲ作ル寸ハ則チ二切線ノ交點D及ビ圓周ニ交

ハル四點 $A D O B$ ノ間ニ畧スル分線ヲ以テ互ヒニ比
例スルヲ次ノ如シ

$$AE:DE = CE:BE.$$

而テ一切線 BE 其分線 AE ハ比例ノ兩外率ニシテ他ノ切
線 OE 其分線 DE ハ比例ノ兩内率ナリ

論云 AC 及ビ BD 通弦ヲ作ル寸ハ之ニ依テ成ル三角形
 BED 及ビ AEO ハ共ニE角ヲ通ジテ用ヒ又 EBD 及ビ ECA ハ共
ニ AD 弧上ニ成ルガ故ニ相等シ 第六十三題第二増題
故ニ此兩三角形ハ共ニ等形ナリ 第三十六題第二増
題 故ニ相當邊ヲ以テ比例スルヲ次ノ如シ

$$AE : DE = CE : BE.$$

○設レEC一線E點ヲ周グツテ動キ圓ノ觸線トナル寸ハCD二點互ヒニ相近ヅキ一點トナリ即チF觸點トナル而テDEOEハ合レテEFトナルガ故ニ本題ノ比例式次ノ如ク変ズ

$$AE : DE = EF : EB.$$

故ニ次ノ増題アリ

増題

圓外ノ一點EヨリEB切線及ビEF觸線ヲ作ル寸ハ則チ觸線EFハE點及ビAB二點ノ間ニ界スル切線及ビ其分

線ノ間ノ中比例ニ同シ

○再ビ此増題ヲ他ノ理ヲ以テ論ゼシ第七十一圖ニ於テAF及ビBF通弦ヲ作ル寸ハ之ニ依テ成ルAEF及ビBEF兩三角形ハ共ニ等形ナリ何ニトナレバE角ヲ通ジテ用ヒ且ツAFE及ビFBEハ共ニPA半弧ヲ以テ度リ得ルガ故ニ相等シキヲ以テナリ○故ニ兩三角形ノ相當邊ヲ以テ比例スル一次ノ如シ

$$AE : EF = EF : EB$$

即チ

$$EF^2 = AE \times EB,$$

$$EF = \sqrt{AE \times EB},$$

故ニ切線及ビ其分線EB及ビEAヲ知ル寸ハ算用シテ

EF 觸線ヲ求ムルヲ得ル

第七十四題

第七十二圖ノ如ク圓内ニ於テAB及ビCD二通弦互ヒニ交ハル寸ハ次ノ比例式ヲ成ス

$$AE : DE = CE : BE.$$

而テ比例式ノ兩外率ハAB通弦ノ分線ニシテ兩内率ハ他ノCD通弦ノ分線ナリ

論云AC及ビBD通弦ヲ作ル寸ハAEC及ビDEB三角形ヲ成ス此兩形ハ等形ナリ何ニトナレバE角ハ對角ニシテ相等シクC及ビB角ハ共ニAD弧上ニアルヲ以テ

相等シキ故ナリ 第三十六題増題 故ニ相等邊ヲ以テ比例スルヲ得

$$AE : DE = CE : BE.$$

○設レ一通弦AB中心ヲ過ギテ行ク寸ハ即チ圓徑ナリ而テ他ノ通弦CDト直交スル寸ハ $CE = DE$ ナリ 第五十九題第一増題 故ニ前ノ比例次ノ如ク變ズ 第七十三圖

$$AE : CE = CE : EB, \quad \text{又} \quad CE^2 = AE \times EB.$$

之ニ依テ次ノ増題アリ

増題

圓周ノ一點ヨリ圓徑上ニ垂線ヲ作ル寸ハ以テ圓徑ヲ
兩分ス而テ此垂線ハ圓徑ノ二分線ノ間ノ中比例ナリ

第七十五題

○圖 M 及 E N 二線アリ中比例ノ線ヲ作ルヲ求ム 第七十三

法云 AB 不定線ヲ作り A ヨリ E ニ至ル迄 N ノ度ヲ取
リ E ヨリ B ニ至ル迄 M ノ度ヲ取り AB (即チ M N ノ和)
ヲ圓徑トシテ圓ヲ作り E 点ヨリ圓徑上ニ CE 垂線ヲ
作ル寸ハ即チ求ムル所ノ M N ノ間ノ中比例線ナリ
○第七十四題増題ヲ看ル寸ハ此理自カラ明カナルベ

レ○再ビ第四十二題直三角形ノ理ヲ以テ之ヲ論ズ
ベシ○ AC 及ビ BO 通弦ヲ作ル寸ハ ACB ハ直角ナリ 第六
十七題第二増題 故ニ第四十二題ニ依テ次ノ比例式

ヲ得ル

$$AE : CE = OE : EB,$$

再ビ第四十二題ニ依テ次ノ比例式ヲ得ル

$$AE : AC = AO : AB.$$

故ニ又次ノ増題ヲ得ル

増題

圓徑ノ一端ヨリ作ル通弦ハ圓徑及ビ通弦ノ一端ト他

ノ一端ヨリ圓徑上ニ作ル垂線ノ脚点トノ間ニ取スル
今線トノ間ノ中比例ナリ

第七十六題

第七十四圖ノ如クAB線アリ之ヲ兩分シ其大分線BCヲ
シテ全線AB及ビ小分線BCトノ間ノ中比例トセンヲ
求ム

法云AB線ノ一端A点ヨリ此線上ニAE垂線ヲ作りAB
ノ半カバニ等シクシ又EB線ヲ作ルOEヲ中心トシ
AEヲ以テ半径トシテDAF圓ヲ作りBC=BDトスルナ
ハ即チABヲO点ニ於テ兩外率及ビ兩内率ニ分チ得

ル
論云BEヲ引長シテEニ至ラシムルナハABハ觸線ニ
シテBFハ切線ナリ故ニ第七十三題ニ依ルナハ比例
式アリ

$$BD:BA=BA:BF,$$

$$\text{即チ } AB-BD:BF-BA=BD:BA,$$

$$\text{而テ } AB-BD=AB-BC=AC, \text{ 又 } BF-BA=BF-2AE=$$

$$=BF-ED=BD=BC, \text{ 故ニ前ノ比例式次ノ如ク變ズ}$$

$$AC:BC=BO:AB.$$

○又此法ニ於テBF線ヲD點ニ於テ兩外率及ビ兩内率

二分テリ何ニトナレバ $BD:AB=AB:BF$ 而 $AB=2AF$
 ED , ナルガ故ニ

$$BD:DE=DF:FB.$$

系 若シ此題ニ於テ AB 線ノ度数ヲ知ル寸ハ AO 及ビ BO
 分線ヲ算用シテ知ルヲ得ルベシ。今 $AB=2$, ト定
 ムル寸ハ $AE=\frac{1}{2}a$ 故ニ $BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{5a^2-\frac{1}{2}a}$
 又 $BC=BD=BE-AE$ 而テ $AC=AB-BD$ ナリ故ニ次ノ
 等數ヲ得ル

$$BC=-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a\sqrt{5}=\frac{1}{2}a(-1+\sqrt{5}).$$

$$AC=\frac{3}{2}a-\frac{1}{2}a\sqrt{5}=\frac{1}{2}a(3-\sqrt{5}).$$

第七十七題

第七十五圖ノ如ク O 二點及ビ AB 線アリ今此二點ヲ
 過ギ AB ニ觸接シタル圓ヲ作ルヲ求ム

法云 C 及ビ D 點ヲ聯結シテ直線ヲ作り之ヲ引長シ
 テ AB ト A 点ニ交ハラシム。 O AE ヲ取り以テ AD 及ビ AC
 ノ間ノ中比例トナシ 第七十五題 AE ヲ以テ AB 上ニ度
 リ即チ A 點ヨリ AE ヲ半径トシテ圓ヲ作ノ D 點ニ交
 ハラシムル寸ハ求ムル所ノ觸點ナリ第六十八題第
 七十題ノ法ニ依テ F 点ヨリ AB 上ニ垂線ヲ作り又 DC
 ノ正中ヨリ DC 上ニ垂線ヲ作ル寸ハ互ヒニ O 点ニ交

ハル〇ヲ中心トシ以テ圓ヲ作ル寸ハ即チD C 二点
ヲ過ギAB線ニ觸接シタル圓ヲ作ルヲ得ル
論云AFハ圓ノ觸線ニシテACハ切線ナルガ故ニ第七
十三題第二増題ニ依ル寸ハ次ノ比例式アリ

$$AD:AF=AF:AC,$$

則チ觸點Fヲ求ムルガ為ニAFヲAD及ビACノ間ノ中
比例トシタルナリ

第一 若シAB線D C 二點ノ間ニ在スル寸ハ此圖
法成ル能ハズ

第二 若シCD線ABト平行スル寸ハ則チ〇点OD正中

ノ垂線内ニアルベシ而テ此垂線トAB線ト交ハル所ハ
即チ觸點ナリ 第五十七題

第三 CDヲ引長シABト交ハラシムル寸ハ即チ常ニ
兩操ノ圖法ヲ得ル何ニトナレバAヨリAEヲ半徑ト
シテ作ル圖ハAB線ニF及ビF'ニ交ハルガ故ニC D
二點ヲ過ギテ行ク第二圓ハ亦AB線トF'點ニ觸接ス

第七十八題

AB圓徑ノ一端A點ヨリAC AB等ノ如ク種々ノ通弦ヲ作
リ通弦ノ他ノ一端ヨリ圓徑上ニCE FG等ノ垂線ヲ下ダ
ス寸ハ圓徑ヲ垂線ニ因テ截分ス而テ分線AE AG等ノ比

例ハAC AF等ノ通弦ニ乗方ノ比例ニ同ジ 第七十三圖

論云第七十五題ニ依ルサハAC AF等ノ通弦ハAB圓徑
及ビAE AG等ノ分線トノ間ノ中比例ニ同ジ故ニ

$$AC^2 = AB \times AF, \quad AF^2 = AB \times AG,$$

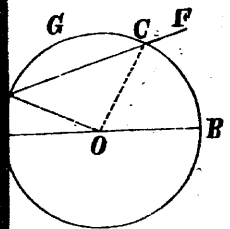
即チ $AC^2 : AF^2 = AB \times AE : AB \times AG,$

比例式ノ後率ニ於テAB因数ヲ棄ルサハ

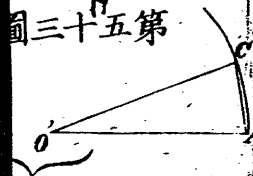
$$AC^2 : AF^2 = AE : AG.$$

幾何精要卷之一 中 終

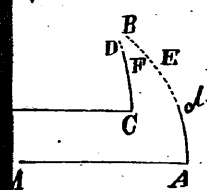
第二十五圖



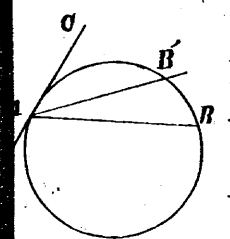
第三十五圖



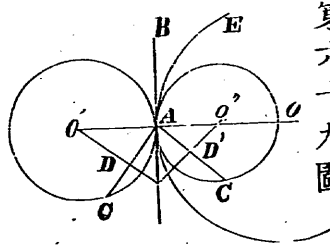
第五十四圖



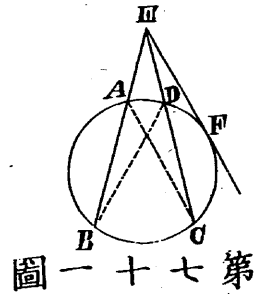
第五十五圖



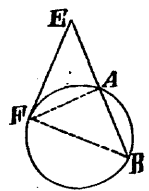
第五十六圖



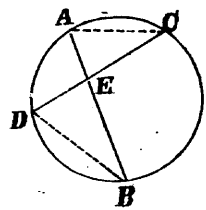
圖十七第



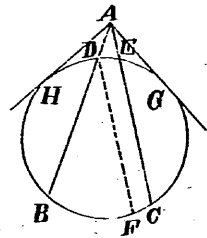
圖一十七第



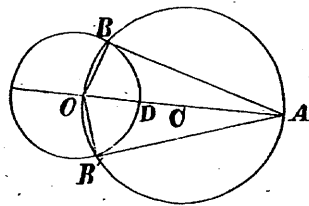
圖二十七第



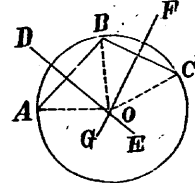
第六十九圖



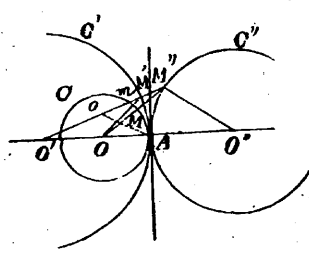
圖六十六第



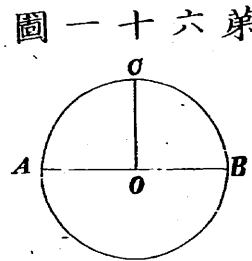
圖七十六第



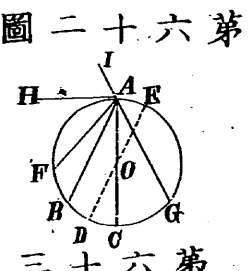
圖八十六第



第六十五圖

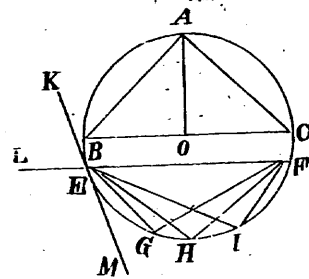


圖一十六第

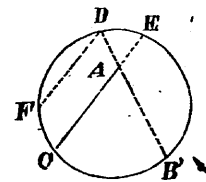


圖二十六第

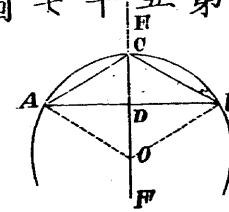
圖三十六第



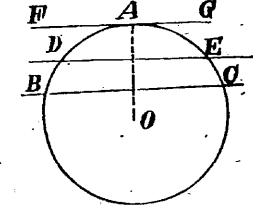
圖四十六第



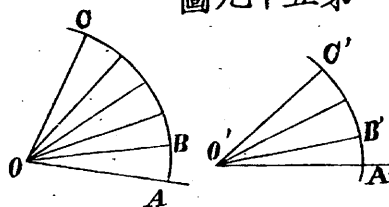
第七十五圖



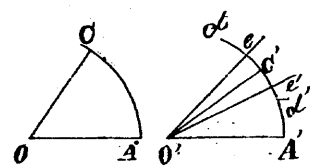
圖八十五第



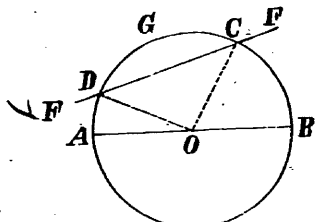
圖九十五第



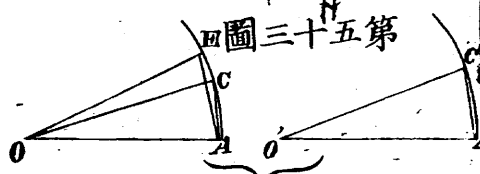
圖十六第



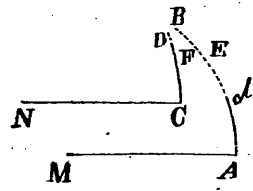
圖二十五第



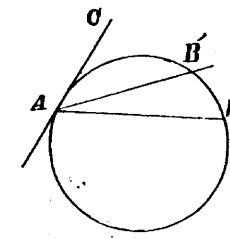
圖三十五第



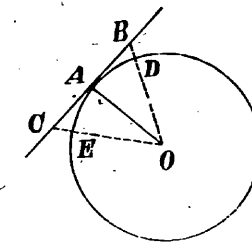
第五十四圖



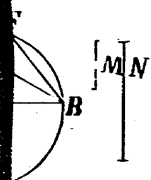
第五十五圖



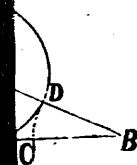
第五十六圖



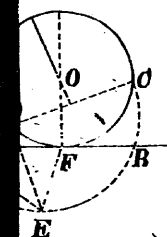
第十七



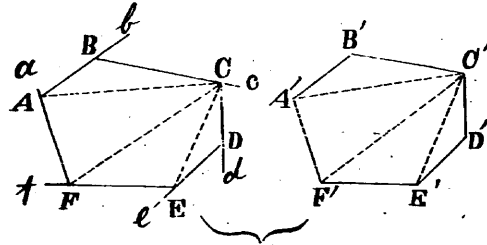
第十七



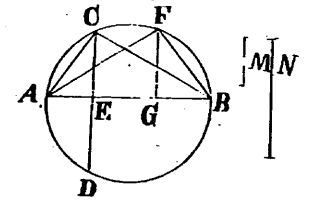
第十七



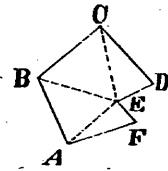
圖七十四第



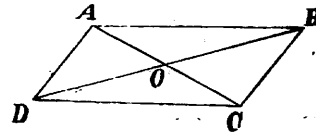
圖三十七第



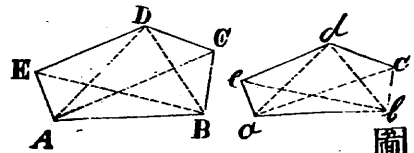
圖八十四第



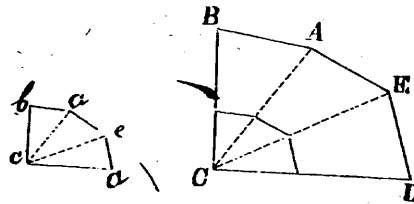
圖九十四第



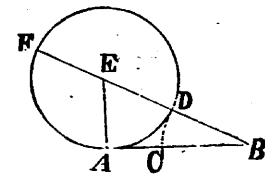
圖一十五第



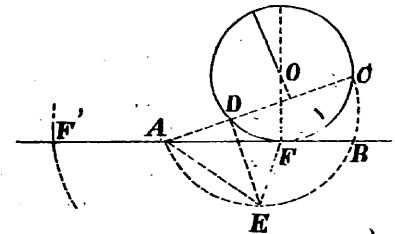
圖十五第



圖四十七第



圖五十七第



上野繼光編纂
幾何精要

一下

館藏書			
四	175 2 59		
七册	二號	一架	函

第三千二百九號
共七冊